పాఠ్యపుస్తక అభివృద్ధి మండలి

కె. సంధ్యారాణి, ఐ.పి.ఓ.ఎస్
కమీషనర్
పాఠశాల విద్యాశాఖ, ఆంధ్రప్రదేశ్, అమరావతి

శ్రీమతి ఎమ్.వి. రాజ్యలక్ష్మి
సంచాలకులు, రాష్ట్ర విద్యాపరిశోధన శిక్షణాసంస్థ,
ఆంధ్రప్రదేశ్, అమరావతి

డా ॥ ఎస్.కె. జిలానీభాష
ప్రొఫసర్, టీచర్ ఎడ్యుకేషన్ విభాగం
రాష్ట్ర విద్యాపరిశోధన శిక్షణాసంస్థ, ఆంధ్రప్రదేశ్, అమరావతి

సంపాదకులు

ప్రొ॥ దువ్వూరి సూర్యనారాయణ శాస్త్రి
రిటైర్డ్ ప్రిన్సిపాల్,
ఎ.జె. కాలేజ్ ఆఫ్ ఎడ్యుకేషన్, మచిలీపట్నం

డా॥ ప్రఖ్యా సత్యనారాయణ శర్మ
లెక్చరర్, మాంటిసోరి మహిళా కాలేజ్
ఆఫ్ ఎడ్యుకేషన్, విజయవాడ

సహకారం - సమన్వయం

డా ॥ కె. పాండురంగ స్వామి
ప్రొఫెసర్, టీచర్ ఎడ్యుకేషన్ విభాగం
రాష్ట్ర విద్యాపరిశోధన శిక్షణాసంస్థ,
ఆంధ్రప్రదేశ్, అమరావతి

డా ॥ టి.వి.ఎస్. రమేష్
కో-ఆర్డినేటర్ కరికులం & పాఠ్యపుస్తక విభాగం
రాష్ట్ర విద్యాపరిశోధన శిక్షణాసంస్థ,
ఆంధ్రప్రదేశ్, అమరావతి

ఆంధ్రప్రదేశ్ ప్రభుత్వ ప్రచురణ, హైదరాబాదు

చట్టాలను గౌరవించండి
హక్కులను పొందండి

విద్యవల్ల ఎదగాలి
వినయంతో మెలగాలి

ముందుమాట

నాగరిక సమాజాన్ని సృష్టించాలంటే విద్యావంతులైన పౌరులు అవసరం. శిశువును ప్రయోజకుడైన పౌరునిగా తీర్చిదిద్దాలంటే ఒక గురుప్రదమైన మార్గనిర్దేశకుడు అవసరం. అతడు జ్ఞాన సంపన్నుడైయుండడమే కాకుండా ఆదర్శప్రాయునిగానూ, బహుముఖ ప్రజ్ఞాశీలిగానూ, సృజనశీలిగానూ, తాత్వికునిగానూ భవిష్యత్ దార్శనికునిగానూ ఉండాలి. కాలం ప్రాచీనమైనా, నవీనమైనా భారతీయ సమాజం ఎప్పుడూ ఉపాధ్యాయుడిని ఘనమైన వ్యక్తిగా గౌరవిస్తూ తమ సంతతి సంక్షేమంకోసం అతడి నుండి ఎంతో ఆశిస్తుంది. సమాజంలో అతడూ ఒక సభ్యుడే అయినప్పటికి అతడి మాటలు చేతలు అన్నీ ఆదర్శనీయంగా ఉండాలని భావిస్తుంది. ఇలాంటి మహోన్నతమైన అధ్యాపనాన్ని వృత్తిగా స్వీకరించాలని నిర్ణయించుకున్న వ్యక్తిని ఉత్తముడైన ఉపాధ్యాయునిగా రూపుదిద్దడానికి సర్వోన్నతమైన విద్యాక్షేత్రం కావాలి.

ఒక సగటు వ్యక్తిని ఉపాధ్యాయునిగా తీర్చిదిద్దాలంటే అకుంఠిత దీక్షాతత్పరత కలిగిన మహోపాధ్యాయులు కావాలి. అందుకే పాఠశాల విద్యలో ఉపాధ్యాయవిద్య అత్యంత ప్రాధాన్యతాంశంగా గుర్తింపుపొందింది. ఉపాధ్యాయుని ద్వారా సామాజికాభ్యున్నతిని ఆశిస్తున్నప్పుడు ఉపాధ్యాయుడిని రూపొందించే సందర్భంలో అత్యంత జాగరూకత ఆవశ్యకం. ఉపాధ్యాయ విద్యార్థికి కేవలం విషయజ్ఞానం అందించడం, బోధనా పరిజ్ఞానం పెంపొందించడం మాత్రమే సరిపోదు. విద్యార్థుల ద్వారా భవిష్యత్తును వీక్షించగల శక్తియుక్తులను నేర్పాలి. సజీవమూ నిత్యచైతన్యశీలమూ అయిన విద్యార్థులలో జ్ఞానకాంక్షను పెంపొందింపజేసే మెళకువలను అభ్యసింపజేసే నైపుణ్యాలను అవగతం చేయించాలి. మానవీయత గుబాళించే ఆత్మీయతా ప్రవర్తనను అనువర్తింపజేయాలి. భారతీయ విద్యాతత్వాన్ని, విద్యయొక్క పరమావధిని అర్థం చేసుకుని వ్యవహరించడాన్ని ఆకళింపు చేయించాలి.

ప్రాథమిక పాఠశాల స్థాయి ఉపాధ్యాయునిగా రూపొందడమంటే బహుముఖ ప్రజ్ఞాపాటవాలను పుణికిపుచ్చుకోవడం అన్నమాట. అంటే ఉపాధ్యాయుడు చక్కని కథకుడుగా, గాయకుడుగా, నటుడుగా, చిత్రకారుడుగా, క్రీడాకారుడుగా, వైద్యునిగా, ఆధునిక సాంకేతిక నిపుణుడుగా వ్యవహరించగలగాలి. ఇలా బహుళ అంశాలలో ప్రవేశము, ప్రావీణ్యము కలిగి ఉండాలి. వీటిని సాధింపజేయాలి అంటే ఉపాధ్యాయుడు విద్య ఆయా అంశాలన్నింటినీ మమేకం చేసుకున్నదై ఉండాలి. ఉపాధ్యాయులపై రూపొందిన జాతీయ విద్యాప్రణాళిక చట్రం – 2009 ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థుల సాంఘిక, సాంస్కృతిక నేపథ్యాలను సంపూర్ణంగా అవగాహనచేసుకొని వారి వికాసానికి కృషిచేయాలని ఇందుకోసం సమాచార సాంకేతిక పరిజ్ఞానం, స్థానిక కళలు సంస్కృతులను బోధనా ప్రణాళికతో మమేకం చేసుకోవాలి. ఆ సందర్భంలో ఉపాధ్యాయుడు మననశీల అభ్యాసకుడు (Reflective Practitioner) గా ఉండాలని సూచించింది. కాబట్టి ఉపాధ్యాయ విద్యలో బాలలను వారి బాల్యాన్ని అర్థంచేసుకోవడం, నేర్చుకోవడం ఎలాగో నేర్పే పద్ధతులలో ప్రావీణ్యం పొందడం అత్యంత ఆవశ్యకం. సమకాలీన అంశాలను మేళవించుకుంటూ తన బోధనను సుసంపన్నం చేసుకోవడం. ఎంతో కీలకం. కాబట్టి ఉపాధ్యాయ శిక్షణ దశలోనే ఆయా అంశాలలో ఉపాధ్యాయ / విద్యార్థులకు సంపూర్ణ శిక్షణనివ్వాలి. వ్యవస్థకు యోగ్యమైన ఉపాధ్యాయుని అందించడంలో శిక్షణ సంస్థలే పూర్తిబాధ్యత వహించాలి. ఏ చిన్నపాటి అలసత్వం జరిగినా అది పటిష్టమైన శిక్షణ ద్వారానే పరమోన్నతమైన ఉపాధ్యాయులను రూపొందించగలం. నూతనంగా రూపొందించిన ఈ పాఠ్యపుస్తకాలు జ్ఞాననిర్మాణాత్మక అభ్యసన సిద్ధాంతాలు, పరస్పరాశ్రిత విద్యాతత్వం, సమ్మిళితబోధనా విధానాలు మొదలయిన నవీన భావనలతో నిర్మితమైనాయి. వీటన్నింటిని అర్థంచేసుకొని తమ ఆదర్శవంతమైన బోధనల ద్వారా అత్యంత ప్రజ్ఞాపాటవాలు కలిగిన ఉపాధ్యాయులను తీర్చిదిద్దడంలో అధ్యాపకులందరూ విశేషంగా కృషిచేస్తారనీ, ఉపాధ్యాయ విద్యార్థులు కూడా బోధనా సిద్ధాంతాలను విద్యయొక్క పరమావధిని అర్థంచేసుకొని విద్యా లక్ష్యాలను సాధించేందుకు తమ జీవిత అనుభవాలను అన్వయించుకుంటూ ఆదర్శ ఉపాధ్యాయులుగా రూపొందుతారని ఆశిస్తూ...

సంచాలకులు

రాష్ట్ర విద్యా పరిశోధన శిక్షణ సంస్థ

అమరావతి, ఆంధ్రప్రదేశ్

అధ్యాపకులకు సూచనలు....

ఉపాధ్యాయ విద్య పై రూపొందిన జాతీయ విద్య చట్రం – 2009 ఉపాధ్యాయ విద్య ప్రాధాన్యతను వివరిస్తూ పిల్లలకు నాణ్యమైన విద్యను అందించాలంటే ఉపాధ్యాయులను రూపొందిస్తున్న దశలోనే అత్యంత జాగరూకతతో వ్యవహరించాలని సూచించింది. బాధ్యతాయుతమైన ఉపాధ్యాయులు ద్వారానే బాలల బాల్యానికి భరోసా ఇవ్వగలమని అలాంటి వారిని తయారుచేయడంలో ఉపాధ్యాయ శిక్షణ సంస్థలు నూతన దృక్పథంతో పనిచేయాలని తెలిపింది. అందులోని మౌలిక సూత్రాలను ఆధారంగా చేసుకుని ఈ పాఠ్యపుస్తకాలు రూపొందాయి. వీటిని అర్థవంతంగా ఉపయోగించడంలో అధ్యాపకులు కొన్ని మెళకువలు అనుసరించాలి.

- ఉపాధ్యాయ విద్య – జాతీయ విద్యా చట్రం – 2009 ని క్షుణ్ణంగా చదవాలి.
- ఆయా అంశాలకు చెంది విద్యాప్రణాళికలో పేర్కొన్న కీలక భావనలను వాటి తాత్వికతను అర్థంచేసుకోవాలి. (ఇందుకోసం సిలబస్‌లో పేర్కొన్న ముందుమాటలను పరిశీలించండి).
- జాతీయ విద్యా ప్రణాళిక చట్రం–2005లోని మౌలిక అంశాలయిన – జ్ఞాన నిర్మాణ విద్యా తత్వం – నిర్మాణాత్మక అభ్యసన సన్నివేశాల కల్పన మొదలైన భావనలను అర్థంచేసుకుని వాటిని ఉపాధ్యాయ విద్యకు మిళితంచేసి బోధన జరపాలి.
- ఆంధ్రప్రదేశ్ విద్యాప్రణాళికా పత్రం – 2010లో పేర్కొన్న 'పరస్పరాశ్రిత విద్యావిధానం' భావనను అధ్యాపకులు తమ తరగతిగది బోధనకు అన్వయించాలి.
- విద్యాహక్కుచట్టం – 2005 సూచించిన మార్గదర్శకాలను ఉపాధ్యాయవిద్యకు గల సంబంధాన్ని గుర్తించి బోధన జరపాలి.
- పాఠశాలలోని భావనల బోధనతోపాటుగా ఆయా సందర్భాలలో సూచించిన రచనలను తప్పనిసరిగా ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థులతో చదివించి చర్చించాలి.
- బోధనాంశాలకు అవసరమైన అనుబంధ అంశాలను చదివించి ఆయా విద్యావేత్తల దార్శనికతలు పేర్కొన్న విద్య తాత్వికతను పరమావధిని ఉపాధ్యాయ విద్యార్థులు గుర్తించేలా కృషిచేయాలి.
- పాఠశాల విద్య ద్వారా అమలవుతున్న విద్యాప్రణాళిక, పాఠ్యపుస్తకాలు క్షుణ్ణంగా పరిశీలించి బోధనా శాస్త్రానికి పాఠ్యపుస్తకంకు గల సంబంధాన్ని ఆవిష్కరింపజేయాలో ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థులకు మార్గదర్శకత్వం వహించాలి.
- ఉపాధ్యాయ విద్యలోని ప్రతి బోధనాంశానికి తనదైన 'ఆత్మ' వుంటుంది. అధ్యాపకులు మూలసూత్రాలను పరిశీలించి విశ్లేషించుకోగలిగినపుడే దానిని గుర్తించగలరు. కాబట్టి అయా అంశాలకు చెందిన ఇతర రచనలు తప్పనిసరిగా చదవాలి. వాటిని ఉటంకిస్తూ ఉపాధ్యాయ విద్యార్థులను 'నిత్య అభ్యాసకులుగా' మారేందుకు శిక్షణనివ్వాలి.
- ప్రాథమిక పాఠశాల స్థాయి విద్యార్థుల స్వభావం, కుటుంబ నేపథ్యం, సామాజిక సందర్భం మొదలైనవన్నీ పరిగణనలోకి తీసుకొంటూ పాఠశాలను విశ్లేషించాలి.

పాఠ్యపుస్తక రచనలో పాల్గొన్నవారు

డా. నల్ల తిరుపతి నాయుడు, M.Sc., M.A., M.Ed., M.Phil., Ph.D., PGD(Yoga)

లెక్చరర్, జిల్లా విద్యా శిక్షణ సంస్థ, ఒమరవల్లి, శ్రీకాకుళం

శ్రీ కొమ్ముల వెంకట సూర్యనారాయణ, M.Sc., M.Ed.,

లెక్చరర్, జిల్లా విద్యా శిక్షణ సంస్థ, బొమ్మూరు, తూర్పుగోదావరి

శ్రీ యు. మాణిక్యం నాయుడు, M.Sc., M.Ed.,

లెక్చరర్, జిల్లా విద్యా శిక్షణ సంస్థ, వేణుగోపాలపురం, విజయనగరం

డా. ఆర్. బాలాజీ రావు, M.Sc., M.Ed., Ph.D.

లెక్చరర్, జిల్లా విద్యా శిక్షణ సంస్థ, పల్లిపాడు, ఎస్.పి.ఎస్.ఆర్. నెల్లూరు

శ్రీ కె. రాజేంద్ర ప్రసాద్, M.Sc., M.Ed.

లెక్చరర్, జిల్లా విద్యా శిక్షణ సంస్థ, రాయచోటి, వై.ఎస్.ఆర్. కడప

డా. ఎన్. అయ్యుబ్ హుస్సేన్, M.Sc., M.Ed., M.Phil., Ph.D., M.C.A.

లెక్చరర్, జిల్లా విద్యా శిక్షణ సంస్థ, బి. తాండ్రపాడు, కర్నూలు

శ్రీ ఎమ్. ఓబుల్ రెడ్డి, M.Sc., M.Ed., M.Phil.

లెక్చరర్, జిల్లా విద్యా శిక్షణ సంస్థ, బి. తాండ్రపాడు, కర్నూలు

శ్రీ కె. రామసుబ్బా రావు, M.Sc., M.Ed.

లెక్చరర్, జిల్లా విద్యా శిక్షణ సంస్థ, బుక్కపట్నం, అనంతపురం

విషయసూచిక

1.	గణితశాస్త్ర పరిచయం	**1–29**
2.	గణితం – బోధన సూత్రాలు – బోధన పద్ధతులు	**30–99**
3.	లెక్కించుట – సంఖ్యలు – సంఖ్యాప్రక్రియలు	**100–132**
4.	జ్యామితీయ రూపాలు – అంతరాళాలు – నమూనాలు (అమరికలు) – మాపనముల దృశ్యీకరణం	**133–147**
5.	దత్తాంశ నిర్వహణ	**148–165**
6.	పాఠ్యపుస్తకాలు – బోధనపై అవగాహన	**166–189**
7.	తరగతిగది ప్రణాళిక మరియు మూల్యాంకనం	**190–216**

1 గణిత శాస్త్ర పరిచయం

"నేను సంతోషంగా లేనని భావిస్తే, సంతోషం పొందడానికై గణితాన్ని చేస్తాను. నేను సంతోషంగా ఉంటే, ఆ సంతోషం కొనసాగించటానికి గణితం చేస్తాను."

– ఆల్ఫ్రెడ్ రెన్యీ

విషయక్రమం

1.0 లక్ష్యాలు

1.1 పరిచయం

1.2 గణితమంటే ఏమిటి? గణితం నిజజీవితంలో ఎక్కడ? ఏ రూపంలో కన్పిస్తుంది?

1.3 నిత్య జీవితంలో గణిత ఆవశ్యకత మరియు ప్రాముఖ్యత ఏమిటి?

1.4 గణితాన్ని మనం ఎందుకు బోధించాలి?

1.5 గణిత అంశాలు-భావన, ప్రక్రియ, గుర్తు మరియు భాష

1.6 గణితీకరణం

1.0 లక్ష్యాలు

ఈ అధ్యాయాన్ని చదివిన తరువాత ఉపాధ్యాయులు

1. గణితమంటే ఏమిటి? గణితానికి వివిధ గణితవేత్తలు ఇచ్చిన నిర్వచనాలు అవగాహన చేసుకొంటారు.
2. గణిత స్వభావం గూర్చి అర్థం చేసుకొని గణిత స్వభావానికి చెందిన అంశాలు బోధనలో ఏవిధంగా అన్వయించవచ్చో తెలుసుకొంటారు.
3. నిత్యజీవిత గణితానికి, పాఠశాల గణితానికి మధ్యగల వ్యత్యాసాల గూర్చి తెలుసుకొంటారు.
4. గణితాన్ని ఎందుకు బోధించాలో అవగాహన చేసుకొంటారు.
5. గణితీకరణ భావన అవగాహన చేసుకొంటారు.

1.1. పరిచయం

Necessity is the mother of invention (అవసరం ఆవిష్కరణకు తల్లిలాంటిది.) అనే నానుడిని నిజం చేస్తూ మానవుని నిత్యజీవితంలో అవసరాలను తీర్చడానికి పుట్టిన గణితం. దినదినాభివృద్ధి చెందుతూ నేడు ప్రతివ్యక్తికి, సమాజానికి అంతర్భాగమై, విడదీయరాని అనుబంధాన్ని ఏర్పరచుకొంది. అదేవిధముగా విద్య, వైద్య, వ్యాపార, వాణిజ్య, ఆర్థిక, పారిశ్రామిక, సాంకేతిక, రక్షణ వంటి రంగాలలో గణితం అత్యంత ప్రాముఖ్యతను సంతరించుకొంది. నిత్యజీవితంలో కూడా ఉదయం నిద్రలేచింది మొదలు రాత్రి పడుకొనే వరకు ఏదో ఒక విధంగా గణితాన్ని ఉపయోగిస్తూనే ఉన్నాం. అందుకనే ప్రతి ఉపాధ్యాయ విద్యార్థి గణితం గురించి సమగ్ర అవగాహన చేసుకోవాల్సిన అవసరం ఉంది. దానిలో భాగంగా ఈ అధ్యాయంలో గణిత నిర్వచనాలు, గణిత స్వభావం, గణితాన్ని ఎందుకు బోధించాలి? గణితీకరణం వంటి అంశాలు గురించి తెలుసుకొంటారు.

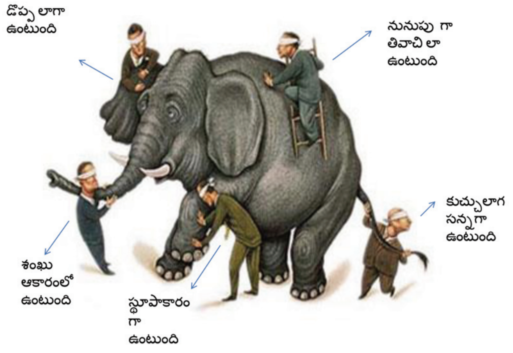
1.2 గణితమంటే ఏమిటి? గణితం నిజజీవితంలో ఎక్కడ, ఏ రూపంలో కన్పిస్తుంది?

1.2.1 గణితమంటే ఏమిటి?

"MATHEMATICS" అనే పదం ప్రాచీన గ్రీక్ భాష అయిన "Manthano", నవీన గ్రీక్ భాష అయిన "Mathaino" అనే పదాల నుండి ఉత్పన్నమైనది. ఈ రెండింటి అర్థం "నేర్చుకోవడం" (To learn). మరొక విధంగా గ్రీకు భాషలో "Manthanein" అంటే నేర్చుకోవడం, "Techne" అంటే ఒక కళగాని, సూక్ష్మపద్ధతిగాని అనే అర్థాన్నిచ్చే పదాలనుంచి "Mathematics" ఉత్పన్నమైనది. కనుక "Mathematics" అనగా విషయాలకు సంబంధించిన వివిధ సూక్ష్మపద్ధతులను నేర్చుకునే కళ అనవచ్చు. "Mathematics" లాటిన్‌భాషలో "ars mathematica" అనే పదంతో సూచిస్తారు. దీని అర్థం గణిత కళ (The mathematical art). అదే విధంగా "Mathematics" కి సమాన సంస్కృత పదం "గణిత", సంస్కృతంలో "గణ్" అనగా గణించుట లేక లెక్కించుట. దీని నుంచే తెలుగులో గణితం అనే పదం ఉద్భవించింది.

1.2.2 గణితం-నిర్వచనాలు

ఏనుగు అంటే ?



ఇప్పుడు గణితానికి వివిధ గణిత శాస్త్రవేత్తలు, విద్యావేత్తలు తమ తమ దృక్కోణాల నుంచి యిచ్చిన నిర్వచనాలను పరిశీలిద్దాం.

★ "గణితమంటే పరిమాణ శాస్త్రం" – అరిస్టాటిల్ (Mathematics is the science of quantity -Aristotle)
వివిధ రకాల **కొలతలను** దృష్టిలో ఉంచుకొని యిచ్చిన నిర్వచనం

★ "గణితమంటే పరోక్ష మాపనం" – అగస్ట్ కోమ్టే (Mathematics is the science of indirect measurement - August Comte)

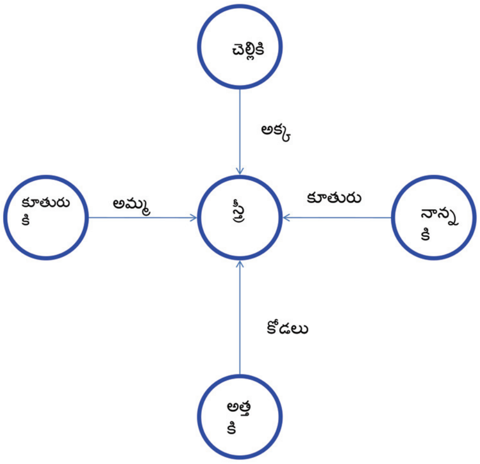
గ్రహాల మధ్యదూరం, అణుపరిమాణం వంటి వాటిని **ప్రత్యక్షంగా** కొలవలేం అని దృష్టిలో ఉంచుకొని యిచ్చిన నిర్వచనం.

★ "గణితమంటే అవసరమైన నిర్ధారణలను రాబట్టే శాస్త్రం" - బెంజిమన్ పియర్స్
(Mathematics is the science that draws conclusions - Benjamin Pierces)

ఆగమన చింతనా విధానం మరియు సిద్ధాంతాలలో **ఉపపత్తులను** దృష్టిలో ఉంచుకొని యిచ్చిన నిర్వచనం.

★ "గణితమంటే వివిధ వస్తువులను ఒకే పేరుతో సూచించే కళ" - హెన్రీపాయిన్‌కేర్

★ "హేతువాదంలో మానవుని మేధస్సు స్థిరపడే మార్గమే గణితం" - లాక్



సేకరించండి : 1. గణితం గురించి ఇతర విద్యావేత్తలు/గణిత శాస్త్రవేత్తలు యిచ్చిన నిర్వచనాలు సేకరించండి.
ఆలోచించండి: 2. నిర్వచనాలన్నింటిని పరిశీలించిన పిదప "గణితం" గురించి మీదైన శైలిలో నిర్వచనాన్ని యివ్వండి.

1.2.3 గణితం-స్వభావం

పై నిర్వచనాలన్నింటిని అర్థం చేసుకొన్న తరువాత గణిత స్వభావానికి చెందిన అంశాలను ఉపాధ్యాయ విద్యార్థి అవగాహన చేసుకొని వాటిని బోధనలో అన్వయింపచేయాలి.

1. గణితంలో భావనలు ఒకదానిపై మరొకటి ఆధారపడతాయి:

గణితంలో అంశాలు ఒకదానిపై మరొకటి ఆధారపడతాయి. అందుకే గణితాన్ని భావనల నిచ్చెన పద్ధతి (Concept Ladder Process) లో బోధించాలి.

ఉదాహరణకు సంఖ్యామానం-సంజ్ఞామానం బోధించిన తర్వాత సంకలనం; సంకలనం బోధించిన తరువాత గుణకారం బోధించాలి.

బోధనలో అన్వయం : గణితభావనలు బోధించేటప్పుడు గణిత స్వభావానికి చెందిన ఈ అంశాన్ని దృష్టిలో ఉంచుకొని బోధించాలి. అంతేకాకుండా ఒక విద్యార్థి ఏదైనా గణిత భావనను అవగాహన చేసుకోవడంలో వెనుకబడినట్లైతే దానికి కారణం దానిపై ఆధారపడిన ముందు అంశాల బోధన సమయంలో హాజరుకాకపోవడం లేదా వాటిపట్ల సమగ్ర అవగాహన లేదేమో పరిశీలించాలి. ఆ లోపాన్ని సరిచేయాలి.

2. అమూర్తలక్షణం:

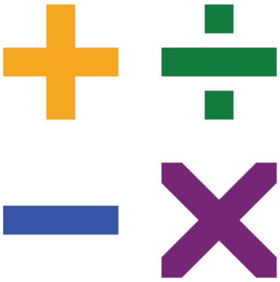
గణితానికి ఉండే మరొక స్వభావం అమూర్త లక్షణం. ఉదాహరణకు రెండు పుస్తకాలను చూడగలుగుతాం కాని దానిలో రెండు అనే దానిని చూడలేం. అందుకే రెండు అనేది ఒక అమూర్త భావన, అనగా సంఖ్య ఒక అమూర్త భావన. ఎప్పుడైతే సంఖ్య అమూర్త భావన అయిందో, ఆ సంఖ్యతో నిర్వహించే పరిక్రియలు కూడా అమూర్త భావనలే. కనుక మూర్త భావనల నుండి అమూర్త భావనల దిశగా బోధనను కొనసాగించాలి.

బోధనలో అన్వయం : ఉదాహరణకు రెండుకు మూడు కలపడానికి రెండు గోళీలు, మూడు గోళీలు చూపించి వాటి మొత్తం ఐదు గోళీలని చెప్పించి అందుండి రెండు, మూడుల మొత్తం ఐదు అని రాబట్టాలి.

3. సరిచూసుకొనే అవకాశం:

గణిత సమస్యలను సాధించిన తరువాత ఫలితాలను సరి చూసుకొనే అవకాశం ఉంది. ఉదాహరణకు 521 నుంచి 285ను తీసివేయగా ఫలితం 236. ఈ ఫలితం సరియైనదా, కాదా అని తెలుసుకోవడానికి 285కి 236 కలిపి సరిచూసుకోవచ్చు.

బోధనలో అన్వయం : విద్యార్థి సాధించిన సమస్యకు అప్పటికప్పుడు సరిచూసుకోవడం ద్వారా పునర్బలనం చెందుతాడు.



4. గణిత శాస్త్ర సంకేతాలు:

గణితశాస్త్రం ప్రత్యేకమైన సంకేతాలను కలిగి ఉంటుంది. ఈ ప్రత్యేకమైన సంకేతాలు కలిగిన భాషనుపయోగించి గణితాంశాలను సరళంగా సూచించవచ్చు.

ఉదాహరణకు ఒక వేయి ఆరువందల పదిహేను, తొమ్మిది వందల తొంభై తొమ్మిది కన్నా పెద్దది. దీనిని $1615 > 999$ అని సాంకేతికంగా సూచిస్తాం.

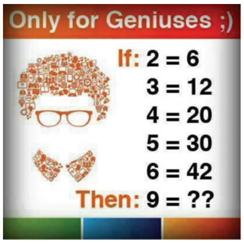
బోధనలో అన్వయం : వీలైన ప్రతి సందర్భంలోను సంకేతాలను ఉపయోగించడం ద్వారా గణితంలోని సౌలభ్యాన్ని విద్యార్థులు గ్రహిస్తారు.

5. గణితం తార్కికమైంది:

గణితం తర్కంతో ముడిపడి ఉంది. తర్కమే గణితానికి పునాది.

ఉదాహరణకు ఎనిమిది, ఐదు కన్నా పెద్దది; ఐదు, మూడు కన్నా పెద్దది కనుక ఎనిమిది, మూడు కన్నా పెద్దది.

బోధనలో అన్వయం : గణితానికి గల ఈ తార్కిక స్వభావాన్ని ఉపయోగించి బోధించటం ద్వారా విద్యార్థులలో తార్కిక ఆలోచనలు వృద్ధిచేయవచ్చు.



6. ఆగమనహేతువాదం:

గణితంలో చాలా అంశాలు ఆగమన హేతువాదం ద్వారానే కనుగొనబడ్డాయి. ఆగమన హేతువాదం అనగా ఒక విషయాన్ని అనేక సార్లు పరిశీలించినప్పుడు ఒకే ఫలితాన్ని పొందితే అటువంటి మిగతా సందర్భాలలో కూడా అదే ఫలితాన్ని పొందుతామనే నిర్ధారణకు రావడాన్నే ఆగమన హేతువాదం అంటారు.

ఏవైనా రెండు బేసి సంఖ్యలు తీసుకొండి. ఉదాహరణకు 3, 7. వాటి మొత్తం కనుగొందాం. ఫలితం 10. వచ్చిన ఫలితం సరిసంఖ్య. మరో ఉదాహరణ 5, 13 వాటి మొత్తం 18. ఇది కూడా సరిసంఖ్యే. ఇటువంటి మరికొన్ని

ఉదాహరణల సాయంతో ఏ రెండు బేసిసంఖ్యల మొత్తమైనా సరిసంఖ్యే అని నిర్ధారణకు రావడాన్నే ఆగమన హేతువాదం అంటారు.

<u>ముఖ్యగమనిక:</u> ఆగమన హేతువాదం ప్రకారం నిర్ధారణకు వచ్చేముందు ఆ అంశాన్ని గణితానుగమన సిద్ధాంతం/నిగమన విధానంలో పరీక్షించి నిర్ధారణకు రావాలి.

ఉదాహరణ-1: ఏ రెండు ప్రధాన సంఖ్యల మొత్తమైనా సరిసంఖ్య. ఈ సాధారణీకరణం అన్ని ప్రధాన సంఖ్యలకు వర్తిసుందా అనేది పరిశీలిస్తే ఆ రెండు ప్రధాన సంఖ్యలలో ఒకటి తప్పనిసరిగా "2" కాకూడదు.

ఉదాహరణ-2: 'n' యొక్క అన్ని సహజ సంఖ్యలకు "n^2-n+41" ఒక ప్రధాన సంఖ్య ($\forall n \in N$, n^2-n+41 ఒక ప్రధాన సంఖ్య) ఈ విషయంలో కూడా n = 1, 2, 3, ... 40 వరకు n^2-n+41 విలువ ప్రధాన సంఖ్య అవుతుంది. కాని n=41 అయినప్పుడు $n^2-n+41=41^2-41+41=41^2$, ఒక సంయుక్త సంఖ్య.

బోధనలో అన్వయం : గణితంలో చాలా అంశాలు ఆగమనహేతువాద పద్ధతిలో బోధించి విద్యార్థులకు ఆయా భావనలపై అవగాహన కలిగించవచ్చు. ఉదాహరణ 1. దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యసూత్రం; 2. త్రిభుజంలోని మూడు కోణాల మొత్తం 180^0.

7. నిగమనహేతువాదం:

నిగమనహేతువాదం అనేది అనిర్వచిత పదాలు, స్వీకృతాలు, నిరూపించబడిన సత్యాలు, ఆగమన హేతువాద విధానంలోని నిరూపణల వంటి అంశాలపై ఆధారపడుతుంది.

ఉదాహరణకు ఒక త్రిభుజంలో రెండు కోణాలు 60^0, 75^0 అయిన మూడవ కోణమెంత? దీనికి మనం త్రిభుజంలోని మూడు కోణాల మొత్తం 180^0 అనే సత్యాన్ని ఆధారంగా చేసుకొని 180^0ల నుంచి 60^0, 75^0లను కలుపగా వచ్చిన 135^0 లను తీసివేసి 45^0గా చెప్తాం.

బోధనలో అన్వయం : గణితంలో చాలా సమస్యలను నిగమన హేతువాదాన్ని ఉపయోగించుకొని సాధిస్తాం.

8. కచ్చితత్వం (Accuracy):

గణితమంటేనే కచ్చితత్వంగా భావించవచ్చు. గణితంలో సందిగ్ధతకు అవకాశం లేదు. గణిత ఫలితాలు పరిస్థితులకు అనుగుణంగానో, అభిప్రాయాలకు అనుగుణంగానో మారే అవకాశం లేదు.

ఉదాహరణకు 2, 5 ల మొత్తం 7. ఈ ఫలితం ఎవరు చెప్పినా అదే సమాధానం వస్తుంది.

బోధనలో అన్వయం : గణితానికి ఉన్న ఈ కచ్చితత్వం వల్ల సమస్యలను ఆత్మవిశ్వాసంతో సాధించవచ్చు.

9. సహసంబంధం:

విద్యాప్రణాళికలోని పాఠ్యవిషయాలను ఒకదానితో ఒకటి సంబంధపరచి బోధించడాన్ని సహసంబంధం లేదా పరస్పర సంబంధం అని అంటాం.

> "ఏదైనా ఒక విషయంలోని సమస్యను మరొక విషయంతో పరిష్కరించడమే సహసంబంధం"
>
> – బ్రాడ్‌ఫోర్ట్

గణితం – సహసంబంధ రకాలు: గణితం సహసంబంధం రెండు రకాలుగా వర్గీకరించవచ్చు

అవి 1) బాహ్యసహసంబంధం   2) అంతర్గత సహసబంధం

గణితానికి నిత్య జీవితాంశాలతో సంబంధం, ఇతర పాఠ్యవిషయాలతోగల సంబంధాన్ని బాహ్యసహసంబంధం అంటాం. గణితంలోని వివిధ శాఖల మధ్య, ఒకే శాఖలోని వివిధ అంశాల మధ్య గల సంబంధాన్ని అంతర్గత సహసంబంధం అంటాం. వీటిని పట రూపంలో ఈ కింది విధంగా సూచించవచ్చు.

గణితం – సహసంబంధం

- బాహ్య సహసంబంధం
  - గణితానికి నిత్యజీవితాంశాలతో గల సహసంబంధం (గృహం/ పాఠశాల/వృత్తి/వ్యాపారం మొ॥నవి)
  - గణితానికి ఇతర పాఠ్యవిషయాలతో గల సహసంబంధం (భాష/ విజ్ఞానశాస్త్రం/సాంఘికశాస్త్రం/ వ్యాయామవిద్య/కళావిద్య మొ॥నవి
- అంతర్గత సహసంబంధం
  - గణితంలో వివిధ శాఖల మధ్య సహసంబంధం (అంకగణితం/రేఖాగణితం/ బీజగణితం మొ॥నవి)
  - గణితంలో ఒకే శాఖలో గల అంశాల మధ్య సహసంబంధం (అంకగణితంలో భిన్నాలు, శాతాలు, లాభనష్టాలు మొ॥నవి)

> **ఆలోచించండి మరియు చర్చించండి:** గణిత స్వభావానికి చెందిన అంశాలు ఇంకా ఏమైనా ఉంటాయేమో ఆలోచించండి. వాటిని బోధనలో ఏవిధంగా అన్వయించి బోధించవచ్చో చర్చించండి.

1.2.4 గణితం నిజజీవితంలో ఎక్కడ, ఏ రూపంలో కన్పిస్తుంది?

1. వంటగదిలో గణితం: ఉదయం నిద్ర లేచింది మొదలు, గృహిణులు వివిధ వంటలు / వంటకాలు తయారీలో ఎంతమందికి, ఎలా, ఏది, ఎంత అనే పరిమాణాల విషయంలో అనునిత్యం గణితాన్ని ఉపయోగిస్తున్నట్లు తెలియకనే ఉపయోగించటం గమనించవచ్చు.

ఉదాహరణ–1 : కాఫీ తయారీలో తగిన పరిమాణంలో పాలు, పంచదార, కాఫీపౌడర్‌ల వినియోగం.

ఉదాహరణ–2 : కుటుంబసభ్యుల సంఖ్యనుబట్టి ఏయే వంటకాలలో ఏయే సరుకులు / దినుసులు ఎంత పరిమాణంలో వాడాలి అనే అంచనా.

ఉదాహరణ–3 : కిరాణా, కూరగాయల దుకాణాలలో వస్తువుల పరిమాణాలు/ధరలు.

2. తోటపని : ఇంటిచుట్టూ పెంచే గార్డెన్, మొక్కల విషయంలో గణితాన్ని ఉపయోగిస్తాం. ఏ మొక్కలను ఎంత ఎత్తువరకు ఎదిగిన అనంతరం సమతలంగా వచ్చేలా కత్తిరించాలి, గుబురుగా ఉన్న మొక్కలను వివిధ ఆకారాలలో కత్తిరించాలి,

తోటలో ఒక వరుసలో ఎన్ని మొక్కలు నాటాలి, మొక్కకు మొక్కకు మధ్య ఎంత దూరం ఉంచాలి, కీటకనాశనులు, ఎరువులు వాడవలసిన మోతాదులు వంటి అన్ని విషయాల్లో గణితం కన్పిస్తుంది.

3. వివిధ వృత్తులు : వడ్రంగి, కమ్మరి, కుమ్మరి, తాపీపని, టైలరింగ్, అద్దకం, రంగులు వేయడం వంటి అనేక వృత్తులలో వారి అవసరాలకు తగిన విధంగా గణితాన్ని ఉపయోగిస్తారు.

4. ప్రయాణాలు : ప్రయాణాలకు సంబంధించి ఎంత దూరం ప్రయాణించాలి; ఎంత సమయం తీసుకుంటుంది, ఏ ఏ వాహనాలు ఉపయోగిస్తే ఎంత సమయం పడుతుంది, ఎంత ఖర్చు చేయాల్సి ఉంటుంది. ఇత్యాది విషయాలన్నిటిలో గణితం ఉపయోగిస్తాం.

5. బ్యాంకింగ్ రంగం : బహుశా గణితాన్ని ఎక్కువగా ఉపయోగించటం బ్యాంకింగ్ రంగంలో కనిపిస్తుంది అని చెప్పవచ్చు. సొమ్మును డిపాజిట్ చేయు, విత్‌డ్రా చేయు సందర్భాలలో గణితాన్ని ఉపయోగిస్తాం. ఫిక్స్‌డ్ డిపాజిట్, రికరింగ్ డిపాజిట్, సేవింగ్స్‌పై వచ్చే వడ్డీ శాతం, డిమాండ్ డ్రాఫ్ట్, డిమాండ్ డ్రాఫ్ట్‌పై కమిషన్ వంటి అనేక అంశాలలో గణితం ఇమిడిఉంది.

6. కళలు: నిత్యజీవితంలో రకరకాల కళలు సాధన చేస్తాం. ఉదాహరణకు సంగీతం, నృత్యం, నాట్యం, శిల్పకళ, చిత్రకళ మొదలైనవాటిలో కచ్చితంగా గణితాంశాలు యిమిడి ఉంటాయి.

ఉదా: 1. సంగీతంలో సప్తస్వరాలు
2. చిత్రలేఖనంలో వివిధ సైజులలో (నెంబర్లు) కుంచెలు
3. శిల్పకళలో సౌష్ఠవత
4. నృత్యంలో భంగిమలు.

ఇదేవిధంగా అనేక సందర్భాలలో గణితం వినియోగంలో ఉంది. (గణితం గురించి మహావీర ఇచ్చిన అంశాలు)

7. తొమ్మిదో శతాబ్ద కాలం ప్రారంభంలో మైసూరు ప్రాంతంలోని ప్రసిద్ధ గణితశాస్త్రవేత్త మహావీరాచార్యులు అప్పటి వరకు వృద్ధిచెందిన గణితశాస్త్రాన్ని క్రోడీకరించి, కొత్తవిషయాలను కలిపి రచించిన గ్రంథం 'గణితసారసంగ్రహం'. అందులో 'గణితశాస్త్ర ప్రశంస' అని ప్రారంభంలోనే ఇచ్చిన శ్లోకాలు గణితం ఏ ఏ శాస్త్రాల్లో ఉపయోగపడుతున్నదో పేర్కొన్నారు.

'లౌకికే వైదికే వాపి ......

...... తత్సర్వం గణితేన వినానహి' అని పేర్కొన్న 8 శ్లోకాల్లో లౌకికం, వైదికం, ధార్మికక్రియలు, కామశాస్త్రం, అర్థశాస్త్రం, సంగీత, నాటకాలు, పాకశాస్త్రం, వైద్య, మస్తు నిర్మాణాది శాస్త్రాలు; ఛందశ్శాస్త్రం, తర్క, వ్యాకరణాలు, విభిన్న కళలు, గ్రహగతులు, గ్రహణాలు గ్రహకూటములు, దిక్, దిశా, కాలనిర్ణయాలు, చంద్రసంచారం, ద్వీప, సముద్ర పర్వతాల గణన, భవన, భువన వివరాలు, సర్వలోకవిషయాలు, వివిధ ప్రమాణాలు జీవుల ఆకృతులు, ఆయువులు మొదలైన అనేక విషయాలలో గణితం ఏ రకంగా ఉపయోగపడుతున్నదీ ప్రస్తావిస్తూ 'ఇన్ని మాటలెందుకు? త్రిలోకాల్లో సకల చరాచరాల్లో ఏ వస్తువునూ గణిత ప్రమేయం లేకుండా అస్తిత్వమే లేదు' అని నొక్కి వక్కాణించారు.

(రిఫరెన్స్: మహావీరాచార్యుని గణితసార సంగ్రహం – "సారమతి" తెలుగు వ్యాఖ్యాన సహిత అనువాదం – విద్వాన్ తిన్నేటి, తెలుగు అకాడమి – 2003)

1.3 నిత్య జీవితంలో గణిత ఆవశ్యకత, ప్రాముఖ్యత; నిత్యజీవిత గణితానికి, పాఠశాల గణితానికి మధ్య గల వ్యత్యాసాలు

1.3.1 నిత్యజీవితంలో గణిత ఆవశ్యకత, ప్రాముఖ్యత

1. ఉదయం నిద్రలేవడమే సమయాన్ని చూచుకొని లేస్తాం. లేచినప్పటి నుంచి కుటుంబ సభ్యులు అందరూ గణితాన్ని పరోక్షంగా (తాము గణితాన్ని ఉపయోగిస్తున్నామనే భావన లేకుండా) ఉపయోగిస్తారు. తల్లి ఆ రోజు పాలు ఎన్ని లీటర్లు అవసరం, పిల్లలకు కావల్సిన అల్పాహారానికి ఎంత పరిమాణంలో ఏ ఏ వస్తువులు సేకరించుకోవాలి మొదలైనవి; పిల్లలు, ఏ సమయానికి బడికి వెళ్ళటానికి బస్సు వస్తుంది, ఆ సమయంలోపు కాలకృత్యాలు తీర్చుకోవడానికి తదనుగుణంగా సమయాన్ని కేటాయించుకొని పూర్తిచేసుకోవడం; తండ్రి ఆ రోజు ఏ ఏ అవసరాలకు ఎంత ఖర్చు చేయాల్సి ఉంటుంది, దానికి సిద్ధపడడం ఇట్లా కుటుంబంలోని సభ్యులందరికీ గణిత ఆవశ్యకత ఉంది.

2. పిల్లలు బడికి వెళ్ళిన తరువాత వివిధ సందర్భాలలో గణితాన్ని ఉపయోగిస్తారు. కాలనిర్ణయ పట్టిక ప్రకారం ఆయా విషయాలను గ్రహిస్తారు. మధ్యాహ్న భోజనానికి నిర్ణీత సమయం; సాయంత్రం ఆటలు ఆడుకునేటప్పుడు ఆటలకు సంబంధించిన నియమాలు; ఆటలలో పొందిన స్కోర్ ఇవన్నీ గణితాంశాలే.

3. వివిధ రకాల వ్యాపారాలు చేసేవారు ఉదాహరణకు కూరగాయలు, పండ్లు, కిరాణా, పాల వ్యాపారులు ఇట్లా ప్రతి వ్యాపారికి అనునిత్యం పెట్టవలసిన పెట్టుబడి, అమ్మకం సొమ్ము లాభం లేదా నష్టం లెక్కించుకుంటారు.

4. కుమ్మరి, కమ్మరి, కంసాలి, వడ్రంగి, తాపీమేస్త్రీ, దర్జీ, పెయింటర్, ప్లంబర్ ఇట్లా అన్ని రకాల వృత్తుల్లో ఉన్నవారికి కొలతలు, జ్యామితీయ ఆకారాలు, సౌష్ఠవం, నిష్పత్తులు, వైశాల్యం, ఘనపరిమాణం మొదలైన గణితభావనల ఆవశ్యకత ఉంది.

5. విద్యార్థులు, పెద్దవారు, గృహిణులు ఖాళీసమయాలలో వినోదం కొరకు గణిత పజిల్స్, సుడోకు, మాయాచదరాలు, గణితంలో అపరిష్కృత సమస్యలను ఆలోచించి సాధించుట ద్వారా ఆనందాన్ని పొందుతారు.

6. వాణిజ్యపరమైన రవాణా, పోస్టల్, బ్యాంకింగ్, ఇన్సూరెన్స్, రియల్ఎస్టేట్ వంటి రంగాలలో అనునిత్యం గణితం ఆవశ్యకత ఉంది. సేవింగ్స్‌పై వడ్డీ, చక్రవడ్డీ, రికరింగ్ డిపాజిట్స్‌పై వడ్డీ, ఫిక్స్‌డ్ డిపాజిట్స్‌పై వడ్డీ వంటివి బ్యాంకింగ్ రంగంలో గణితాన్ని వినియోగిస్తే; ఏ ఖరీదు గల స్టాంప్స్ ఉండాలి? బరువుకు అనుగుణంగా అతికించవలసిన స్టాంపుల ఖరీదు, మనీఆర్డర్‌కి కమిషన్; గ్రామీణ తపాల జీవితభీమాపై వడ్డీ; ప్రజా భవిష్యనిధికి వడ్డీ వంటివి పోస్టల్ రంగంలో వినియోగిస్తారు. ఇన్సూరెన్స్ రంగంలో ఏ ఏ రకాల ఇన్సూరెన్స్‌లకు ఎంతెంత ప్రీమియం చెల్లించాలో పరిణితి చెందిన తరువాత చెల్లించాల్సిన మొత్తం ఇటువంటివి అన్ని గణితాంశాలే. రియల్ ఎస్టేట్ రంగానికొస్తే స్థలం చదరపు గజం విలువ, స్థల విస్తీర్ణం; అపార్ట్‌మెంట్‌లో అనుమతిపొందిన ఫ్లోర్స్, నిర్మాణ నియమాలు ఇవన్నీ గణితపరమైనవే.

7. వాతావరణ వివరాలు, వర్షపాత వివరాలు, తుఫాను హెచ్చరికలు వీటన్నంటిలోనూ గణితం అవసరం ఉంది.

1.3.2 నిత్యజీవితంలోని గణితానికి, పాఠశాల గణితానికి మధ్య గల బేధం

నిత్య జీవితంలో గణితాన్ని అప్రయత్నంగా (Spontaneous) క్రమబద్ధంగా కాకుండా అవసరానికి అనుగుణంగా ఉపయోగించటం జరుగుతుంది. అదే పాఠశాల గణితంలో ఒక క్రమపద్ధతిని అనుసరించి ఉపాధ్యాయుని పర్యవేక్షణలో సాగుతుంది.

పాఠశాల గణితంలో గుర్తులు, సంకేతాలు, పారిభాషిక పదాలు గణితభాష వంటి వాటిని ఉపయోగిస్తాం. అదే నిత్యజీవిత గణితంలో గుర్తులు, సంకేతాలు, పారిభాషిక పదాలు, గణిత భాషను ప్రత్యేకంగా ఉపయోగించడం కాకుండా నిత్యజీవితంలో వాడుకొనే భాషతో గణితాన్ని ఉపయోగించడం జరుగుతుంది.

పాఠశాల గణితంలో కొన్ని అంశాలు ప్రత్యేకంగా పై తరగతులలో గణితాన్ని అవగాహన చేసుకోవడానికి తోడ్పడే విధంగా రూపొందించబడతాయి. అయితే నిత్యజీవిత గణితంలో అటువంటి అంశాలు కనిపించవు.

పాఠశాల గణితంలో నేర్చుకొనే కసాగు, గసాభా, వైశాల్య సూత్రాలు, ఘనపరిమాణ సూత్రాలు మొదలగునవి నిత్యజీవితంలో ఉపయోగించుకొని అనేక సమస్యలను పరిష్కరించుకొంటాం. అయితే ఆ భావనలు తెలియకుండానే ఆయా వృత్తుల వారు అనుభవంతో ఆ సమస్యలను పరిష్కరించుకొంటారు.

పాఠశాల గణితంలో ముఖ్యంగా లిఖిత గణనలకు ఎక్కువ అవకాశముంటుంది. మౌఖిక గణనలకు ప్రాధాన్యత తక్కువ ఉంటుంది. అయితే నిత్యజీవిత గణితంలో మౌఖిక గణనలకు ఎక్కువగా అవకాశముంటుంది. తక్కువ ప్రాధాన్యత లిఖిత గణనలకు ఉంటుంది.

పాఠశాల గణితంలో అభ్యసన అనుభవాలకు ముఖ్యంగా ఉపాధ్యాయులు, సహచర విద్యార్థులు, పరిసరాలు ప్రాముఖ్యత వహిస్తే, నిత్య జీవిత గణితంలో వివిధ సందర్భాలు, వ్యక్తిగత అనుభవాలు, సమాజం నుండి గ్రహించడం ప్రాముఖ్యత వహిస్తాయి.

1.4 గణితాన్ని మనం ఎందుకు బోధించాలి?

1.4.1 గణితాన్ని మనం ఎందుకు బోధించాలి అనే అంశాన్ని ఒక ఉదాహరణతో పోల్చి అవగాహన చేసుకోవడానికి ప్రయత్నిద్దాం

ఉదాహరణ–1 ఉదాహరణ–1

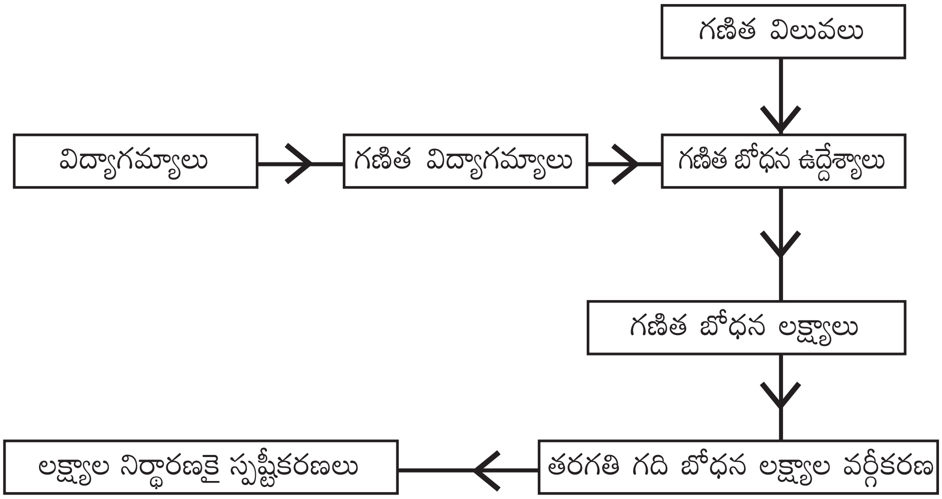
సోపానాలు	I.AS.సాధించడం	గణితం బోధించుట
విలువ	★ గొప్పహోదా ★ ప్రజల అవసరాలు తీర్చే అవకాశం ★ మంచి విలువ	గణిత బోధనా విలువలు ఉదా: 1.ప్రయోజన విలువ 2. సాంస్కృతిక విలువ 3. క్రమశిక్షణ విలువ, 4.సౌందర్యవిలువ, 5.వినోదపు విలువ వగైరా.
ఉద్దేశ్యం	I.A.S.కి మంచి విలువ/ప్రయోజనం ఉంది కనుక సాధించాలన్న ఉద్దేశ్యం ఏర్పరుచుకొంటాం.	విలువలు/ప్రయోజనాల దృష్ట్యా గణితబోధన చేస్తాం. అవే గణిత బోధనోద్దేశ్యాలు.

లక్ష్యాలు	ఈ ఉద్దేశ్యం చేకూరాలంటే కొన్ని లక్ష్యాలను ఏర్పరచు కొంటాం. అవి. 1.డిగ్రీ ఉత్తీర్ణులగుట. 2. I.A.S. ప్రిలిమినరీ ఉత్తీర్ణులగుట. 3. I.A.S. మెయిన్‌కి అర్హత. 4. I.A.S. మెయిన్స్ ఉత్తీర్ణులై ఇంటర్వ్యూ అర్హత పొందుట. 5. ఇంటర్వ్యూలో విజయం పొంది I.A.S.కి ఎంపికగుట	ఈ ఉద్దేశ్యాలు చేకూరడానికి కొన్ని లక్ష్యాలను ఏర్పరచుకొంటాం. అవి 1.ప్రాథమిక స్థాయి గణిత బోధన లక్ష్యాలు 2. ప్రాథమికోన్నత స్థాయి గణిత బోధన లక్ష్యాలు 3. ఉన్నతస్థాయి గణిత బోధనలక్ష్యాలు
నిర్దిష్ఠ బోధన లక్ష్యాలు	ఈ లక్ష్యాల కనుగుణంగా 1.డిగ్రీలో ఐచ్ఛికాంశాలు ఎంపిక చేసుకొనుట. 2. ప్రిలిమినరి, మెయిన్స్‌కి తగిన శిక్షణ, అభ్యాసం పొందుట. 3. ఇంటర్వ్యూకి మెళకువలు తెలుసుకొనుట	ప్రతిస్థాయిలోని లక్ష్యాలను సాధింప చేయటానికి నిర్దిష్ఠ లక్ష్యాలను ఏర్పరచుకొనుట.
నిర్దిష్ఠ లక్ష్యాల సాధన గుర్తించడమెలా?	డిగ్రీ పరీక్షలో ఉత్తీర్ణతా పత్రం ప్రిలిమినరీ పరీక్షలో ఉత్తీర్ణత మెయిన్స్ పరీక్షలో ఉత్తీర్ణత ఇంటర్వ్యూలో పొందిన మార్కుల ఆధారంగా ఎంపిక పత్రం	నిర్దిష్ఠ లక్ష్యాలు సాధించారో లేదా తెలుసుకోవడానికి విద్యార్థిలో కలిగే ప్రవర్తనా పరివర్తనలు పరిశీలించటం ద్వారా తెలుసుకోవచ్చు. వీటినే స్పష్టీకరణలు అంటారు.

ఇప్పుడు మరింత వివరంగా గణిత విలువ, ఉద్దేశ్యం, లక్ష్యం, స్పష్టీకరణల గురించి తెలుసుకుందాం.

విద్యాధ్యేయాలు అనేవి విద్యావేత్తలతో రాజకీయ, సామాజిక, ఆర్థిక అంశాల ఆధారంగా నిర్ణయింపబడతాయి. ఇవి విద్యార్థుల సంపూర్ణమూర్తిమత్వానికి, వ్యక్తిత్వ వికాసానికి దోహదపడతాయి. వీటినే విద్యాగమ్యాలు (Education Goals) అనికూడా అనవచ్చు. ఇవి సుదీర్ఘకాలంలో సాధింపబడేవి. వీటిని సాధింపచేయాలంటే విషయవారీ గమ్యాలు ఏర్పరచుకోవాలి (Goals of Maths Education, Goals of Science Education...). ఇవి కూడా సుదీర్ఘకాలంలో సాధింపబడేవి కనుక ఇవి విషయవారీ ఉద్దేశ్యాలుగా విడగొట్టబడతాయి. ఇవి ఆ విషయ విలువలపై ఆధారపడతాయి. వీటిని నిర్ణీతకాలంలో సాధించబడేవిగా చెప్పవచ్చు. వీటిని సిద్ధింపచేయడానికి చిన్న, చిన్న ఆచరణాత్మక కార్యక్రమాలుగా

తరగతిగదిలో బోధనాలక్ష్యాలుగా విభజించుకుంటాం. ఈ బోధనాలక్ష్యాలు విద్యార్థులలో ప్రవర్తనా పరివర్తనలుగా బహిర్గతమౌతాయి. వీటినే స్పష్టీకరణలు అంటారు. వీటన్నింటినీ పటరూపంలో ఈకింది విధంగా సూచించవచ్చు.



విద్యాగమ్యాలు : జీవితానికి సిద్ధం చేయటం మాత్రమే విద్య యొక్క గమ్యం కాదు, జీవితమే విద్య. విద్య యొక్క గమ్యం విద్యార్థుల అంతరంగాన్ని బహిర్గతంచేయడం మాత్రమే కాదు, ప్రపంచాన్ని ఎదుర్కొనే విధంగా తయారుచేయడం.

గణిత విద్యాగమ్యాలు : ప్రాథమికస్థాయిలో గణిత విద్య యొక్క ముఖ్యగమ్యం పిల్లల ఆలోచనా ప్రక్రియలను గణితీకరించడం. డేవిడ్ వీలర్ మాటలలో చెప్పాలంటే, గణితం గురించిన ఎన్నో విషయాలు తెలుసుకొనే కన్నా ఏవిధంగా గణితీకరించాలి అనే విషయం తెలుసుకోవడం ఎంతో ఉపయోగకరం. అదేవిధంగా ప్రాథమికస్థాయి గణిత విద్యాగమ్యాలను రెండు రకాలుగా జార్జిపోల్యా వర్గీకరించారు.

1. సంకుచిత గమ్యాలు, 2. ఉన్నత గమ్యాలు

గణిత విద్య యొక్క సంకుచిత గమ్యాలు సంఖ్యాపరమైనవి. పాఠశాల గణిత విద్య యొక్క సంకుచిత గమ్యం ఉపయోగకర సామర్థ్యాలు అభివృద్ధి చేయడం. ముఖ్యంగా సంఖ్యా సంబంధమైనవి అనగా సంఖ్యలు, సంఖ్యాప్రక్రియలు, కొలతలు, దశాంశాలు, శాతాలు మొదలైనవి. సంకుచిత గమ్యాలు అనేవి విద్యార్థులను సాంఘిక మరియు ఆర్థికాభివృద్ధికి తోడ్పడే జీతగాళ్ళుగా తయారుచేసేవి.

ఇక గణిత విద్య ఉన్నతగమ్యాలు గమనిస్తే, పిల్లల్లో అంతర్గత శక్తుల అభివృద్ధి. దీనిలో ఆలోచన, గణితపరంగా వివేచన, తార్కిక నిర్ధారణకురావడం, అమూర్తత్వాన్ని అర్థం చేసుకోవడం మొదలగువాటిని గమనించవచ్చు.

NCF-2005 పాఠశాల గణితం – దార్శనికత

1. పిల్లలు గణితమంటే భయంపోయి, ఆనందిస్తూ గణితాన్ని అభ్యసిస్తారు.
2. పిల్లలు గణితంలో సూత్రాలు, యాంత్రిక పద్ధతులకన్నా ముఖ్యమైన అంశాలుంటాయని తెలుసుకొంటారు.
3. పిల్లలు గణితాన్ని భావవ్యక్తీకరణ సాధనంగానూ, మాట్లాడుకోవడానికి, చర్చించుకోవడానికి, కలిసి పనిచేయడానికి, తోడ్పడే విషయంగా చూస్తారు.

4. పిల్లలు అర్థవంతమైన సమస్యలు రూపొందిస్తారు / సాధిస్తారు.
5. పిల్లలు గణితంలో సంబంధాలు కనుక్కోవడానికి, అంతర్గత నిర్మాణాలు తెలుసుకోవడానికి, కార్యకారణ విచారణకు, ప్రవచన సత్యాసత్యవిలువలు నిర్ధారించడానికి అమూర్త భావనలను ఉపయోగిస్తారు.

NCF-2005, APSCF-2011 సూచించిన గణిత బోధన ఉద్దేశ్యాలు (సాధారణ):

1. గణితం నేర్చుకోవడం పిల్లల హక్కు.
2. పిల్లలందరికి గణితాభ్యసనం ఆనందంగా జరగాలి.
3. పిల్లలు బట్టీపట్టడం గాకుండా అన్వేషణ, పరిశీలన ద్వారా గణిత భావనలు గ్రహించి నిర్ధారించడం, సాధారణీకరించడం ద్వారా గణిత జ్ఞానాన్ని నిర్మించుకోవడం జరగాలి.
4. నేర్చుకున్న జ్ఞానాన్ని నిత్యజీవిత సందర్భాలలో సమర్థవంతంగా వినియోగించుకోవాలి.
5. గణిత బోధనాభ్యసనం సాధారణ జీవితానికి మాత్రమే ఉపయోగపడటం కాకుండా "గణితీకరణ"కు దారితీసేలా ఉండాలి.

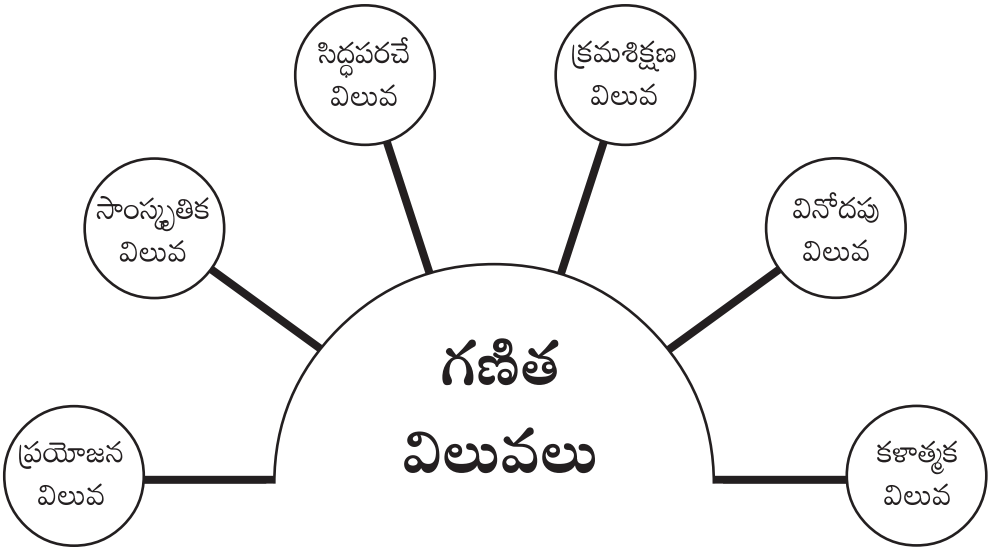
గణిత బోధన ఉద్దేశ్యాలు (ప్రత్యేకం):

ప్రతి విషయానికి కొన్ని బోధన విలువలుంటాయి. అదే విధంగా గణితానికి కొన్ని విలువలు ఉన్నాయి. గణిత శాస్త్రజ్ఞులు విశాల దృక్పథంతో ఆలోచించి వివిధ రకాలుగా వర్గీకరించారు. వాటిలో ముఖ్యమైనవి 1. ప్రయోజన విలువ, 2. సాంస్కృతిక విలువ, 3. సిద్ధపరిచే విలువ, 4. క్రమశిక్షణ విలువ, 5. వినోదపు విలువ, 6. కళాత్మక విలువలుగా పేర్కొనవచ్చు. ఈ గణిత విలువలను విద్యార్థులలో ఆశించి గణితాన్ని బోధిస్తాం. ఈ విలువలు గణితబోధన పూర్తయిన తర్వాత సిద్ధిస్తాయని ఆశిస్తాం. ఈవిధంగా ఏ విలువలు విద్యార్థులలో చేకూరాలని ఆశించి బోధన చేస్తామో వాటినే గణితబోధనోద్దేశ్యాలు అనవచ్చు. వీటిని తక్షణం సాధించలేం. అందుకే ఇవి నిర్ణీత కాలంలో సిద్ధించేవి. ప్రాథమికస్థాయి పూర్తయ్యేసరికి కొన్ని, ప్రాథమికోన్నతస్థాయి పూర్తయ్యేసరికి మరికొన్ని సిద్ధిస్తాయి. ఆవిధంగా విలువలు ఆధారంగా ఉద్దేశ్యాలు; ఉద్దేశ్యాల సాధనతో విలువల గూర్చి తెలుస్తుంది. ఆవిధంగా విలువలు, ఉద్దేశ్యాలు పరస్పరాధారితాలు. కనుక ఉద్దేశ్యాలు, విలువలకు గల తేడా వ్యక్తీకరించడంలో మాత్రమే ఉంటుంది.

ఉదాహరణకు గణితానికి గల ప్రయోజన విలువ : "నిత్యజీవితంలో గణితాన్ని ఉపయోగిస్తాడు".

ప్రయోజన ఉద్దేశ్యం : "విద్యార్థి నిత్యజీవితంలో గణితాన్ని ఉపయోగించేటట్లు చేయడం".

ఇప్పుడు గణితానికి గల ముఖ్యవిలువలు గురించి చెప్తూ, వాటి బోధన ఉద్దేశ్యాలు గురించి కూడా తెలుసుకొందాం.



ప్రయోజన విలువ : గణితానికి అపారమైన ప్రయోజనవిలువ ఉందని చెప్పవచ్చు. సూటిగా చెప్పాలంటే గణితం లేనిదే మానవ మనుగడే ప్రశ్నార్థకమని చెప్పవచ్చు. ఎందుకంటే రోజువారీ కూలినుంచి కోటీశ్వరునివరకు నిత్యం గణితంతో అనుబంధం ఉండని క్షణం ఉండదు.

కూలి తనకు రావలసిన కూలిని లెక్కగట్టడం; వ్యాపారి తన వ్యాపారానికి సంబంధించి అమ్మడం, కొనడం ద్వారా లాభనష్టాలు లెక్కించడం; రైతు పండిన పంటను లెక్కించుకోవడం, అమ్మడం, గృహిణి తన రోజువారీ కార్యక్రమాలలోనూ గణితాన్ని ఉపయోగిస్తారు. ఇవన్నీ గణితానికి ఉన్న ప్రయోజనవిలువలే. వీటన్నింటిలో సంఖ్యలు, అంకెలు, సంఖ్యాభావన, చతుర్విధ ప్రక్రియలు యిమిడిఉంటాయి.

ప్రయోజన ఉద్దేశ్యం : "విద్యార్థులను అంకెలు, సంఖ్యలు, సంఖ్యాభావన చతుర్విధప్రక్రియలు అభివృద్ధి పరచుకొనేలా తయారు చేయడం".

మానవుడు నిత్యం వివిధ రకాలైన కొలతలు అనగా పొడవు (దర్జీ కొలతలు తీసుకోవడం వగైరా), బరువు (వివిధ వస్తువులను తూచడం), ద్రవ పరిమాణం (పాలు లీటర్లలో తీసుకోవడం వగైరా), పరిమాణం (చదును చేయడానికి, రంగువేయడానికి అయ్యే సొమ్ము) ఉపయోగిస్తాడు.

ప్రయోజన ఉద్దేశ్యం : "విద్యార్థులు కొలతలకు సంబంధించిన పొడవు, బరువు, ద్రవ్యం, వైశాల్యం పట్ల అవగాహన కల్పించడం".

మానవుడికి ప్రతిరోజూ ఎటుచూసినా అంకెల్లో లెక్కలు ఎదురవుతాయి. ఉదాహరణకు ప్రయాణ సమయంలో, స్థలాలు అమ్మిన, కొన్న సందర్భాలలో, అప్పుతీసుకుని వడ్డీ, అసలు చెల్లించే సందర్భంలో ఇట్లా అనేక సందర్భాల్లో గణితాన్ని ఉపయోగిస్తాడు.

ప్రయోజన ఉద్దేశ్యం : "విద్యార్థులు నిత్యకృత్యాలలో గణిత ఆలోచనలు ఉపయోగించేలా తయారు చేయగలడం".

మానవుడు చాలా సందర్భాల్లో అంచనాలు వేసుకోవలసిన అవసరం ఏర్పడుతుంది. ఉదాహరణకు కిరాణా సామానులు తెచ్చుకునే సందర్భంలో వాటికయ్యే సొమ్ము సుమారు అంచనా వేసి తీసుకువెళ్ళాలి. ప్రయాణ సమయంలో అయ్యే ఖర్చులకు అంచనా; నెలలో వివిధ అంశాలకు ఖర్చు చేయవలసిన వాటిపై అంచనా.

ప్రయోజన ఉద్దేశ్యం : "విద్యార్థులు అంచనా, ఊహాసామర్థ్యాలను అభివృద్ధిపరచుకొనేలా తయారుచేయగలగడం."

ఈవిధంగా గణితానికి ఉన్న ప్రయోజన విలువను సందర్భోచితంగా గణిత బోధన సమయంలో ఉదహరించాలి. ఉదాహరణకు సంకలనం గురించి చెప్పేటప్పుడు ఇంట్లో నెలవారీ తెచ్చుకొనే కిరాణా సామానులు, వాటికయ్యే మొత్తం సొమ్ము గురించి చెప్పాలి. గుణకార భావన వివరించేటప్పుడు మీ ఇంటిలో ప్రతిరోజూ 2 లీటర్ల చొప్పున పాలు తీసుకుంటే 31 రోజులు గల నెలలో ఎన్ని లీటర్ల పాలు కొన్నట్లు, అదేవిధంగా లీటరు పాలు 40 రూపాయలైతే ఆ నెలకు ఎంత సొమ్ము చెల్లించాలి వంటి సమస్యలను అడగాలి.

సాంస్కృతిక విలువ: గణితం ఆధునిక నాగరికతకు అద్దం వంటిది. సంస్కృతి, సాంప్రదాయం, ఆచార వ్యవహారాలన్నీ శాస్త్ర, సాంకేతికాలపై ఆధారపడతాయి. ఈ శాస్త్ర, సాంకేతికత వెనుక గణితం ఉంటుంది. అంతేకాదు ఆధునిక నాగరికతను ప్రతిబింబించే వాణిజ్యం, వ్యవసాయం, పరిశ్రమలు, వైద్య, రవాణా సౌకర్యాలన్నీ మానవ నాగరికత అభివృద్ధికి ప్రతిబింబాలు. అందుకే "ఆడమ్ స్మిత్" ఆధునిక మానవుని కార్యకలాపాలైన వాణిజ్యం, పరిశ్రమలు, ప్రభుత్వ యంత్రాంగం మొదలైనవాటిని గణిత శాస్త్ర తర్కం ప్రకారం ప్రదర్శించవచ్చు అన్నారు.

ఈజిప్ట్‌లోని పిరమిడ్లు, ఆగ్రాలోని తాజ్‌మహల్ ఇంకా అనేక ప్రముఖ కట్టడాలన్నీ సాంస్కృతిక వారసత్వానికి నిదర్శనాలు. ఈ నిర్మాణాల్లో గణిత సౌష్టవత దాగి ఉంది. ఇవన్నీ గణితసూత్రాల ఆధారంగానే నిర్మించబడ్డాయి.

కనుక గణితానికున్న సాంస్కృతిక విలువను సాంస్కృతిక ఉద్దేశ్యరూపంలో ఈక్రింది విధంగా చెప్పవచ్చు.

1. విద్యార్థులకు గత సంస్కృతి, సాంప్రదాయాలను, వాటిననుసరించి ప్రస్తుతం కొనసాగుతున్న సంస్కృతి సాంప్రదాయాలలో గణిత పాత్రను ప్రశంసించేలా బోధించాలి.
2. విద్యార్థులను ప్రస్తుత సమాజఅభివృద్ధికి గణిత తోడ్పాటును గ్రహింపచేసేలా, ప్రశంసింపచేసేలా తయారుచేయాలి.
3. విద్యార్థులకు మన సాంస్కృతిక వారసత్వ సంపదకు గణితం ఆధారమని వివరించుట ద్వారా గణితానికి గల సాంస్కృతిక విలువను అవగాహన చేసుకొంటారు.
4. విద్యార్థులను మన సంస్కృతి పరిరక్షణలోను; ఒక తరం నుంచి మరొక తరానికి అందజేయటంలోను గణిత పాత్రను అభినందించే విధంగా తయారుచేయాలి.

సిద్ధపరచే విలువ : గణితానికి, ఇతర విషయాలకు సంబంధించి మరో వైవిధ్యం ఉంది. గణితమనేది భావనల నిచ్చెన పద్ధతిపై ముందుకు సాగుతుంది అనగా చాలా గణితాంశాలు ఒకదానిపై మరొకటి ఆధారపడతాయి. అంతేకాకుండా

ప్రాథమిక స్థాయిలో కొన్ని అంశాలు ఉన్నత పాఠశాలస్థాయి గణితాంశాలను నేర్చుకోవడానికి తోడ్పడతాయి. ఈ స్థాయిలో నేర్చుకొనే కొన్ని అంశాలు కళాశాలస్థాయిలో నేర్చుకునే గణితాంశాలకు ఆధారమవుతాయి.

కనుక పై తరగతులకు సిద్ధపరచే ఉద్దేశ్యంతో వివిధ స్థాయిలో గణితాంశాల కూర్పు జరగాలి, బోధన పైపై తరగతులకు సన్నాహపరిచేలా జరగాలి. ఆవిధంగా గణితం సిద్ధపరచే లేదా సన్నాహపరిచే విలువ కలిగిఉంది.

క్రమశిక్షణ విలువ : గణితం ఒక కచ్చితమైన ఆలోచన, హేతువాదాన్ని కల్గిఉంటుంది. ఇవి క్రమశిక్షణకు పునాదిగా భావించవచ్చు. ఆ విధంగా గణితం మానవునిలో క్రమశిక్షణకు తోడ్పడుతుంది.

గణితంలో పాఠ్యాంశాలు ఒక క్రమంలో ఒక అంశం, తరువాత దానిపై ఆధారపడిన మరొక అంశం ఇట్లా నేర్చుకొంటారు. ఉదాహరణకు భిన్నాలు తీసుకొంటే ముందు భిన్నం భావన తరువాత భిన్నాల్లో రకాలు, సజాతి, విజాతి భిన్నాల భావన, సమాన భిన్నం భావన, సజాతి భిన్నాల సంకలనం, విజాతి భిన్నాల సంకలనం ఇలా కొనసాగుతుంది. కాబట్టి గణితాధ్యయనంలో అలవర్చుకొన్న ఈ క్రమం జీవితంలో కూడా అనుసరిస్తాడు.

దీనినే క్రమశిక్షణోద్దేశ్యంలో చెప్పాలంటే విద్యార్థులలో కచ్చితమైన, క్రమమైన అలవాట్లు కల్పించటం ద్వారా శీలాన్ని పెంపొందించడం.

గణితమంటేనే సమస్యల పరిష్కారం. ఈ సమస్యలకు పరిష్కారం కొరకు సమస్యలను విశ్లేషించి, సరైన పద్ధతిని ఎంచుకొని, ఫలితాలను ఊహించుకొని సమస్యను సాధించి జవాబును సరిచూసుకోవడం జరుగుతుంది. ఇదే విధంగా నిజజీవిత సమస్యల విషయంలోనూ సమస్యను విశ్లేషించుకొని, సరైన పద్ధతిలో ముందుకుసాగి సమస్యను పరిష్కరించుకుంటారు.

గణితంలో అంశాలు సూటిగా, స్పష్టంగా ఉండి సరళంగా అందరికి అర్థమయ్యేటట్లుగా ఉంటాయి. గణితాన్ని నేర్చుకొన్న విద్యార్థి నిజజీవితంలో ఏ విషయంలోనైనా సూటిగా ఉండి ప్రతి అంశం పట్ల స్పష్టతను కలిగి సరళంగా వ్యవహరిస్తాడు.

అదేవిధంగా, గణితాధ్యయనం ద్వారా విద్యార్థులలో వేగం, కచ్చితత్వం వంటి నైపుణ్యాలు పెంపొందుతాయి. తద్వారా తార్కిక ఆలోచనలు కలిగి, హేతువాద నిర్ణయాలు తీసుకొంటాడు. అలాగే జీవితంలో కూడా కచ్చితమైన ఆలోచనా పద్ధతిని కలిగి తగినంత వేగంతో, కచ్చితత్వంతో స్పందిస్తాడు.

గణితం సృజనాత్మకతకు మొదటిమెట్టు. గణితంలో బట్టీకి అతి తక్కువ ప్రాధాన్యత ఇవ్వబడుతుంది. అంతేకాకుండా విభిన్న పద్ధతులలో సమస్యను సాధించే అవకాశం గణితానికి మాత్రమే ఉంది. గణితాంశాలను సమగ్రంగా అర్థం చేసుకున్న విద్యార్థి ఏ సూత్రాన్నైనా మరిచిపోతే, దానిని గుర్తుకు తెచ్చుకోవడానికి బదులు ఆ సూత్రాన్ని మరల రూపొందించి, సమస్య సాధనకు ప్రయత్నిస్తాడు. ఇట్లా తన స్వశక్తి మీద ఆధారపడి సమస్య సాధనకై ప్రయత్నించడమనే లక్షణం ద్వారా అతను జీవిత సమస్యలను కూడా ఎదుర్కొనగలడు.

ఇవే కాకుండా గణితాధ్యయనం ద్వారా నైతిక విలువలు, ఆత్మవిశ్వాసం, సునిశితత్వం, నిరాడంబరత, సరళత, విచక్షణా జ్ఞానం, గణిత జ్ఞానాన్ని పంచడం మొదలైన క్రమశిక్షణా విలువలు పెంపొందుతాయి.

కింది ఉదాహరణలు పరిశీలించండి.

ఒక వ్యాపారి బియ్యం కొని 15 శాతం లాభానికి అమ్ముతున్నాడు. అతడు ఉపయోగించే తూకపురాయి నిజబరువు కన్నా 10 శాతం తక్కువగా ఉంది. మొత్తం మీద వ్యాపారికొచ్చే లాభ శాతం ఎంత?

ఒక వ్యాపారి 30 లీ॥ పాలలో పాలు, నీళ్ల నిష్పత్తి 7:3 గా ఉన్నాయి. వాటిలో పాలు, నీళ్ళ నిష్పత్తి 3:7 గా ఉండాలంటే ఎన్నిలీటర్ల నీళ్ళు కలపాలి?

నిత్యజీవితంలో ఇవి సాధారణంగా జరిగేవే. అంతేకాక విద్యార్థి అనుభవంలోనివే. కానీ ఈ సమస్యలు నైతికతను ప్రశ్నించేవిధంగా ఉండి, విద్యార్థులకు అవాంఛనీయ సంకేతాలనిస్తాయి. అందుచే ఇటువంటి సమస్యలను రూపొందించుటలో తగు జాగ్రత్తలు తీసుకోవాలి.

వినోదపు విలువ: గణిత బోధన, అధ్యయనం ద్వారా గణిత వినోదపు విలువను ఆస్వాదించవచ్చు. గణితంలో చిత్ర విచిత్రాలు, తమాషాలు, సంఖ్యానమూనాలు, చిక్కు ప్రశ్నలు, పజిల్స్, సుడోకు, మాయా చదరాలు, మెదడుకు మేత వంటి ఎన్నో అంశాలు ఉన్నాయి. వీటిని అవకాశం ఉన్నప్పుడల్లా పరిచయం చేయాలి.

దీనినే వినోదపు ఉద్దేశ్య రూపంలో చెప్పాలంటే గణితానికి చెందిన వివిధ వినోదాంశాలను పరిచయంచేయడం ద్వారా విద్యార్థులలో గణితాసక్తిని కల్గించవచ్చు. ఉదాహరణకు ఈ దిగువ సంఖ్యా నమూనా చూడండి. ఎంత అందంగా ఉందో!

$$1\times1 = 1$$
$$11\times11 = 121$$
$$111\times111 = 12321$$
$$1111\times1111 = 1234321$$

సంకలన భావన వివరించిన తరువాత, సంకలన భావన పునర్బలనం కోసం ఈక్రింది ఆటను ఆడించడం ద్వారా విద్యార్థులు ఆనందం పొందడాన్ని గమనించవచ్చు.

ఉపాధ్యాయుడు ఇద్దరు విద్యార్థులను పిలిచి ఈవిధంగా చెప్పాలి. “ఈ ఆటలో మీ ఇద్దరిలో ఒకరు 1 లేదా 2 అనే అంకెను పైకి చెప్పి ఆటను ప్రారంభించాలి. తదుపరి ఆ చెప్పిన అంకెకు 1 లేదా 2 కలిపి ఇంకొకరు పైకి చెప్పాలి. ఈ విధంగా ఒకరి తరువాత మరొకరు చెప్పుకుంటూ వెళ్ళాలి. చివరకు ఎవరు 20 చెబుతారో వారే ఈ ఆటను గెలుపొందినట్లు. ఈ ఆట ఆడుతున్నంత సేపు అసంకల్పితంగా మనో సంకలనం చేసుకుంటూ వెళతారు.

గెలుపొందటంలో రహస్యం ఏమిటంటే ఎవరు మొదట 2 తో ప్రారంభిస్తారో, వారు గెలుపొందడానికి ఎక్కువ అవకాశం ఉంది. ఎందుకంటే అవతలివారు తదుపరి సంఖ్యలు ఏవిధంగా చెప్పినా వీరు 5, 8, 11, 14, 17 చెప్పి చివరగా 20 చెప్పటం ద్వారా గెలుపొందుతారు. అవతల విద్యార్థి ముందుగా 2 తో ప్రారంభిస్తే మాత్రం ఇవతలి విద్యార్థి 5 లేదా 8 లేదా 11 లేదా 14 లేదా 17 పొందటానికి ప్రయత్నించాలి. వీటిలో ఏది చెప్పగలిగినా మరల గెలుపొందే అవకాశం ఉంది.

కళాత్మక విలువ: ప్రపంచంలో ఏ సుందరదృశ్యాన్ని గాని, వస్తువును గాని చూస్తే దానివెనుక గణిత నియమాలు, గణిత సౌష్ఠవత దాగి ఉంటాయి. కళాత్మకతకు నిలయాలైన శిల్పకళ, చిత్రలేఖనం, మృణ్మయ పాత్రల తయారీ, చెక్కతో చేసే వివిధ రకాల బొమ్మలు, వీటన్నింటిలోనూ జ్యామితి నియమాలు, సౌష్ఠవం నిష్పత్తి, అనుపాతం వంటి గణితాంశాలు ఉంటాయి. అందుకే యూరిపిడిస్ “జ్యామితి బలీయమైంది. కళతో కలిస్తే దానికి ఎదురులేదు” అన్నారు.

వీణ, సితార్, గిటార్, హార్మోనియం, ఫ్లూట్, తబలా లాంటి వాద్య పరికరాలన్నీ గణిత సూత్రాల ఆధారంగా నిర్మింపబడినవే.

"ఎచట లయ కలదో, అచట సంఖ్య కలదు". – పైథాగరస్

అందుకే గణితానికి కళాత్మక విలువ ఉందని చెప్పవచ్చు.

చర్చించండి: ఇంకనూ గణితానికి ఉండే వివిధ రకాల విలువలను గురించి గ్రూపులలో చర్చించండి.

ఇప్పటి వరకు గణిత విలువలు, వాటి ఆధారంగా గణిత ఉద్దేశ్యాలు గురించి తెలుసుకొన్నాంకదా. ఇప్పుడు గణిత బోధన లక్ష్యాలు గురించి తెలుసుకుందాం.

APSCF-2011 గణిత బోధన లక్ష్యాలను ఈక్రింది విధంగా పేర్కొంది

1. విద్యాప్రణాళికలోని సంఖ్య, అంతరాళములకు సంబంధించిన అంశాలను గురించి విద్యార్థులు అవగాహన, నైపుణ్యం పొందాలి.
2. విద్యార్థులు గణితపరంగా చింతన చేయగలగాలి.
3. విద్యార్థులు తాము ఊహించిన విషయాలు నుండి తార్కిక నిర్ణయం వరకు అన్వేషణ కొనసాగించాలి.
4. విద్యార్థులు అమూర్త భావనలను అర్థంచేసుకొని వాటిన సమర్థవంతంగా వాడగలగాలి.
5. విద్యార్థులు సమస్యాసాధన సామర్థ్యాలను పెంపొందించుకోవాలి.

వీటి ఆధారంగా ప్రాథమిక స్థాయిలో గణిత బోధన లక్ష్యాలు గూర్చి తెలుసుకొందాం.

ప్రాథమిక స్థాయిలో గణిత బోధన లక్ష్యాలు

1. విద్యార్థుల్లో సహజ సంఖ్యలు, పూర్ణాంకాలు, భిన్నాలు, దశాంశ భిన్నాల భావనల అవగాహన కల్పించడం, ఆ భావన నైపుణ్యాలు, గణిత నైపుణ్యాలు పెంపొందించటం, వాటిని నిజజీవిత సమస్యల సాధనలో వినియోగించే సామర్థ్యం పెంపొందించాలి.
2. అంతరాళభావనలు, జ్యామితీయ పదజాలంతో రేఖాగణిత సమస్యలను సాధించగలగడం.
3. పొడవు, బరువు, వైశాల్యం, ఘనపరిమాణాలను కొలవటం ద్వారా సంఖ్య, అంతరాళాల మధ్య సంబంధాలపై అంతర్దృష్టిని పెంపొందించుటయేకాక వీటికి సంబంధించిన సమస్యల సాధనలో అంచనా వేయడం, ఉజ్జాయింపు, సరిచూడటం లాంటి విధానాల సామర్థ్యాలను పెంపొందించడం.
4. గణిత భావనలు, ప్రాథమిక పరిక్రియలు కలిగిన పద సమస్యలను రాయగలగడం.
5. గణిత సమస్యలను అవసరమైన వేగంతో సాధించగలిగే సామర్థ్యంతో పాటు సాధనలో క్రమత, కచ్చితత్వం, క్లుప్తత లాంటి అలవాట్లు అభివృద్ధిచేయటం.

ఈ లక్ష్యాలను ఉపాధ్యాయులు బోధించడానికి, పరీక్షించడానికి అనువుగా, స్పష్టతను సూచించేటట్లు చెప్పిన లేదా చిన్న, చిన్న ఆచరణాత్మక కార్యక్రమాలుగా విభజించుకొని ఆచరింపచేయగా వచ్చే ఫలితాలనే తరగతి గదిలో బోధనలక్ష్యాలు అంటాం. అవి తరగతి గదిలో బోధన పూర్తయిన తరువాత విద్యార్థుల్లో చూడగలిగిన మార్పులు. ఈ మార్పులను విద్యార్థుల్లో ప్రవర్తనలో పరివర్తనలుగా చూడవచ్చు. వీటినే "స్కిన్నర్" అభ్యసనగా నిర్వచించాడు. ఆవిధంగా విద్యార్థుల్లో అభ్యసనం జరిగింది అనడానికి సాక్ష్యాలు ప్రవర్తనలో పరివర్తనలు. వీటినే స్పష్టీకరణలు అంటాం. ఇవి లక్ష్యాల పరిధిని

సూచిస్తాయి. ఒక లక్ష్యానికి మరొక లక్ష్యానికి తేడాను తెలుపుతాయి. బోధన-అభ్యసనానుభవాలను ఏర్పరచడానికి సహకరిస్తాయి. పరీక్షాంశాల ఎన్నికకు నిర్మాణానికి ఆధారమవుతాయి.

1.5 గణిత అంశాలు - భావన, ప్రక్రియ, గుర్తులు మరియు భాష (1, 2 తరగతులకు; 3, 4, 5 తరగతులకు విడివిడిగా)

ప్రాథమిక స్థాయిలో పిల్లలు గణితంలో నేర్చుకొనే అంశాలు:

1. గణిత భావనలు, 2. గణిత భావనలకు చెందిన నిర్వచనాలు, సూత్రాలు

3. గణిత భావనలకు చెందిన గణిత భాషాపదాలు, పారిభాషిక పదాలు

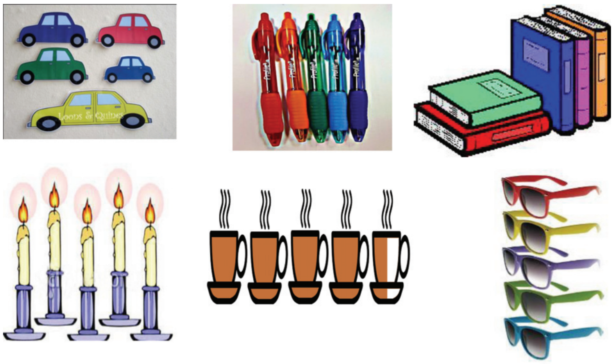
4. గణిత ప్రక్రియలు, 5. గణిత గుర్తులు

ఒక్కొక్క అంశం గురించి వివరంగా తెలుసుకుందాం.

1.5.1. గణిత భావన

సామాన్య లక్షణాలు కలిగిన ఒక ఉద్దీపనా తరగతిని భావన అంటాం. ఉద్దీపన అనేది ఒక తరగతికి చెందిన గుణం, వస్తువులు, వ్యక్తులు సంఘటనలు వంటివి ఏవైనా కావచ్చు. ఈ భావనను కింది ఉదాహరణతో అర్థం చేసుకోవటానికి ప్రయత్నిద్దాం.

ఉదాహరణ-1 : ఈ దిగువనీయబడిన పటంలోని బొమ్మలను పరిశీలించండి. వీటిలో గల సామాన్య లక్షణాన్ని గమనించండి.



ఈ పటంలోని బొమ్మలన్నింటిని నిశితంగా పరిశీలిస్తే "ఐదు" అనే సామాన్య లక్షణంగా గుర్తిస్తాం. ఈ సందర్భంలో ఉద్దీపన "సంఖ్య"ను సూచిస్తుంది.

1.5.2. గణిత భావనలకు చెందిన నిర్వచనాలు, సూత్రాలు, గణిత పారిభాషిక పదాలు

ఏదైనా గణిత భావనను అవగాహన చేసుకొన్న తర్వాత వీటిని నిర్వచన రూపంలో గాని, సూత్ర రూపంలో గాని వ్యక్తపరుస్తాం. తదుపరి గణిత పారిభాషిక పదరూపంలో గాని; గణిత భాషా పదరూపంలోగాని తెలియపరుస్తాం.

ఉదాహరణ-1 : గోళీ, షాట్‌పుట్, బత్తాయి కాయ, బాల్‌బేరింగ్స్ వంటి వాటిని పరిశీలించిన పిదప వీటన్నింటిలోను "గుండ్రం" అనే సామాన్య లక్షణాన్ని గుర్తిస్తాం. ఈ భావనను వ్యక్తపరచడానికి నిర్వచనాన్ని యిస్తాం. ఆవిధంగా అంతరాళంలో ఏదైనా బిందువు నుండి సమాన దూరంలో గల బిందువులు; అంతకు లోపు గల బిందువులన్నింటిని సమితిగా నిర్వచిస్తాం. దీనినే "ఘనగోళం"పేరుతో సూచిస్తాం.

ఉదాహరణ–2 : కొన్ని అగ్గిపుల్లలను తీసుకొని జతలుగా పేర్చండి. 1, 3, 5, 7... సంఖ్యలలో అగ్గిపుల్లలను తీసుకొని జతలుగా పేర్చితే చివరకు ఒక అగ్గిపుల్ల మిగిలిపోతుంది. అదే 2, 4, 6, 8... సంఖ్యలకు సరిపడ పుల్లలను జతలుగా పేరిస్తే అగ్గిపుల్ల మిగలదు. దీని నుంచి నిర్వచనాన్ని ఆ నిర్వచనానికి అనుగుణంగా గణిత భాషాపదాన్ని సూచించవచ్చు.

"వస్తువులను జతలుగా పేర్చినపుడు విడిగా ఏమి మిగలకపోతే ఆ వస్తువులను సూచించే సంఖ్యను సరిసంఖ్య" అని; ఒకటి మిగిలిపోతే ఆ వస్తువులను సూచించే సంఖ్యను "బేసి సంఖ్య" అని అంటాం.

1.5.3. జెరోమ్.ఎస్.బ్రూనర్ సూచించిన భావనలోని మూలకాలు లేదా అంశాలు:

ఒక ఉదాహరణతో తెలుసుకుందాం

1. భావనకు పేరు : ప్రధాన సంఖ్య
2. భావనకు లక్షణం
   ఎ. అవసరమైన లక్షణం : 1. ఒకటి, అదే సంఖ్య మాత్రమే కారణాంకాలు కల్గి ఉంటుంది.
   2. ఇది ఒక సంఖ్య
   బి. ప్రాధాన్యత లేని లక్షణం : ప్రధాన సంఖ్య 2 మినహా మిగిలిన ప్రధాన సంఖ్యల ఒకట్ల స్థానంలో 0 లేదా 2 లేదా 4 లేదా 6 లేదా 8 రాదు.
3. భావన విలువ : అతి చిన్న ప్రధాన సంఖ్య–2; ప్రధాన సంఖ్యలు అనంతం
4. భావన నిర్వచనం : 1 మరియు అదే సంఖ్య కారణాంకాలు కలిగిన సంఖ్యను ప్రధాన సంఖ్య అంటారు.
5. భావనకు ఉదాహరణలు : 2, 3, 5, 7, 11...
   ప్రత్యుదాహరణలు : 4, 6, 8, 9...

1.5.4. రిచర్డ్.ఆర్.స్కెంప్ సూచించిన భావన రకాలు :

ప్రాథమిక భావనలు: ఇంద్రియానుభవాల నుంచి గ్రహించిన అమూర్త భావనలే ప్రాథమిక భావనలు

ఉదా:

1. ఆకుపచ్చ గడ్డి, ఆకుపచ్చని ఆకులు, ఆకుపచ్చ కాగితాన్ని చూసి దాని నుంచి "ఆకుపచ్చ" భావన పొందటం.
2. వివిధ త్రిభుజాకార వస్తువులను చూసి త్రిభుజాకార భావన పొందటం.
3. వేడి, చల్లని, బరువు, నునుపు, తీపి, సువాసన ఇవన్నీ ప్రాథమిక భావనలే.

గౌణ భావనలు: ఇతర భావనల నుండి అమూర్తీకరించబడిన భావనలే గౌణభావనలు. ఇతర భావనలలో ప్రాథమిక భావనలుండవచ్చు లేదా ఇతర గౌణభావనలే ఉండవచ్చు.

ఉదా:

1. ఆకుపచ్చ, ఎరుపు, పసుపు ఇటువంటి ప్రాథమిక భావనల నుంచి "రంగు" అనేది గౌణ భావన అవుతుంది.
2. "గుణం" అనేది ఆకారం, పరిమాణం, రంగు అనే గౌణభావనల నుంచి ఉత్పన్నమైన గౌణభావన.

ఈ విధంగా ఈ ప్రక్రియ ఇంద్రియానుభవాల నుంచి ఎంతదూరమైతే లేదా ఈ ప్రక్రియలు ఎక్కువయ్యే కొలది

అమూర్తతత్వం పెరుగుతుంది. ఆ విధంగా అమూర్త పరిమాణాన్ని అనుసరించి ఉన్నత పరిమాణ భావనలుగా, తక్కువ పరిమాణ భావనలుగా కూడా చెపుతాము.

1.5.5. 1, 2 తరగతులకు చెందిన గణిత భావనలు

1. లోపల-బయట; పైన-క్రింద; లావు-సన్నం; చిన్న-పెద్ద; ఎక్కువ-తక్కువ; లోతు-ఎత్తు; దూరం-దగ్గరకు చెందిన భావనలు
2. 100లోపు సంఖ్యాభావన
3. ఉదయం, పగలు, సాయంత్రం, రాత్రి సమయభావన
4. వారం, నెలల భావన
5. ద్విమితీయ, త్రిమితీయ ఆకారాల భావన
6. నాణేలు, నోట్లు భావన

1.5.6. 3, 4, 5 తరగతుల గణిత భావనలు

1. మూడంకెలు, నాల్గంకెలు, ఐదంకెల సంఖ్యల భావన
2. త్రిభుజ, చతురస్ర, దీర్ఘచతురస్ర, వృత్త భావన, వృత్త వ్యాసార్ధం, వ్యాస భావన
3. ఘనాకార, దీర్ఘ ఘనాకార వస్తు భావన
4. 3డి ఆకారాల అంచులు, మూలల భావన
5. దొర్లే, కదిలించబడే స్వభావం గల వస్తు భావన
6. పావు, సగం, ముప్పావు భాగ భావన
7. సజాతి, విజాతి, సమాన భిన్న భావన
8. నెల, సంవత్సరం, లీపు సంవత్సర భావన
9. 24 గంటల గడియార భావన
10. పొడవు, బరువు, పరిమాణం, ద్రవ్య భావన
11. సెం.మీ., మీటరు, కిలోమీటరు, లీటరు, మిల్లీ లీటరు, కిలోగ్రాం భావన
12. వైశాల్యం, చుట్టుకొలత భావన
13. సౌష్ఠవ భావన

1.5.7. 1, 2 తరగతుల గణిత భాషాపదాలు / పారిభాషిక పదాలు

1. ఆరోహణ క్రమం
2. అవరోహణ క్రమం
3. స్థాన విలువ
4. సహజ విలువ
5. నోటు
6. నాణెం
7. కూడికలు

8. తీసివేతలు
9. మూర, జాన, బెత్త
10. పొడవు, బరువు, పరిమాణం

1.5.8. 3, 4, 5 తరగతుల గణిత భాషాపదాలు / పారిభాషిక పదాలు:

1. త్రిభుజం, దీర్ఘ చతురస్రం, చతురస్రం, వృత్తం
2. భాజకం, కారణాంకం, విభాజ్యం, విభాజకం, భాగఫలం, శేషం
3. సెం.మీ., గ్రాము, కిలోగ్రాము, మీటరు, లీటరు
4. గంట, నిమిషం, సెకను, రోజు, వారం, నెల, సంవత్సరం, లీపు సంవత్సరం.
5. గణన చిహ్నం
6. వృత్త కేంద్రం, వ్యాసం, వ్యాసార్థం
7. వైశాల్యం, చుట్టుకొలత
8. సంఖ్యా రేఖ

గమనిక: ఒక భావన యొక్క నిర్వచనం మరియు పేరు వివరించిన మాత్రాన ఆ భావన అవగాహన అవుతుందని భావించడం పొరపాటు.

ఉదాహరణకు దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం ఆ దీర్ఘచతురస్ర పొడవు, వెడల్పుల లబ్ధానికి సమానం అని వివరించిన మాత్రం చేత దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్య భావన అర్థం కాదు. వైశాల్యం అనగా ఏదైనా ద్విమితీయ పటాకార ప్రాంతం ఆక్రమించుకున్న స్థలం అనే భావనను అవగాహన పరిచి, దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం అనగా ఆ దీర్ఘచతురస్రం ఆక్రమించుకున్న స్థలం అని గ్రహింపచేసి, దాని నుంచి పొడవు, వెడల్పుల ఆధారంగా చదరాలుగా విభజించి; ఆ చదరాల సంఖ్య; పొడవు, వెడల్పు లబ్ధంతో సంబంధం ఏర్పరచడం ద్వారా మాత్రమే దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్య భావన అవగాహన అవుతుంది.

1.5.9. భావనాక్రమం:

ఈ ఉదాహరణ పరిశీలించండి.

"గోళం" అనే భావన పిల్లల్లో ఏవిధంగా స్థిరీకరించబడుతుందో చూద్దాం.

1. ముందుగా రకరకాల దొర్లే వస్తువులను చూసి పరిశీలించి, స్పర్శిస్తూ వాటి లక్షణాలను గ్రహిస్తాడు. వాటిలో గల తేడాలను గ్రహిస్తాడు (బంతి, గోళీ, ఇనుపగుండు వంటివి ఒక రకంగాను; గాజు, సైకిల్ టైర్ వంటివి మరొక రకం గాను; స్థూపాకార పౌడర్ డబ్బా, షటిల్ కాక్స్ ఉంచే స్థూపాకార బాక్స్ ఒకరకమైనవిగా వర్గీకరిస్తాడు) ఈవిధంగా మూర్త వస్తువులతో ప్రత్యక్ష అనుభవం ఏర్పరచుకొంటాడు (Experience).
2. ఆయా ఆకారాలకు వాడే పదాలను పదేపదే తల్లిదండ్రులు, ఉపాధ్యాయులు, తనకన్నా పెద్దవారు పలకడం ద్వారా అనుసంధానం చేసుకొంటాడు. గోళంగా బంతి, గోళీ, స్థూపాకారంగా పౌడర్ డబ్బా, షటిల్ కాక్స్ బాక్స్ అని గ్రహిస్తాడు. ఈవిధంగా ఆ అనుభవాలను భాష (Language) ద్వారా వ్యక్తపరుస్తాడు.
3. నిజమైన వస్తువులను పటరూపంలో చూస్తే, వాటికి నిజవస్తువుల లక్షణాలు సంపూర్ణంగా లేకపోయినా వాటిని గుర్తిస్తాడు. బంతి, గాజు వగైరా పటాలను ఈవిధంగానే గుర్తిస్తాడు. (Picture)

4. ఇప్పుడు అవే వస్తువులను రాతపూర్వకంగా సూచిస్తే వాటిని చదివి, అంతకుముందే ఆ భావనలు పిల్లల్లో మానసిక ప్రతిమలుగా ఉన్నవాటితో అనుసంధానించుకొంటారు. "బంతి" అని రాయగానే బంతికి సంబంధించిన భావన పిల్లవాడు మానసిక ప్రతిమను ఏర్పరచుకొంటాడు (Symbol)

ఈవిధంగా మూర్త వస్తువుల నుండి భావన క్రమం అమూర్తం వైపు కొనసాగుతుంది. దీనినే ELPS పద్ధతి అంటారు.

1.5.10. అమూర్త భావనల నుంచి మరికొన్ని అమూర్తభావనల వైపు:

"గోళం" అనే భావన అర్థం చేసుకొన్న తరువాత "ఘనగోళం", గుల్ల గోళం, గోళం కేంద్రం, గోళం వ్యాసం, గోళం వ్యాసార్థం వంటి మరికొన్ని అమూర్త భావనలు అవగాహన చేసుకొంటాడు.

1.5.11. భావనలు ఏర్పడే విధానాలు

1. ప్రత్యక్ష వీక్షణ : భావనలు ఏర్పడటంలో జ్ఞానేంద్రియాలు ప్రముఖ పాత్ర వహిస్తాయి.

ఉదాహరణకు గణిత పూర్వభావనలైన పెద్దది-చిన్నది; ఎక్కువ-తక్కువ; పొడవు-పొట్టి ఇటువంటి అనేక రకాలైన భావనలు జ్ఞానేంద్రియాల ద్వారా అనుభవాలు కలిగించి నిర్ణీత కాలంలో మానసిక ప్రతిమలుగా రూపుదిద్దుకొని భావనలుగా స్థిరపడతాయి.

2. అమూర్తీకరణ : గణితంలో చాలా భావనలు అమూర్తమైనవి. ఉదాహరణకు "సున్న" భావననే తీసుకొందాం. భౌతికంగా "సున్న"ను గుర్తించగలుగుదమా! అలాగే ఋణసంఖ్యలు. ఆ విధంగా అమూర్త భావనలు అనేవి మూర్త వస్తువులతో అనుభవాల ద్వారా ఏర్పడితే మరికొన్ని తార్కిక ఆలోచనలు, హేతుబద్ధమైన ఆలోచనలు, ఊహాత్మకమైన ఆలోచనలకు నిర్వచనాలు మరియు నిరూపింపబడిన సత్యాల ఆధారంగా ఏర్పడతాయి.

3. సాధారణీకరణం: సాధారణీకరణం ద్వారా కొత్త భావనలు ఏర్పరచుకోవచ్చు. ఈ కోవలోకి వచ్చేవి నియమాలు, సూత్రాలు, ధర్మాలు వగైరా...

ధర్మం : ఏ రెండు సహజ సంఖ్యల మొత్తమైనా సహజ సంఖ్యయే (సంవృత ధర్మం).

నియమం: ఏ సంఖ్య అయినా '3' చే నిశ్శేషంగా భాగింపబడాలంటే, ఆ సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తం '3'చే నిశ్శేషంగా భాగించబడాలి.

సూత్రం: చతురస్ర వైశాల్యం = a^2

4. విచక్షణ: వేరు వేరు రంగుల్లో (ఉదా; తెలుపు, నలుపు, ఎరుపు), వేరు, వేరు పదార్థాలతో (అట్ట, పేపర్, ప్లాస్టిక్, చెక్క), వివిధ పరిమాణాలలో (చిన్నది, కొంచెం పెద్దది, పెద్దది), వివిధ ఆకారాలు (త్రిభుజం, చతురస్రం, వృత్తం) గల వస్తువులను పిల్లలకిచ్చి వాటి నుండి వృత్తాకార వస్తువులను వేరుచేయమని చెప్తే పిల్లలు రంగు, పదార్థం, పరిమాణంతో నిమిత్తం లేకుండా వృత్తాకారం అనే సామాన్య లక్షణం ద్వారా విచక్షణచేసి, వేరుచేస్తారు.

ఆలోచించండి!
భావనలు ఇంకను ఏఏ విధాలుగా ఏర్పడే అవకాశం ఉందో ఆలోచించి రాయండి.

1.5.12. భావన రకాలు

భావనలు ఒక వస్తువుపై లేదా సంఘటనపై ఎన్ని రకాలుగా ఉద్దీపనలు ప్రభావితం చేస్తాయో దాని ఆధారంగా వర్గీకరిస్తారు.

1. సరళ భావనలు: ఏకైక ఉద్దీపనా గుణం కలిగిన వస్తువులను లేదా సంఘటనలనే సరళ భావనలు అంటారు.

ఉదా: 1. తలంలో ఒక బిందువు నుండి స్థిర దూరంలో గల బిందువుల సమితి వృత్తం.

2. ఏదైనా సంఖ్యను నిశ్శేషంగా భాగించే సంఖ్య "కారణాంకం".

3. నాలుగు భుజాలు కలిగిన సంవృత పటం చతుర్భుజం.

2. సంక్లిష్ట భావనలు: ఒకేసారి ఒకటి కంటే ఎక్కువ ఉద్దీపనా గుణాలు కలిగిన వాటిని సంక్లిష్ట భావనలు అంటారు. వీటిని మరలా క్రింది విధంగా వర్గీకరించవచ్చు.

1. సంయోజక భావనలు
2. వియోజక భావనలు
3. సంబంధ భావనలు

1. సంయోజక భావనలు: ఒకటి కంటే ఎక్కువ ఉద్దీపనలు కలిగిన భావనలు

ఉదా.-1 : సమద్విబాహు ట్రెపీజియం. దీనిలో మూడు ఉద్దీపనలు సంయుక్తంగా ఉన్నాయి. 1. చతుర్భుజం 2. ఒక జత భుజాలు సమాంతరం 3. రెండు భుజాలు సమానం.

ఉదా.-2 : '9' అతి చిన్న బేసి వర్గ సంయుక్త సంఖ్య. దీనిలో ఎన్ని ఉద్దీపనలు ఉన్నాయో చూడండి. '9' ఒక సంయుక్త సంఖ్య; '9' బేసిసంఖ్య; 9 వర్గ సంఖ్య; 9 బేసి వర్గ సంయుక్త సంఖ్యలలో చిన్నది.

2. వియోజక భావనలు: రెండు గుణాలలో ఏదో ఒక గుణం యిమిడివుంటే వియోజక భావన అవుతుంది.

ఉదా: 1. ప్రతి సహజ సంఖ్య, సరిసంఖ్య లేదా బేసి సంఖ్య అవుతుంది.

2. ప్రతి వాస్తవ సంఖ్య, అకరణీయ సంఖ్య లేదా కరణీయ సంఖ్య అవుతుంది.

3. సంబంధ భావనలు: రెండు లేదా అంతకన్నా ఎక్కువ భావనలు ఒకదానితో మరొకటి సంబంధాన్ని కలిగియుంటే, అవి సంబంధ భావనలు అవుతాయి.

ఉదా: 1. $2+3=5$; $5-3=2$; $5-2=3$

2. $2\times4=8$; $8\div4=2$; $8\div2=4$

3. వృత్త వ్యాసార్థం; వృత్త వైశాల్యాల మధ్య సంబంధం

వృత్త వైశాల్యం = $22/7\times$(వృత్త వ్యాసార్థం)^2

1.5.13. గణిత ప్రక్రియలు

గణిత ప్రక్రియలు అనగా గణితానికి చెందిన పరిక్రియను చేయడానికి ఉపయోగించే విభిన్న పద్ధతులు అని చెప్పవచ్చు. దీని గురించి మరింత వివరంగా తెలుసుకొందాం.

ఉదాహరణకు ఒక రెండంకెల సంఖ్య నుంచి వేరొక రెండంకెల సంఖ్య తీసివేయాలనుకొందాం. తీసివేయవలసిన సంఖ్యలో ఒకట్ల స్థానంలోని అంకె, తీయవలసిన సంఖ్యలో ఒకట్ల స్థానంలోని అంకెకన్నా పెద్దదా అనేది చూడాలి. పెద్దదైతే తీసివేయవలసిన సంఖ్యలో ఒకట్ల స్థానంలోని అంకె నుంచి, తీయవలసిన సంఖ్యలో ఒకట్ల స్థానంలోని అంకెను తీసివేస్తాం. తరువాత పదుల స్థానంలోని తీసివేయవలసిన అంకె నుంచి తీయవలసిన సంఖ్యలో పదుల స్థానంలోని అంకెను తీసివేస్తాం. ఒకవేళ తీసివేయవలసిన సంఖ్యలో ఒకట్ల స్థానం అంకె చిన్నదై, తీయవలసిన సంఖ్యలో ఒకట్ల స్థానం అంకె పెద్దదైతే తీసివేయవలసిన సంఖ్యలో పదుల స్థానంలో ఒకటి అప్పుతెచ్చుకుని ఒకట్ల స్థానంలో అంకెకి పది కలిపి తీసివేస్తాం. తరువాత పదుల స్థానంలో ఒకటి తగ్గించగా మిగిలిన అంకె నుంచి తీయవలసిన సంఖ్య పదుల స్థానంలోని అంకెను తీసివేస్తాం. ఈవిధంగా పరిక్రియను నిర్వహించుటకు, చేపట్టవలసిన సోపానాల క్రమం అర్థంచేసుకోవాలి. ఈ సోపానాల క్రమం గుర్తుంచుకోవటానికి ప్రతి సోపానం వెనుక గల తార్కికత, భావనను అవగాహన చేసుకోవాలి. పై తీసివేతనే తీసుకొంటే పదుల స్థానంలో ఒకటి తగ్గించి, ఒకటి స్థానంలో 10 కలుపడం వెనుక తార్కికత లేదా భావన ఏమిటనగా పదుల స్థానంలో ఒకటి తగ్గించడం అంటే పది ఒకట్లు తగ్గించడంగా అవగాహన చేసుకోవాలి. ఆ పది ఒకట్లు, ఒకట్ల స్థానంలో అంకెకు కలుపుతున్నట్లు. కనుక ప్రక్రియల వెనుక సోపానాల అవగాహన కావాలంటే ఆ సోపానాల వెనుక తార్కికత లేదా భావనలు అర్థం కావాలి.

ఆవిధంగా గణిత భావనలు, గణిత ప్రక్రియలు ఒకదానితో ఒకటి ముడిపడి ఉంటాయి.

ఈ ఉదాహరణను చూడండి: రాము వద్ద 215 జామకాయలు ఉన్నాయి. ఒక్కొక్క జామకాయ రూ. 3/- చొప్పున అమ్మితే, రాముకి జామకాయలు అమ్మగా ఎంత సొమ్ము వస్తుంది?

దీనికి జవాబును రాబట్టే సందర్భంలో గుణకార భావన పట్ల అవగాహన కల్గి ఉండి 215ని 3చే గుణించాల్సి ఉందని తెలిసి గుణకార ప్రక్రియలోని సోపానాలు తెలియకపోయినా అదేవిధంగా గుణకార ప్రక్రియ పట్ల అవగాహన కల్గి ఈ సందర్భంలో గుణకారం చేయాలి అనే భావన కలిగి ఉండకపోయినా ఈ సమస్యను సాధించలేరు.

1.5.13.1. 1, 2 తరగతుల గణిత ప్రక్రియలు

1. ఆరోహణ, అవరోహణ ప్రక్రియలు
2. విస్తరణ, సంక్షిప్త రూపాలు
3. రెండంకెల సంఖ్యల కూడికలు (స్థానమార్పిడితో సహా)
4. రెండంకెల సంఖ్యలను ఒకే అంకె సంఖ్యతో గుణకారం
5. 100 రూ॥ వరకు నాణేలు, నోట్లు ఉపయోగించి చిల్లర ఇవ్వగలగడం.

1.5.13.2. 3, 4, 5 తరగతుల గణిత ప్రక్రియలు

1. సంకలన, వ్యవకలన, గుణకార, భాగహార ప్రక్రియలు
2. ఆరోహణ, అవరోహణ ప్రక్రియలు
3. కొలతలకు సంబంధించిన నిత్యజీవిత సమస్యల సాధన
   (సంకలన, వ్యవకలన, గుణకార, భాగహార ప్రక్రియలతో ఇమిడి ఉన్న సమస్యలు)
4. సౌష్ఠవ ఆకారాలు అమర్చడం

5. కాలానికి సంబంధించిన నిత్య జీవిత సమస్యలు
   (సంకలన, వ్యవకలన, గుణకార, భాగాహార ప్రక్రియలతో ఇమిడి ఉన్న సమస్యలు)
6. సజాతి భిన్నాల, విజాతి భిన్నాల కూడిక, తీసివేత
7. ఒక ప్రమాణం నుంచి మరొక ప్రమాణంలోకి మార్చడం
8. చిత్ర పటాల ఆధారంగా దత్తాంశ వివరణ
9. 24 గంటల సమయాన్ని AM, PM లను ఉపయోగించి సమయాన్ని వ్యక్తీకరించడం
10. గణన చిహ్నాలు ఉపయోగించి దత్తాంశ విశ్లేషణ

సేకరించండి: 1, 2 తరగతుల, 3, 4, 5 తరగతులకు సంబంధించిన పాఠ్య పుస్తకాలను పరిశీలించి ఇంకను గల గణిత ప్రక్రియలను సేకరించండి.

ప్రస్తుత సందర్భంలో గణిత విషయాల కన్నా గణిత ప్రక్రియలకు అత్యధిక ప్రాధాన్యం ఇవ్వబడుతుంది. గణిత ప్రక్రియలకు ప్రాధాన్యం ఇవ్వడం ద్వారా పిల్లలలో గణితమంటే భయాన్ని పోగొట్టడమే కాకుండా, బహువిధాల పద్ధతులు, విధానాల వైపు ఆలోచనా దృక్పథాన్ని పెంచడానికి తోడ్పడుతుంది. అభ్యసనా వాతావరణాన్ని పెంచడానికి, జ్ఞాన నిర్మాణ ప్రక్రియలు పెంపొందించడానికి తోడ్పడుతుంది.

ఈ గణిత ప్రక్రియలనే విద్యార్థులు ఒక తరగతిలో ఏమి చేయగల్గాలి? ఏమి తెలుసుండాలి స్పష్టంగా వివరించే ప్రవచనాలుగా తెలిపి విద్యా ప్రమాణాలుగా సూచిస్తున్నారు.

గణిత ప్రక్రియలకు చెందిన విద్యా ప్రమాణాలు :

1. గణిత సమస్యల సాధన
2. ప్రాతినిధ్య పరచడం
3. అనుసంధానించడం
4. కారణాలు మరియు ఉపపత్తి
5. వ్యక్తపరచడం

వీటికి సంబంధించిన పూర్తి వివరాలు “విద్యా ప్రమాణాలు“ అంశం క్రింద 6వ అధ్యాయంలో నేర్చుకొంటారు.

1.5.14. గణిత గుర్తులు

గణితంలో గుర్తులకు అత్యంత ప్రాధాన్యత ఉంది. అని చెప్పడానికి ఈ క్రింది ఉదాహరణలు పరిశీలించండి.

“రెండు వేల మూడు వందల ఏభై ఎనిమిదిని నాల్గు వందల అరవై తొమ్మిది” చేత గుణించండి. ఈ సమస్యను గణిత సంజ్ఞల రూపంలో రాయకుండా చేయడానికి ప్రయత్నించండి. చేయడం అటుంచి అర్థం చేసుకోవడానికే ఎక్కువ సమయం పట్టేలా ఉంది. అదే ఈ సమస్యను 2358×469 సమస్యను సాధించండి అంటే సులభంగా అవగాహన చేసుకోవడమే కాకుండా సమస్యను సులభంగా సాధిస్తారు.

దీనినిబట్టే అర్థం చేసుకోవచ్చు గణితంలో గుర్తుల పాత్ర. అదే విధంగా మరొక ఉదాహరణ పరిశీలిద్దాం.

ఎనిమిది మరియు నాలుగు సంఖ్యల మొత్తాన్ని, ఆ సంఖ్యల బేధంతో గుణించగా వచ్చు ఫలితం ఎనిమిది యొక్క వర్గం నాలుగు యొక్క వర్గంల బేధానికి సమానం.

ఈ ఉదాహరణను ఈక్రింది విధంగా సంక్షిప్తంగా సూచించవచ్చు.

$(8+4)(8-4) = 8^2-4^2$

గమనిక : సంజ్ఞలు, గుర్తులు, గణితాంశాలను సంక్షిప్తంగాను, స్పష్టతను ఏర్పరుస్తున్నప్పటికీ పూర్తిగా వాటిపై ఆధారపడి యాంత్రికంగా సోపానాల క్రమం ఆధారంగా సమస్యలు సాధించడం అలవాటు చేసుకున్నట్లయితే; వాటి వెనుక గల భావనలు అవగాహన కాకపోవడం వల్ల తరువాత వచ్చే అంశాలు నేర్చుకోవడంలో ఇబ్బందులు ఎదుర్కొంటాం.

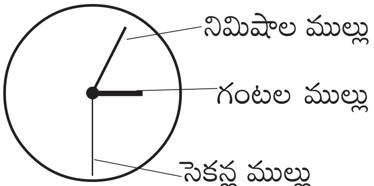
1.5.14.1. 1, 2 తరగతులలోని గణిత గుర్తులు:

1. 999 వరకు సంజ్ఞలు (1, 2, 3.... 999)
2. <, >, = గుర్తులు
3. +, −, ×, ÷ గుర్తులు
4. రూ॥ లేదా ₹

1.5.14.2. 3, 4, 5 తరగతులలోని గణిత గుర్తులు:

1. (వివిధ ఆకారాలు)

2. (గణన చిహ్నాలు)

3. 

4. A.M., P.M.

చర్చించండి:

జట్లలో చర్చించి 1, 2 తరగతుల; 3, 4, 5 తరగతుల గణిత పాఠ్యపుస్తకాలను కూలంకషంగా పరిశీలించి ఇంకను సూచించబడిన వివిధ గుర్తులను గుర్తించండి.

1.6. గణితీకరణం

NCF-2005, గణిత విద్య యొక్క ముఖ్య ఉద్దేశ్యం "పిల్లల్లో గణితీకరణ సామర్థ్యాలను అభివృద్ధిపరచడం" (The main goal of mathematics education is the development of chidren`s ability of mathematisation) లేదా గణిత విద్య యొక్క ముఖ్యఉద్దేశ్యం పిల్లల ఆలోచనా ప్రక్రియలను గణితీకరించడం (The main goal of mathematics education is the mathematisation of the child`s thought processes) అని పేర్కొంది. దీని అర్థం పిల్లలు ఏ సందర్భాన్నైనా గణితానికి చెందిన సాధనాలు, మెళకువలు ఉపయోగించి ఆలోచించే విధంగా అభ్యసనం జరగాలి. ఈ

సాధనాలు, మెళకువలు లోనికి చిత్రాలు గీయడం (ప్రాతినిధ్యం), చరరాశుల ఎంపిక, సమీకరణాల కూర్పు, తార్కిక నిర్ధారణలకు రావడం వంటి అన్ని అంశాలు వస్తాయి.

ఉదాహరణకు ఒక సహజసంఖ్య వర్గం, ఆ సంఖ్యకు రెట్టింపునకు సమానమైతే ఆ సంఖ్య ఏది? దీనికి సమాధానాన్ని రాబట్టేటప్పుడు ముందుగా చరరాశిని ఎంపిక చేసుకొంటాం. అనగా ఆ సహజ సంఖ్యను "x" అనుకొంటాం. ఇప్పుడు సమీకరణాల కూర్పు చేస్తాం. అనగా ఆ సహజ సంఖ్య వర్గం, ఆ సంఖ్యకు రెట్టింపునకు సమానం కనుక $x^2=2x$, దీని నుంచి "x" విలువ 0 లేదా 2 అగుతుంది. అయితే సమస్యలో 'x' సహజ సంఖ్య కనుక ఆ సహజసంఖ్య '2' అనే తార్కిక నిర్ధారణకు వస్తాం.

మరొక విధంగా చెప్పాలంటే గణితానికి రెండు రకాల ఉద్దేశ్యాలుంటాయని చెప్పవచ్చు. మొదటిది సంకుచిత ఉద్దేశ్యంగా చెప్పుకోవచ్చు. అనగా తక్షణ జీవితావసరాలను సౌకర్యవంతంగా నిర్వహించుకొనుటకు ఉపయోగపడే విధంగా సంఖ్యాపరమైన నైపుణ్యాలైన అంకగణిత పరిక్రియలు చేసే సామర్థ్యం, గణనా సామర్థ్యం, శాతాలు, వైశాల్యాలు, ఘనపరిమాణం, బహుపదుల కారణాంక విభజన మొదలైన అంశాలన్నీ ఈ కోవకు చెందుతాయి. రెండవది ఉన్నత ఉద్దేశ్యంగా చెప్పవచ్చు. అనగా గణితానికి చెందిన అమూర్త భావనలను అవగాహన చేసుకొని మారుతున్న సంక్లిష్ట సాంకేతిక ప్రపంచంలో సవాళ్ళను ఎదుర్కోవడానికి తోడ్పడేది. పిల్లల్లో తార్కిక, విశ్లేషణాత్మక ఆలోచనలు అభివృద్ధిచేయుటద్వారా, గణిత సమస్య సాధనలలో ఒక దృఢమైన వైఖరిని పెంపొందించటం ద్వారా, అదే విధంగా ఏ సందర్భంలో, ఏ గణిత సాధనాలు సరిపోతాయో, వాటిని తదనుగుణంగా అన్వయింపచేయగలిగేలా నిర్ణయించగల సామర్థ్యాన్ని కలిగించటం ద్వారా గణితీకరణ సామర్థ్యాన్ని పిల్లల్లో సాధింపవచ్చు.

అంకగణిత, బీజగణిత, రేఖా గణిత సమస్యలను విడిగా అర్థం చేసుకోకుండా సాంఘిక, విజ్ఞాన శాస్త్ర సమస్యలతో ముడిపడి సాధించేలా సామర్థ్యాలు పెంపొందించాలి. అందుకే పాఠశాల గణితం కృత్యాధారంగా ఉండాలి. అలాగే గణిత విద్య ప్రతి విద్యార్థికి అందుబాటులో ఉండి ఆహ్లాదకరంగా ఉండాలి.

పాఠశాలలో గడిపే సమయం జీవితంలో వైవిధ్యమైన సమస్యలను ఎదుర్కొనేలా, సమస్యలను పరిష్కరించేలా, విశ్లేషణా నైపుణ్యాలు పిల్లల్లో నిర్మింపచేసేలా ఉండాలి. గణిత మెళకువలు జ్ఞప్తికి తెచ్చుకొని ఉపయోగించే కన్నా ఎప్పుడు, ఎలా గణిత మెళకువలు ఉపయోగించాలో అవగాహన చేసుకోవడం ఉత్తమం.

పిల్లలు గణితాన్ని గూర్చి తమలోతాము మాట్లాడుకునేలా, వ్యక్తపరచుకొనేలా, చర్చించుకొనేలా కలిసి పనిచేసేలా ఉండాలి. గణితం పిల్లల జీవితానుభవాలలో ఒక భాగంగా ఉండాలి.

పిల్లలు తమకు తాము అర్థవంతమైన గణిత సమస్యలు రూపొందించుకొనేలా, పరిష్కరించుకొనేలా చేయగల్గాలి. తార్కిక ఆలోచనలు అనేవి గణితం మనకు యిచ్చిన గొప్ప బహుమతి. పిల్లలలో వాటిని పెంపొందింపజేయాలి. పిల్లలను నిరంతరం పాఠశాలలో నిమగ్నమయ్యేలా ఉపాధ్యాయులు చేయగల్గాలి. గణిత విషయం కన్నా, గణిత అభ్యసన ప్రక్రియకు ప్రాధాన్యత ఇవ్వాలి. దీనిలో భాగంగా గణితంలో వివిధ ప్రక్రియలైన, సమస్యాసాధన, అన్వేషణ దృక్పథం, అంచనా వేయటం, క్రమాలను ఉపయోగించడం, దృశ్యీకరణ, ప్రాతినిధ్యపరచడం, కారణాలు, ఉపపత్తి, అనుసంధానించడం, వ్యక్తపరచడం వంటి వాటికి అధిక ప్రాధాన్యతనివ్వాలి. ఇవన్నీ గణితీకరణ ప్రక్రియకు తోడ్పడతాయి.

1.28 సారాంశం

ఈ అధ్యాయంలో ఈ కింది అంశాలను గురించి చర్చించుకొన్నాం.

1. Mathematics అనే పదం Manthano, Mathaino అనే గ్రీక్ పదాల నుండి ఉత్పన్నమైనది. దీని అర్థం నేర్చుకోవడం
2. గణితానికి వివిధ గణిత శాస్త్రవేత్తలు తమ, తమ దృక్కోణాల నుంచి యిచ్చిన నిర్వచనాలను పరిశీలించాం.
3. గణిత స్వభావానికి చెందిన అంశాలైన వరుసక్రమంపై ఆధారపడటం, అమూర్త లక్షణం, సరిచూసుకొనే అవకాశం, సంకేతాలు, తార్కికత, ఆగమన, నిగమన హేతువాదం, కచ్చితత్వం గురించి చర్చించాం.
4. గణితము నిజజీవితంలో ఎక్కడ, ఏ రూపంలో కన్పిస్తుంది అనే విషయం గురించి తెలుసుకున్నాం.
5. నిత్యజీవితంలో గణితం ఆవశ్యకత, ప్రాముఖ్యత మరియు నిజజీవిత గణితానికి, పాఠశాల గణితానికి మధ్యగల బేధాలు గూర్చి తెలుసుకొన్నాం.
6. గణితాన్ని మనం ఎందుకు బోధించాలో భాగంగా విద్యాగమ్యాలు, గణితవిద్యాగమ్యాలు, గణిత బోధనోద్దేశ్యాలు, విలువలు,NCF-2005, APSCF-2011, సూచించిన గణిత బోధనోద్దేశ్యాల గూర్చి తెలుసుకొన్నాం.
7. గణిత భావన, బ్రూనర్ సూచించిన భావనలోని మూలకాలు / స్కెంప్ సూచించిన భావన రకాలు గూర్చి తెలుసుకున్నాం.
8. గణిత ప్రక్రియలు గూర్చి చర్చించాం.
9. గణిత గుర్తులు గురించి వివరించుట జరిగింది.
10. గణితీకరణ భావన గురించి తెలుసుకున్నాం.

వ్యాసరూప, సంక్షిప్త ప్రశ్నలు, లఘుసమాధాన ప్రశ్నలు

1. వ్యాసరూప ప్రశ్నలు:

1. గణిత స్వభావానికి చెందిన అంశాలు గురించి చర్చించండి. వాటిని బోధనలో ఏ విధంగా అన్వయించుకోవచ్చు?
2. నిజజీవితంలో గణితం అవశ్యకత మరియు ప్రాముఖ్యత గురించి వివరించుము.
3. నిజజీవిత గణితానికి, పాఠశాల గణితానికి మధ్య గల బేధాన్ని వివరించండి.
4. గణిత విలువలు పేర్కొని వాటి గురించి సోదాహరణంగా వివరించండి.
5. 1, 2 తరగతుల గణిత భావనలు, ప్రక్రియలు, గుర్తులు రాయండి.
6. 3, 4, 5 తరగతుల గణిత భావనలు, ప్రక్రియలు, గుర్తులు రాయండి.
7. గణితీకరణము గురించి మీ అవగాహనను వివరించండి.

2. సంక్షిప్త సమాధాన ప్రశ్నలు

1. గణితానికి ముగ్గురు గణిత శాస్త్రవేత్తలు యిచ్చిన నిర్వచనాలు పేర్కొనండి.
2. నిజజీవితంలో గణితం ఎక్కడ, ఏ రూపంలో కన్పిస్తుంది?
3. విద్యాగమ్యాలు, గణిత విద్యాగమ్యాలు గురించి పేర్కొనండి.
4. NCF-2005 పాఠశాల గణితం దార్శనికత గురించి వివరించండి.
5. NCF-2005, APSCF-2011 సూచించిన గణిత బోధనోద్దేశ్యాలు గురించి రాయండి.

6. ప్రాథమిక స్థాయిలో గణితబోధనాలక్ష్యాలు పేర్కొనండి.
7. బ్రూనర్ సూచించిన భావనలోని మూలకాలు లేదా అంశాలు పేర్కొనండి.
8. స్కెంప్ భావన వర్గీకరణ గురించి వివరించండి.
9. భావనక్రమము గురించి వివరించండి.
10. భావనలు ఏర్పడే విధానాలు గురించి వివరించండి.
11. భావనలోని రకాలు పేర్కొని వాటిని సంక్షిప్తంగా వివరించండి.

3. లఘు సమాధాన ప్రశ్నలు

1. గణితం ఏయే పదాలనుండి ఉత్పన్నమైనది? దాని అర్థం ఏమిటి?
2. గణిత భావన అనగా నేమి?

ప్రాజెక్టులు, కృత్యాలు:

1. మీ ఇంటి పరిసరాల్లో పిల్లలను పరిశీలించి వారిలో గణితభావనలు ఏర్పడే విధానం గురించి వివరించండి.
2. ఏదైనా పదిమంది పిల్లలు చేసిన సమస్యలను విశ్లేషించండి. వారి సమస్యలలోని భావనల బలాలు, బలహీనతలు గుర్తించండి. ఏ భావనలు ఏర్పడినవి? ఏవి ఏర్పడలేదు? కారణసహితంగా విమర్శనాత్మక నివేదిక తయారుచేయండి.
3. ప్రాథమికస్థాయిలో గణిత బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలను గమనించండి. ఉపాధ్యాయుడు ఉపయోగించిన గణిత భాషను పేర్కొనండి. నివేదిక రాయండి.

రిఫరెన్స్ పుస్తకాలు (సంప్రదింపు గ్రంథాలు, వెబ్‌సైట్లు)

1. Skemp, Richard R (1989) - Mathematics in the Primary School
2. Position Paper on Mathematics, SCF-2011, SCERT, Hyderabad
3. Teachers Hand Book on Classes 1 and 2 of Mathematics text book 2011
4. Teachers Hand Book on Classes 4 and 5 of Mathematics text book 2013
5. IGNOU D.Ed Study Material in Mathematics
6. Karnataka State D.El.Ed First Year Source book
7. NCERT (2005), NCFW-2005, Newdelhi, NCERT
8 NCERT (2005), Position Paper on Mathematics Education-2005, Newdelhi, NCERT
9. D.Ed., గణిత శాస్త్ర బోధన పద్ధతులు–2010 శ్రీ జి.సుందరయ్య etl. తెలుగు అకాడమీ
10. B.Ed., గణిత శాస్త్ర బోధన పద్ధతులు–2003 శ్రీ S. కామేశ్వరరావు etl. తెలుగు అకాడమీ

వెబ్‌సైట్లు & లింక్స్:

1. www.ncert.nic.in/html/pdf/nct-qna.pdf

2 గణితం, బోధన సూత్రాలు మరియు బోధన పద్ధతులు

> ***"If I can't learn the way you teach me, can you teach me the way I can learn"***
> ***- DPEP Slogan***

విషయక్రమం :

2.1 అభ్యాసకుని అవగాహన చేసుకోవడం.

2.2. అభ్యసన సిద్ధాంతాలు.

2.3 అభ్యసన ప్రక్రియలు – అవగాహన

2.4 గణిత బోధన పద్ధతులు / ఉపగమాలు

2.5 అభ్యసన దోషాలు – అధిగమించడం.

లక్ష్యాలు :

ఈ అధ్యాయం / ఉపాధ్యాయులు – విద్యార్థులు చదివిన తరువాత :

- ప్రాథమిక స్థాయి అభ్యాసకుని అర్థం చేసుకొంటారు.
- పిల్లల అంతర్గత శక్తులను, వారి సామర్థ్యాలను అవగాహన చేసుకొంటారు.
- పిల్లల వైయక్తిక భేదాలను గుర్తించి, వాటికనుగుణంగా బోధనా కార్యక్రమాల్ని రూపొందిస్తారు.
- పియాజే సంజ్ఞానాత్మక సిద్ధాంతంలోని వికాస దశలు తెలుసుకొని, గణిత బోధనలో అన్వయిస్తారు.
- వైగోట్స్కీ సాంఘిక అభ్యసన సిద్ధాంతంలోని అంశాలను అర్థం చేసుకొని, తరగతి గదిలో అన్వయిస్తారు.
- బోధనాభ్యసన ప్రక్రియను అవగాహన చేసుకొంటారు.
- పిల్లలు తమ అంతర్గత శక్తులను వినియోగించుకొని అర్థవంతంగా అభ్యసించడానికి అవసరమగు సహజ అభ్యసన వాతావరణాన్ని తరగతిగదిలో కల్పిస్తారు.

- పిల్లలు గణితాన్ని ఎలా అభ్యసిస్తారో తెలుసుకొని, దానికి అనుగుణంగా అభ్యసన ప్రక్రియను రూపొందిస్తారు.
- గణిత బోధన సూత్రాలను తెలుసుకొంటారు.
- ప్రాథమిక స్థాయిలో గణితాన్ని బోధించడంలో వివిధ బోధన పద్ధతుల ఆవశ్యకతను గ్రహిస్తారు.
- వివిధ బోధన పద్ధతులను ఉపగమాలను గురించి తెలుసుకొని గణిత బోధనలో వాటిని వినియోగిస్తారు.
- ఏ బోధనాంశానికి ఏ పద్ధతి తగిందో నిర్ణయించగలుగుతారు.
- ప్రాథమిక స్థాయి గణిత అభ్యసనలో విద్యార్థులు చేయు దోషాలు గుర్తించి, వాటిని అధిగమించడానికి చర్యలు చేపట్టగలుగుతారు.

పరిచయం :

నీవు పాఠశాలకు వెళ్ళే రోజులు జ్ఞాపకం ఉన్నాయా? నీకు లెక్కలంటే ఇష్టమేనా? నీవు లెక్కలు చేయడంలో ఆనందాన్ని పొందావా? నీవు లెక్కలు నేర్చుకోవడంలో మీ ఉపాధ్యాయుడు శ్రద్ధ తీసుకునేవాడా? నీవు లెక్కలు అర్థం చేసుకోవడంలో ఇబ్బందిపడేటపుడు మీ ఉపాధ్యాయుడు సహకరించాడా? ఏ విధంగా సహకరించాడు? పాఠశాలలో నేర్చుకునే గణితాన్ని నిజజీవితానికి అనుసంధానం చేయగలిగావా? విద్యార్థి గణితాన్ని నేర్చుకోవడానికి సంబంధించిన ఈ ప్రశ్నలు లేవనెత్తే సమస్యలు గురించి ఆలోచించాలి. అలాగే పిల్లలను అభ్యాసకులుగా తెలుసుకోవడం ఉపాధ్యాయుడికి ఎంత ముఖ్యమో కూడా తెలుసుకోవడానికి ప్రయత్నించాలి. దీనినిబట్టి ప్రాథమిక పాఠశాలలో గణిత బోధనను శిశువు దృక్కోణం నుంచి చూడవలసిన అవసరం ఎంతయినా ఉందని తెలుస్తుంది.

బోధన ఒక శాస్త్రం. బోధన ఒక కళ. బోధన ఒక నైపుణ్యం. విద్యార్థుల్లో ఆమోదయోగ్యమైన ప్రవర్తనా మార్పులు తేవడమే బోధన ముఖ్య ఉద్దేశం. అయితే బోధన అభ్యసన ఆసక్తిదాయకంగా, ఫలవంతంగా జరగాలంటే ఉపాధ్యాయుడు బోధనాంశానికి తగిన పద్ధతులను, వ్యూహాలను ఎంపిక చేసుకోగలగాలి. దానికోసం ముందుగా ఉపాధ్యాయునికి విద్యార్థి గురించి తెలియాలి. అంటే అభ్యాసకుని స్వభావం, పిల్లలలో ఉండే అంతర్గత శక్తులు, పిల్లల వైయక్తిక భేదాలు తెలియాలి. అలాగే వివిధ విద్యావేత్తలు సూచించిన అభ్యసన సిద్ధాంతాలు – గణిత బోధనలో వాటి అనువర్తనం, బోధనాభ్యసన ప్రక్రియ – సహజ అభ్యసన వాతావరణం, పిల్లలు గణితాన్ని ఎలా అభ్యసిస్తారు? అనే వాటిపై ఉపాధ్యాయుడు అవగాహన కలిగి ఉండాలి. మరీ ముఖ్యంగా బోధనా సూత్రాలు, గణిత బోధనా పద్ధతులు ఉపగమాలు వాటిని ఉపయోగించదగు సందర్భాలను ఉపాధ్యాయుడు తెలుసుకోవాలి. కాబట్టి ఈ అధ్యాయంలో పై అంశాలకు సంబంధించిన విషయాలను గురించి తెలుసుకుందాం.

2.1 అభ్యాసకుని అవగాహన చేసుకోవడం :

మన పాఠశాలలు ఎవరికోసం? మన పాఠశాలలో జరిగే కార్యక్రమాలు ఎవరికోసం? అని ప్రశ్నించుకుంటే మన పాఠశాలలు పిల్లలకోసమే, మన పాఠశాలలో జరిగే కార్యక్రమాలన్నీ పిల్లలకోసమే అన్నది మనందరికీ తెలిసిందే. పిల్లల సంపూర్ణ అభివృద్ధి మన లక్ష్యం. కాబట్టి పిల్లల సంపూర్ణ వికాసం కోసం పాఠశాలలు కృషి చేయాలి. పిల్లలు తమకిష్టమైన పద్ధతిలో పాఠశాల బయట నేర్చుకుంటారు. అలవోకగా ఎన్నో విషయాలు నేర్చుకొన్న మన పిల్లలు పాఠశాలల్లో మనం ఆశించినట్లుగా నేర్చుకోవడం జరగడం లేదు. పిల్లలలో మనం ఆశించిన అభ్యసనం జరగాలంటే అందుకు అనుకూలమైన కృత్యాలు, కార్యక్రమాలు రూపొందించుకోవాలి. ఇవి రూపొందించుకోవాలంటే ముందుగా మనం పిల్లల్ని అర్థం చేసుకోవాలి. పిల్లల ఇష్టాయిష్టాలను అర్థం చేసుకోవాలి. ముఖ్యంగా ప్రాథమిక తరగతుల్లో పిల్లల్లో సమగ్ర వికాసం కలిగించాలంటే

ఉపాధ్యాయుడు ముందుగా పిల్లల స్వభావాన్ని, వారి అంతర్గత శక్తులను, వారు గణితాన్ని అభ్యసించే విధానాన్ని తెలుసుకోవాలి. అందుకు అనుగుణమైన కార్యక్రమాలు రూపొందించుకోవాలి.

2.1.1 ప్రాథమిక స్థాయి పిల్లల స్వభావం :

ప్రాథమిక స్థాయి పిల్లల స్వభావం ఇలా ఉంటుంది.

- కొత్త విషయాన్ని తెలుసుకోవడానికి ఆసక్తి ప్రదర్శిస్తారు.
- విషయాన్ని అర్థం చేసుకోవడానికి ప్రశ్నిస్తారు.
- చేసి చూడాలని అనుకుంటారు.
- ఏ విషయాన్ని గుడ్డిగా నమ్మరు.
- స్వేచ్ఛను కోరుకుంటారు.
- తమకు ఇష్టమైన పద్ధతిలో పనులు చేయాలనుకుంటారు.
- ఒకే చోట ఎక్కువసేపు కూర్చోవడానికి ఇష్టపడరు.
- ఏ పనైనా ఎక్కువసేపు చేయరు. కొద్దిసేపటికి ఇంకోపని చేయాలనుకుంటారు.
- పరిచయం లేనివారితో ముభావంగా ఉంటారు.
- సమవయస్కులతో కలిసి పనిచేయడానికి ఇష్టపడతారు.
- పోటీతత్వం ఉంటుంది.
- వారు చేసిన పనిలో తప్పులు వెదకడం ఇష్టపడరు. ఖండిస్తే మళ్లీ చేయడానికి ఇష్టపడరు.
- ఏది వద్దంటామో అదే చేస్తారు.
- ఆటలు, పాటలు, కథలంటే ఆసక్తి చూపుతారు.
- బొమ్మలు వేయడమంటే ఇష్టాన్ని ప్రదర్శిస్తారు.
- రంగులన్నా, రంగులు వేయాలన్నా ఇష్టపడతారు.
- మట్టి, ఇసుక లాంటి వాటితో ఆడటమంటే సరదా. ఇక చాలు అనేదాకా వదలరు.
- స్వార్థాన్ని కల్గి ఉంటారు.
- కాల్పనిక శక్తి అమోఘంగా కల్గి ఉంటారు.
- ఇతరులను అనుసరిస్తారు.
- ఏ వస్తువుతోనైనా తమకు నచ్చినవన్ని చేసుకుంటారు.
- తప్పు జరిగితే నిలదీస్తారు.
- తమ తప్పులను తామే సరిదిద్దుకుంటారు.
- ఇతరుల గురించి ఫిర్యాదు చేయడమంటే భలే ఇష్టం.
- తప్పులు వెదకడమంటే వారు చాలా ఇష్టపడతారు.

- సవాళ్ళను స్వీకరిస్తారు. రెచ్చగొడితే ఎంతటి సవాళ్ళనైనా స్వీకరిస్తారు. ఎవరితోనైనా పోటీకి దిగుతారు. వాదిస్తారు, చర్చిస్తారు.
- ఆత్మాభిమానం ఎక్కువ.... మొదలయినవి.

ఆలోచించండి : ప్రాథమికస్థాయి పిల్లవానిని పరిశీలించి అతని/ఆమె స్వభావాన్ని మీ స్వంత మాటల్లో రాయండి.

2.1.2. పిల్లలు – అంతర్గత శక్తులు :

పిల్లల స్వభావాన్ని తెలుసుకున్నాం కదా! మరి పిల్లల శక్తులేమిటో ఇప్పుడు తెలుసుకుందాం.

ఒకసారి నలుగురు పెద్ద మనుషులు ఒక పెద్ద బండను గడ్డపారతో ఒక చోట నుంచి ఇంకొక చోటుకు చేరవేస్తున్నారు. గడ్డపారతో బండరాయిని కొద్దిగా పైకి లేపడానికి గడ్డపార మొదలును బండరాయి కింద ఉంచి నెడుతున్నారు. ఇది చూచిన సుమారు 2 1/2 సం॥ల వయసు ఉన్న బాలుడు పెద్దవారు చేసే విధంగానే ఒక చిన్న రుబ్బురోలు క్రింద ఒక కర్రముక్కను ఉంచి దానికింద ఒక చిన్నరాయిని ఉంచి రుబ్బురోలును నెట్టసాగాడు. దీనిని బట్టి మనకేం తెలుస్తుంది? పిల్లలు ఎప్పుడూ తమ చుట్టూ ఏం జరుగుతుందో తమ ఇంట్లో వాళ్ళు ఏం చేస్తున్నారో పరిశీలిస్తూ ఉంటారు. అనుకరిస్తూ కూడా ఉంటారు. అది ఎందుకు అట్లా జరుగుతుంది? ఇది ఎందుకు ఇట్లా జరుగుతుంది? అంటూ ఎప్పుడూ రకరకాల ప్రశ్నలు వేస్తూ ఉంటారు. అంటే వారికి పరిశీలించడం, ప్రశ్నించడం, తార్కికంగా ఆలోచించడం తెలుసునని మనం గ్రహించాలి.

అట్లాగే రెండు వేర్వేరు గ్లాసుల్లో ఒకదానిలో చల్లనినీళ్ళు, మరోదానిలో వేడినీళ్ళు ఉంచి, ఏ నీళ్ళు వేడిగా ఉన్నాయో చెప్పమంటే పిల్లవాడు తప్పకుండా ఆ రెండు గ్లాసుల్లో వేలు పెట్టి ఏ గ్లాసులో నీళ్ళు వేడిగా ఉన్నాయో, ఏ గ్లాసులో నీళ్ళ చల్లగా ఉన్నాయో చెబుతాడు. అంటే పిల్లలకు ప్రయోగం చేసి ఫలితం చెప్పగలిగే సామర్థ్యం ఉంటుంది.

కొన్ని రకాల వస్తువులను కలిపి ఇస్తే ఒకే రకమైన వస్తువులను ఒకచోట ఉంచగలరు. అంటే వస్తువుల్ని "వర్గీకరించే సామర్థ్యం" కూడా పిల్లలకు ఉన్నదన్నమాట.

పిల్లల్ని వారి ఇంటిగది చిత్రం గీసి మీ ఇంట్లో తలుపు ఎక్కడ ఉంది? కిటికీలు ఎక్కడ ఉన్నాయి? బీరువా ఎక్కడ ఉంది? టి.వీ. ఎక్కడ ఉంది? అని గుర్తించమంటే పిల్లలు గుర్తించగలుగుతారు. చాలా వస్తువుల్ని గుర్తించుకొని మరో వస్తువు (కాగితం లేదా పలక) పై గుర్తించగలిగే ఈ సామర్థ్యాన్ని 'మ్యాపింగ్' (Mapping) అంటాం.

పరిశీలించడం, ప్రశ్నించడం, పునఃశ్చరణ చేయడం, తార్కికంగా ఆలోచించడం, ఊహించడం, సృజనాత్మకత, ప్రయోగం చేయడం, ఒకేరకమైన లక్షణాలు కలిగిన కొన్ని వస్తువుల్ని వర్గీకరించడం, పోల్చడం, భేదాలు తెలపడం, సంబంధిత వస్తువులని జతపరచడం, అంచనావేయడం, విశ్లేషించడం, మ్యాప్‌లు సాధారణీకరించడం లాంటి పలు సామర్థ్యాలను పిల్లలు పుట్టుకతోనే పొందిఉంటారు. అందుకే వాటిని "అంతర్గత సామర్థ్యాలు" అంటాం.

పై అంతర్గత శక్తులను పిల్లలందరూ పుట్టుకనుండే కలిగి ఉంటున్నారు. అందుకే ఎన్నో విషయాలను గ్రహిస్తున్నారు. అనుభవాలను గడించడంద్వారా, వీటిని ఉపయోగించి నేర్చుకుంటున్నారు. అందుకే పిల్లలు వాళ్ళలో అంతర్గతంగా ఉన్న శక్తులను ఎంత బాగా వినియోగించుకుంటే, అంత బాగా వాళ్ళలో అభ్యసనం జరుగుతుంది. అవసరం ఏర్పడినపుడు, ఆసక్తి ఉన్నప్పుడు వీటిని వినియోగిస్తారు. అందుకు తగిన వాతావరణాన్ని ఉపాధ్యాయుడు కల్పించాలి.

2.1.3. పిల్లలు – వైయక్తిక భేదాలు :

పిల్లలలో ఉండే అంతర్గత శక్తులను గురించి తెలుసుకున్నాం కదా! అయితే పిల్లలందరిలో అంతర్గత శక్తులు ఉన్నప్పటికీ వారిలో వివిధ విషయాలలో వైయక్తిక భేదాలు ఉంటాయి. అభ్యాసకుని అర్థం చేసుకోవడం కోసం ఉపాధ్యాయునికి విద్యార్థులలోని వైయక్తిక భేదాలపై సరయిన అవగాహన అవసరం.

సాధారణంగా అభ్యాసకులలో కింది అంశాలలో వైయక్తిక భేదాలు కనబడతాయి.

- వాస్తవిక వయస్సు
- శారీరక లక్షణాలు
- సాధారణ మానసిక సామర్థ్యాలు.
- నిర్దిష్ట సామర్థ్యాలు
- ఉద్వేగ స్థిరత్వం.

వైయక్తిక భేదాలకు కింది వాటిని ప్రధాన కారకాలుగా చెప్పవచ్చు.

1. అనువంశికత
2. గృహ వాతావరణం
3. గత అనుభవాలు
4. సాంఘిక, ఆర్థిక స్థాయి
5. లింగం (Sex)
6. జాతి (Race).... మొదలయినవి.

తరగతి గదిలోని అందరు విద్యార్థులు ఒకే విధమైన అభ్యసన సామర్థ్యాన్ని కలిగిఉండరు. ఇది ఏ ఉపాధ్యాయుడైనా మొదట గ్రహించవలసిన అతి ముఖ్యమైన విషయం. కొంతమంది విద్యార్థులు చాలా చురుకుగా ఉండి అభ్యసనలో అందరి కంటే ముందు ఉండవచ్చు. కొంతమంది విద్యార్థులు సామాన్యంగా ఉండి, పైన చెప్పిన చురుకైన వారి కంటే కాస్త నెమ్మదిగా అభ్యసించవచ్చు. మరికొంతమంది, పైన చెప్పిన వారందరికంటే మందకొడిగా ఉంటూ, అభ్యసనకు ఎక్కువ సమయం తీసుకోవచ్చు. మొదటి రకానికి చెందినవారిని ప్రతిభావంతులని, రెండవరకానికి చెందినవారిని సామాన్యులు అని, మూడవ రకానికి చెందినవారిని మంద అభ్యాసకులనీ అంటాం. ఈ మూడవరకం వారిలో కొద్దిమందిని వెనుకబడిన విద్యార్థులు అనడం కూడా వాడుకలో ఉంది.

గణితంలో విద్యార్థులు వెనుకబడడానికి కారణాలు, నివారణ చర్యలు :

ఇక్కడ ఉపాధ్యాయుడు ప్రధానంగా ఒక విషయం తెలుసుకోవాలి. వెనుకబడినతనం అంటే ఏమిటి? గణితంలో వెనుకబడినతనం అంటే ఏమిటి? గణితంలో వెనుకబడినవారు ఇతర సబ్జెక్టులు, ఇతర విషయాలు పట్లకూడా వెనుకబడి ఉంటారా? ఈ విద్యార్థులను గుర్తించడం ఎలా? వారిలో వెనుకబడినతనానికి కారణాలు తెలుసుకోవడం ఎలా? వీరిలోని వెనుకబడినతనాన్ని నిర్మూలించవచ్చా? వారిని కనీస అభ్యసన స్థాయికి చేర్చడం ఎలా? మొదలైన ప్రశ్నలు ఉపాధ్యాయుడిని నిరంతరం వేధిస్తూ ఉంటాయి. ఉపాధ్యాయుడు సహనంతో, ఓపికతో, విద్యార్థి పట్ల ప్రేమతో విద్యార్థిని నిరంతరం గమనిస్తూ ఒక అంచనాకు రావాలి.

కొంతమంది విద్యార్థులు తరగతి గదిలోని ఇతరుల కంటే చదువులో కాస్త నిదానంగా ఉంటారు. అయినంత మాత్రన వారిని వెనుకబడినవారు అనడం సరికాదు. అందువలన వారిని ఇక నుంచి 'మంద అభ్యాసకులు' అని అందాం. అంటే నెమ్మదిగా, మరికాస్త ఎక్కువ సమయం తీసుకుంటూ అభ్యసన చేసేవారని అర్థం. వీరి మంద అభ్యసనకు కారణాలు చాలా ఉండవచ్చు. వాటిలో కొన్ని....

i) శారీరక లోపం కలిగినవారై ఉండవచ్చు.

ii) మానసికలోపం కలిగినవారై ఉండవచ్చు.

iii) గణితంపట్ల ఆసక్తి లేనివారై, అయిష్టత కలిగి ఉండవచ్చు.

iv) గణిత భావనలు సరిగ్గా అర్థం చేసుకోనివారై ఉండవచ్చు.

v) గణిత పరిక్రియలు చేసే సామర్థ్యం ఇతరుల కంటే తక్కువ వున్నవారై వుండవచ్చు.

vi) తరగతికి సరిగ్గా హాజరు కాకపోయి ఉండవచ్చు.

vii) అభ్యసనకు ప్రతికూల గృహవాతావరణం కలిగినవారై ఉండవచ్చు.

viii) చిత్తవృత్తి (Temperment), ఉద్వేగ (Emotional) సంబంధ సమస్యలు కలిగి ఉండవచ్చు.

ix) పాఠశాల పరిస్థితులకు సర్దుబాటు కాలేకపోవచ్చు.

x) గణిత భావనలను మూర్తం నుంచి అమూర్తానికి బదిలీ చేయడంలో ఇబ్బంది పడవచ్చు.

మంద అభ్యాసకులను ఉపాధ్యాయుడు గుర్తించి, వారిలో మంద అభ్యసనకు గల కారణాలను గమనించి, నివారణ చర్యలు చేపట్టాలి.

i) శారీరక, మానసిక లోపాలు ఉన్నవారికి వైద్య సలహా తీసుకోవాలి. వారికి ఆత్మస్థైర్యం కలిగించాలి.

ii) గణితంలో తాను నేర్చుకొన్న అంశాలు నిత్యజీవితంలో ఏ విధంగా ఉపయోగపడతాయో తెలియజేయాలి.

iii) గణిత క్లబ్‌ల ద్వారా మనోరంజక కార్యక్రమాలను నిర్వహించాలి.

iv) ప్రత్యక్ష అనుభవాలు కలుగచేయాలి, ప్రయోగాలు చేయడం ద్వారా గణిత భావనలపై అవగాహన కలిగించాలి.

v) విద్యార్థులు పాఠశాలకు క్రమం తప్పకుండా హాజరు కావడానికి విద్యా కార్యక్రమాలు ఆసక్తికరంగాను, ఆకట్టుకునే విధంగాను ఉండేట్లు రూపొందించాలి.

vi) తరగతి గదిలో గణితానికి సంబంధించి విద్యార్థులు చేసిన పనిని, ఉపాధ్యాయులు చేసిన పనిని ప్రదర్శించాలి.

vii) తల్లిదండ్రులతో, ఇతర కుటుంబసభ్యులతో, సహ విద్యార్థులతో, ఇతర ఉపాధ్యాయులతో సమావేశమై విద్యార్థికి ఆయా ప్రాంతాల నుంచి, వ్యక్తుల నుంచి సహకారం వచ్చేలా చేయాలి.

viii) విద్యార్థుల అభ్యసన స్థాయిని గుర్తించి, వారి అభ్యసన అవసరాలను తీర్చేటట్లు బోధించాలి.

ix) సరిగా సర్దుబాటు చేసుకోలేని విద్యార్థుల పట్ల ఉపాధ్యాయుడు స్నేహభావంతో మెలగాలి.

ప్రతిభావంతులైన విద్యార్థులను ప్రోత్సహించడం :

ప్రతిభావంతులైన విద్యార్థులు మంచి జ్ఞానాత్మక సామర్థ్యాలు కలిగిఉండటం వల్ల వారు మిగతా విద్యార్థులకంటే ముందుస్థానంలో ఉంటారు. వీరి ప్రజ్ఞా లబ్ధి 130 లేదా అంతకంటే హెచ్చు. వీరు తరగతిలో తక్కువ సంఖ్యలో ఉంటారు. సమస్యా సాధనలో విశేషమైన సామర్థ్యాన్ని ప్రదర్శిస్తారు. వారికి ఉన్నత శిఖరాలను అధిరోహించాలని, ఉన్నతస్థాయిలో

ప్రేరణ, విశ్లేషణ సామర్థ్యం, పట్టుదల, కార్యోన్ముఖత మొదలయిన లక్షణాలు ఉంటాయి. వీరు సాధారణ విద్యార్థులకంటే వేగంగా చదువుతారు. ఎక్కువకాలం జ్ఞప్తికి ఉంచుకుంటారు. సాధారణంగా ఈ విద్యార్థులు పాఠశాలలో, గృహాలలో ఇతరులతో కలవరు. వీరికి సరిపడు విద్యానుభవాలు కలుగచేస్తే చక్కగా రాణించగలరు.

ముందుగా ఉపాధ్యాయుడు తన తరగతి గదిలోని విద్యార్థులలో ప్రతిభావంతుల్ని గుర్తించాలి. వారి తోడ్పాటుకు విద్యా కార్యక్రమాలు రూపొందించాలి. వాటిలో కొన్ని :

i) ప్రతిభావంతులయిన విద్యార్థులకు ప్రత్యేక పాఠశాలలు నెలకొల్పి, వారి సామర్థ్యాలకు అనుగుణంగా ప్రత్యేక పాఠ్యప్రణాళికను రూపొందించి, అందుకు అనుగుణంగా సామర్థ్యం ఉన్న ఉపాధ్యాయులతో బోధన గావించాలి.

ii) ప్రతిభగల విద్యార్థులను ఒక జట్టుగా చేసి వారి సామర్థ్యాలు, వివేకాన్ని సవాలు చేసే కార్యక్రమాలు, కృత్యాలు, అనుభవాల ద్వారా ప్రత్యేక బోధన ఏర్పాట్లు చేయాలి.

iii) ప్రతిభగలవిద్యార్థి అభ్యసన వేగాన్ని, అభిరుచిని, సామర్థ్యాన్ని, ప్రేరణ, అవసరాలను తదితర అంశాలను దృష్టిలో ఉంచుకుని వ్యక్తిగత బోధనకు అవకాశం కలిగించే కార్యక్రమాలు రూపొందించాలి.

iv) ప్రతిభ ఉన్న విద్యార్థుల తల్లిదండ్రులతో ఉపాధ్యాయులు సమావేశమవుతూ, తగిన వ్యూహాలను, కార్యక్రమాలను రూపొందించి, వాటిని అమలుపరచడానికి తగిన ప్రోత్సాహాన్ని, వాతావరణాన్ని కల్పించడానికి కృషి చేయాలి.

v) బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలో విద్యార్థులకు భాగస్వామ్యం కల్పించాలి.

vi) ప్రతిభగల విద్యార్థులను సుసంపన్నం చేసే కార్యక్రమాలు రూపొందించి నిర్వహించాలి.

కొన్ని కార్యక్రమాలు :

ఎ) సిలబస్‌లోని అంశాలను వివరంగా అధ్యయనం చేయించి, బౌద్ధిక నైపుణ్యాలను పెంపొందించాలి.

బి) జిజ్ఞాసతో కూడిన ప్రశ్నలు వేయడానికి ప్రోత్సహించాలి.

సి) స్వతంత్రంగా అభ్యసించే మార్గాలను విద్యార్థులకు పరిచయం చేయాలి.

డి) అభ్యసించిన గణిత భావనలు, నైపుణ్యాలు నిత్య జీవిత సమస్యల సాధనలో ఉపయోగించడానికి ప్రోత్సహించాలి.

ఇ) క్లిష్టమైన అంశాలపై ప్రాజెక్టులను రూపొందించి, అమలు పరిచేటట్లు ప్రోత్సహించాలి.

ఎఫ్) వారిలో ఆలోచనలను, నైపుణ్యాలను పెంపొందించడానికి బ్రెయిన్ స్టార్మింగ్ సెషన్స్ నిర్వహించాలి.

జి) గణిత శాస్త్ర విషయాలపై, శాస్త్రజ్ఞులపై ప్రచురింపబడిన వ్యాసాలు చదవడాన్ని, నూతన వ్యాసాలను రాయడాన్ని ప్రోత్సహించాలి.

జీన్ పియాషే

హెచ్) గణిత ప్రదర్శనలు, క్విజ్‌లు, మ్యాథమెటిక్స్ పోటీపరీక్షలు లాంటి వాటిలో పాల్గొనడాన్ని ప్రోత్సహించాలి.

ఆలోచించండి : మీరు టీచింగ్ ప్రాక్టీస్ / ఇంటర్న్‌షిప్ కార్యక్రమానికి పాఠశాలకు వెళ్ళిన సందర్భంలో ఆ తరగతి పిల్లలను పరిశీలించి వారి వైయక్తిక భేదాలకు అనుగుణంగా ప్రతిభావంతులను, మంద అభ్యాసకులను గుర్తించి – ప్రతిభావంతులను ప్రోత్సహించుటకై తగిన కార్యక్రమాలను, మంద అభ్యాసకులను పైస్థాయికి తీసుకువెళ్ళడానికి తగిన సూచనలను చేయండి.

2.2. అభ్యసన సిద్ధాంతాలు :

విద్యాగమ్యాలు రోజురోజుకీ మారుతున్నాయి. 21వ శతాబ్దపు విద్యావ్యవస్థలో ప్రధానమైన మార్పు బోధన నుంచి అభ్యసనకు మారడం. ఈ మార్పు అనేది **పిల్లలు నేర్చుకొనేలా చేయడం**తో ప్రారంభమయింది. తరువాత ఈ మార్పు అనేది – "అభ్యసించడం నేర్చుకో; జీవించడం నేర్చుకో, కలిసి జీవించడం నేర్చుకో" – అనే అంశాలవైపు మళ్ళింది. ఇందు ప్రధానంగా అభ్యసన ప్రక్రియపై దృష్టి కేంద్రీకరించడం జరిగింది. అయితే అభ్యసన ప్రక్రియలో ఏమి జరుగుతుంది? పిల్లలు ఎలా నేర్చుకొంటారు? అని ఆలోచిస్తే – ఈ నేపథ్యంలో గణిత ఉపాధ్యాయునికి అతి తరచుగా ఎదురయ్యే ప్రశ్నలు కొన్నింటిని చూద్దాం.

గణితాన్ని పిల్లలు ఏ విధంగా అభ్యసిస్తారు?
ఒక ప్రత్యేకమైన వయసులో పిల్లలు ఏ గణిత భావనలను అభ్యసిస్తారు?
పిల్లలు గణితంలో భావనలను, సాధారణీకరణాలను ఎలా అభ్యసిస్తారు?
పిల్లలు గణితంలో సమస్యా పరిష్కారాన్ని ఎలా అభ్యసిస్తారు?
అందరు పిల్లలు, అన్ని గణిత భావనలను, అన్ని వయసులలో నేర్చుకోగలరా? ఎలా?
పిల్లలు ప్రభావవంతమైన జ్ఞాననిర్మాణాన్ని వ్యక్తిగతంగా చేయగలరా? లేక చిన్న సమూహాలలో చేయగలరా?

ఇలాంటి ప్రశ్నలు చాలా ఉన్నాయి. అయితే వీటి సమాధానాల కొరకు అభ్యసన ప్రక్రియ పూర్తి వివరణలు తెలుసుకోవలసిన అవసరం ఉంది. చాలా మంది మనోవిజ్ఞాన శాస్త్రవేత్తల పరిశోధనల, ప్రయోగాల ఫలితంగా అభ్యసన సూత్రాలు రూపుదిద్దుకున్నాయి. అందులో కొన్ని ప్రత్యేకంగా గణిత అభ్యసనకు సంబంధించిన ప్రయోగాలు నిర్వహించబడ్డాయి. ఆ ప్రయోగాల ఫలితంగా గణిత అభ్యసన ప్రక్రియకు సంబంధించిన తగిన సమాచారం ప్రస్తుతం మనకు అందుబాటులో ఉంది. ఈ అభ్యసన ప్రక్రియలకు సంబంధించిన జ్ఞానం గణిత ఉపాధ్యాయునికి చాలా అవసరం. విద్యార్థులు గణితాన్ని అభ్యసించడానికి కావలసిన తరగతిగది వాతావరణాన్ని రూపొందించుకోవడానికి ఈ జ్ఞానం సహాయపడుతుంది.

ఇప్పుడు మనం పియాషే సంజ్ఞానాత్మక సిద్ధాంతం, వైగోస్కీ సాంఘిక అభ్యసన సిద్ధాంతం, గణిత అభ్యసనలో వాటి అన్వయం గురించి తెలుసుకుందాం.

2.2.1 పియాషే సంజ్ఞానాత్మక సిద్ధాంతం – గణిత అభ్యసనకు అన్వయింపు :

స్విట్జర్లాండ్ దేశానికి చెందిన జీన్ పియాషే (Jean Piaget : 1896-1980) అనే మనస్తత్వ శాస్త్రవేత్త సంజ్ఞానాత్మక వికాస సిద్ధాంతాన్ని (Cognitive or intellectual development theory) ప్రతిపాదించాడు. సంజ్ఞానాత్మకత అనేది వ్యక్తులు ఏవిధంగా ఆలోచిస్తారు, అర్థం చేసుకుంటారు అనే అంశాలను సూచిస్తుంది. బుద్ధివికాసము యాదృచ్ఛికమైనది కాదు, కానీ శిశువు క్రియాశీలంగా నిర్మించుకొనేటటువంటి వ్యవస్థీకృతమైన సంజ్ఞానాత్మక నిర్మాణాల సముదాయం అని పియాషే విశ్వసించాడు. ఈ నిర్మాణమనేది పరిసరాలకు అనుగుణ్యత / అనువర్తించడం ద్వారా సంభవిస్తుంది.

జీన్ పియాషే

పియాషే తెలిపిన సాంశీకరణ (Assimilation), అనుకూలనీయత (Accomodation) అనే విధానాల ఆధారంగా శిశువు అభ్యసన వాతావరణానికి అనుగుణ్యత పొంది జ్ఞాననిర్మాణం చేసుకుంటారు.

పియాషే 50 సం॥ల పాటు పిల్లల సంజ్ఞానాత్మక వికాసం గురించి విస్తృతంగా పరిశోధన చేసి, అది పిల్లల్లో 4 దశలలో ఉంటుందని ప్రతిపాదించాడు.

ఈ వికాస దశల సామాన్య లక్షణాలు –

ఈ దశలు స్వతంత్రమయినవి కావు, అవి క్రియాశీలంగా ఒకదానితో ఒకటి సంబంధం కలిగి ఉంటాయి.

వికాసం అనేది అవిచ్ఛిన్నం (continuous) గాను, విచ్ఛిన్నం (discontinuous) గాను జరుగుతుంది.

ఈ దశలలో సూచించిన వయస్సు, పిల్లలు సాధారణంగా ప్రదర్శించే ఆలోచనా లక్షణాలను సూచించు సరాసరి వయస్సు.

ఈ దశలు పూర్వపు రూపంలోనికి మార్చుటకు వీలులేనివి (Irreversible)

పిల్లల సంజ్ఞానాత్మక వికాసదశలు :

1. ఇంద్రియచాలక దశ (Sensory - motor stage) : 0 to 2 years
2. పూర్వ ప్రచాలక దశ (Pre-operational stage) : 2 to 7 years
3. మూర్త ప్రచాలక దశ (Concrete - operational stage) : 7 to 12 years
4. నియత ప్రచాలక దశ (Formal - operational stage) : 12 years above

1. ఇంద్రియచాలక దశ :

జ్ఞాన వికాసంలో శిశువు పుట్టినప్పటి నుంచి సుమారు రెండు సంవత్సరాల వయస్సు వరకు ఉన్న దశను "ఇంద్రియచాలక దశ" అంటాం. ఈ సమయంలో శిశువు తన ప్రపంచాన్ని ఇంద్రియజ్ఞానం ద్వారా, క్రియల ద్వారా వ్యక్తపరుస్తాడు. ఈ దశ భాషకు, ఆలోచనకు పునాది వేస్తుంది. ఈ దశలో శిశువులో అనుకరణ అధికంగా వుంటుంది. తొలి దశలో శిశువుకు వస్తువు శాశ్వతమైందని తెలియదు. కొంతకాలం తర్వాత వస్తువు తన కంటికి కనపడకపోయినప్పటికీ అది శాశ్వతంగా ఉంటుందని గ్రహిస్తాడు. ఉదాహరణకు ఆరు, ఏడు నెలల శిశువుకు తను చూస్తున్న బొమ్మను గుడ్డతో కప్పిన, తను బొమ్మకోసం వెతకడం ఆపివేస్తాడు. బొమ్మను గుడ్డతో కప్పినప్పటికీ పది నెలల శిశువు వెతకడం నిలిపివేయడు. దీనినిబట్టి తన కళ్ళకు వస్తువు కనపడకపోతే వస్తువు ఎక్కడో ఉన్నదనే భావన ఏర్పడినందున వెదుకుతాడు. ఇందుకు కారణం శిశువు వస్తు స్థిరత్వ భావన పొందడం. అంటే తన ఇంద్రియాల సమక్షంలో వస్తువు లేకపోయినా మనుగడ సాగించడం జరుగుతుందని గ్రహించడం.

2. పూర్వ ప్రచాలక దశ :

ఈ దశ సుమారు 2 సం॥ నుంచి 7 సం॥ వరకు ఉంటుంది. ఈ దశలో మరలా రెండు దశలున్నాయి. అవి :

ఎ) పూర్వభావన దశ (2 సం॥ నుంచి 4 సం॥ వరకు)

బి) అంతర్బోధిక దశ (4 సం॥ నుంచి 7 సం॥ వరకు)

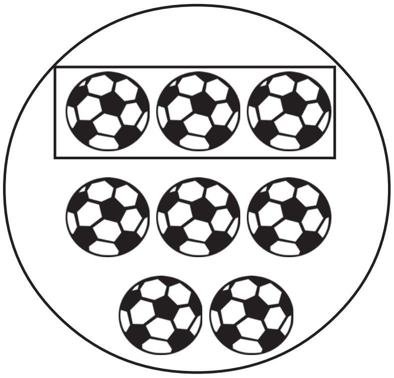
ఎ) పూర్వభావన దశ (Pre-Conceptual Stage) :

ఈ దశలో పిల్లలు వస్తువులను, సంఘటనలను, విషయాలను తాము మాట్లాడే భాషలో లేదా గుర్తులతో (చిహ్నాలతో) వ్యక్తపరుస్తారు. ప్రత్యక్షంగా ఉన్నవాటిని, లేనివాటిని గురించి ఆలోచిస్తారు. వాటిని ప్రతీకలుగా అంతర్గతం చేసుకొంటారు. అంటే మానసిక ప్రతిమలుగా ఏర్పరచుకుంటారు.

ఉదా : అ) బంతి అంటే గుండ్రని ఆకారంలో ఉంటుందని చెప్పడం.

ఆ) తాము ఎప్పుడూ చూడని సింహాలు, పులులు, దెయ్యాలు మొదలయిన వాటి గురించి మాట్లాడతారు.

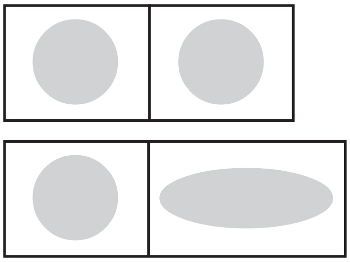
బి) అంతర్బోధిక దశ (Intutive Stage) :



పిల్లల్లో 'అహం కేంద్ర స్వభావం' (Ego centric nature) ఏర్పడుతుంది. అయితే ఇది మన మధ్య ఉండే స్వార్థం లాంటిది మాత్రం కాదు. ఈ ప్రపంచాన్ని పిల్లలు 'తమ దృష్టి' నుంచి చూడటమే అహం కేంద్రకమని పియాషే అభిప్రాయం. ఇతరులకు భిన్నమైన అభిప్రాయాలు, ఆలోచనలు ఉంటాయని ఈ దశలోని పిల్లలు ఆలోచించలేరు...

ఈ దశలోని పిల్లలు విషయాలను చేసి చూడటం ద్వారా, జ్ఞానేంద్రియాల ద్వారా గ్రహిస్తుంటారు. ఉదాహరణకు 8–3=5 అని కనుక్కోవడానికి 8 వస్తువుల నుంచి 3 వస్తువులను తీసుకుంటే 5 మిగులునని చేసి చూడటం ద్వారా తెలుసుకుంటారు. కాని 5+3=8 కాబట్టి 8–3=5 అవుతుందని చెప్పలేరు. అంటే తార్కికంగా ఆలోచించలేరు.

ఈదశలోని పిల్లలకు బహురూప నిత్యత్వ భావన (Conservation Concept) ఉండదని పియాషే ప్రయోగాల ద్వారా తెలుస్తుంది.



ఉదాహరణకు రెండు ఒకే పరిమాణం గల గోళాకారపు బంకమట్టి ముద్దలను చూపితే, రెండింటిలోను ఒకే పరిమాణంలో బంకమట్టి ఉన్నదని తెలియచేయగలడు. ఆ రెండింటిలో ఒకదానిని అతని ముందే సన్నగా, పొడవుగా చేస్తే, దానిలో మొదటి దానికన్నా ఎక్కువ బంకమట్టి ఉన్నదని తెలియచేస్తాడు. సుమారు 7 సం॥లు వయసున్న పిల్లలు మాత్రమే రెండింటిలో ఒకే పరిమాణం ఉన్న బంకమట్టి ఉన్నదని తెలియచేయ గలరు.

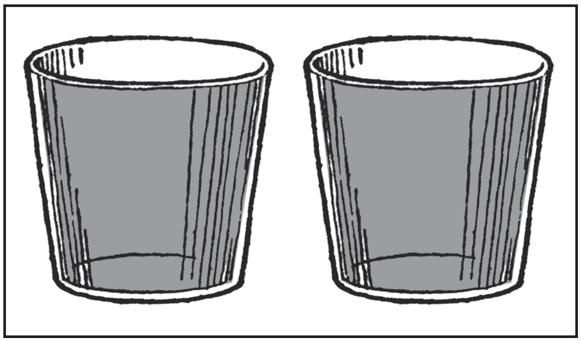
ఉదాహరణకు పటంలో చూపిన విధంగా రెండు సమూహాలలో బంతులు ఉంచి, తరువాత ఒక్కొక్క సమూహంలో ఎన్ని ఉన్నాయని ప్రశ్నిస్తే '5' అని చెప్పగలరు.

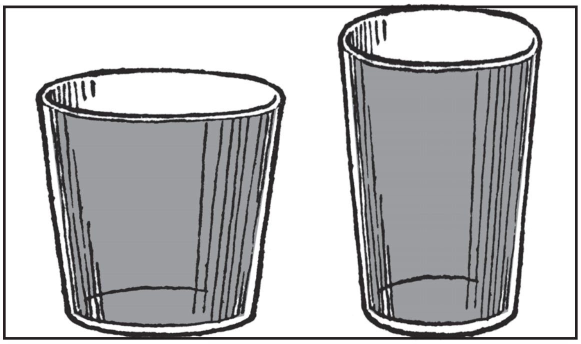
కానీ రెండవ సమూహంలోని బంతులను అతని కళ్ళముందే మధ్యదూరం ఎక్కువచేసి పొడవుగా పటంలో చూపిన విధంగా వుంచి ప్రశ్నిస్తే, ఈ దశలోని పిల్లవాడు రెండవ సమూహంలో ఎక్కువ ఉన్నాయని చెబుతాడు. పైవిధమైన జవాబులకు కారణం పిల్లలు – ఈ దశలో తార్కికంగా ఆలోచించలేకపోవడం. తనకళ్ళద్వారా ఎక్కువ స్థలం ఆక్రమించిన సమూహంలో ఎక్కువ ఉంటాయని ఊహించడం. అయితే 6 సం॥ల వయసు వున్న పిల్లల్లో మాత్రమే సంఖ్యకు సంబంధించిన బహురూప నిత్యత్వ భావన ఉంటుందని పియాషే తెలిపాడు.

ఉదాహరణకు ఈ దశలోని పిల్లల్ని ఒక కిలో దూది బరువా? లేదా ఒక కిలో ఇనుము బరువా? అని ప్రశ్నిస్తే కొంతమంది "ఇనుము" బరువు అంటాం. కారణమడగితే 'ఇనుము బరువు' కాబట్టి అనే సమాధానం వస్తుంది. వారిలో

మరికొంతమంది 'దూదిబరువు' అని అంటాం. ఎందుకు అని ప్రశ్నిస్తే దూది పరిమాణం ఎక్కువ అని తెలియచేయడం మనకు తెలిసిందే.

ఉదాహరణకు రెండు సమాన గ్లాసులలో నీరు నిండుగా తీసుకుంటే రెండింటిలో నీటి పరిమాణం సమానమని అంటాడు. అతని ముందే పటంలో చూపిన విధంగా సన్నని గ్లాసులో తీసుకుంటే ఈ పాత్రలో నీరు ఎక్కువ అంటాడు.





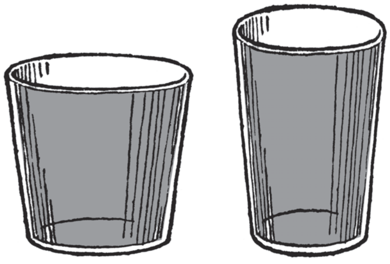
ఈ దశలో పిల్లలలో వరుసక్రమం (Order or Seriation) భావన (యత్నదోష పద్ధతిలో) ఉంటుంది. అంటే పిల్లవానికి వేర్వేరు పొడవులు కలిగిన కర్రముక్కలను ఇచ్చి వాటి పొడవును బట్టి వరుసక్రమంలో అమర్చమంటే ఆ పిల్లవాడు ఒకేసారి కర్రముక్కలను వరుసక్రమంలో ఉంచకుండా, చిన్న చిన్న సమూహాలుగా చేసి యత్నదోష పద్ధతిలో ఆ కర్రముక్కలను వరుసక్రమంలో అమరుస్తాడు.

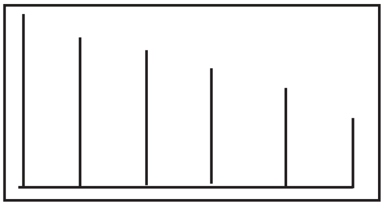
3. మూర్త ప్రచాలక దశ :

ఈ దశ సుమారు 7 సం॥ నుంచి 12 సం॥ వరకు ఉంటుంది. ఈ దశలో పిల్లలకు సంఖ్య, సమయం, ప్రదేశం వంటి భావనలు ఏర్పడతాయి. పూర్వ ప్రచాలక దశలోని లోపాలను సవరించుకుంటారు. కొంతవరకు తార్కికంగా ఆలోచించగలరు. కానీ అవగాహనకు మూర్తవస్తువుల సహాయం అవసరం. అంటే వీరికి అమూర్త వివేచన (Abstract reasoning) ఉండదు. పూర్వ ప్రచాలక దశలో ఉన్న అహం కేంద్రిత స్వభావం క్రమేపీ తగ్గుతుంది. పిల్లలు ఇప్పుడు తాము ఆలోచించేదే వేదం కాదని, ఇతరులకు కూడా ఆలోచనలు ఉంటాయి అవి తమ ఆలోచనలకు భిన్నంగా ఉంటాయని కూడా తెలుసుకుంటారు.

ఈ దశలో నిత్యత్వ భావన (Conservation Concept) కూడా ఏర్పడుతుంది. ఉదాహరణకు పూర్వ ప్రచాలకదశలో సంఖ్యలకు సంబంధించి మనం చర్చించిన ఉదాహరణను గుర్తు చేసుకోండి. రెండు సమూహాలలో బంతుల సంఖ్య సమానమని ఈ దశలో చెప్పగలడు.

అలాగే పూర్వ ప్రచాలక దశలో మనం చర్చించిన పరిమాణానికి సంబంధించిన ఉదాహరణను గుర్తుచేసుకోండి. ఈ దశలో రెండు పాత్రలలో నీరు ఒకటేనని చెప్పగలుగుతాడు. ఎందుకు అని ప్రశ్నిస్తే మొదటి పాత్రలో ఉంచిన నీళ్ళే సన్నని పాత్రలో తీసుకోవడం జరిగింది. కాబట్టి రెండు పాత్రలలో నీటి పరిమాణం సమానమని చెప్పగలడు.





ఈ దశలో క్రమం (Order or Seriation) భావన ఉంటుంది. ఈ దశలోని పిల్లలు వివిధ ఎత్తులలో కర్రముక్కలు ఇస్తే వాటి ఎత్తును బట్టి క్రమంలో ఉంచగలరు. వారికి ఇచ్చిన ప్రతి కర్రముక్క దాని ముందున్న దానికన్నా పొట్టిదని, దాని తర్వాతి దాని కన్నా పొడవైనదని గుర్తించగలరు.

ఈ దశలో పిల్లలు కూడటం, తీసివేయడం, గుణించడం, భాగహారం చేయడం మొదలుపెడతారు. ఈ దశలో సంకలనానికి సంబంధించి స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని ($a+b=b+a$) గ్రహించగలడు. సంక్రమణ ధర్మాన్ని (A=B, B=C అయితే A=C; A>B, B>C అయితే A>C అవుతుంది) గురించి కూడా తెలుసుకోగలరు.

ఈ దశలో వారికి వివిధ ఆకారాలను, వస్తువులను ఇస్తే, ఆకారాలను బట్టి వర్గీకరిస్తారు. కానీ భావనాపరంగా విభజించలేరు. ఉదాహరణకు గుండ్రని ఆకారంగా ఉన్న వస్తువులను వర్గీకరిస్తారు. దానిలో ద్విపరిమాణ ఆకారం వృత్తరూపం, త్రిపరిమాణ ఆకారం అయిన గోళాకారం మధ్య తేడాను గుర్తించరు.

ఈ దశలో పిల్లలు తమకు కనబడే వస్తువులలో ఏది పెద్దదో, ఏది చిన్నదో చెప్పగలరు. కానీ కళ్ళ ఎదుట లేని వాటిపై ఏ నిర్ణయానికి రాలేరు. అంటే ఈ దశలో పిల్లల ఆలోచన మూర్త విషయాలకు పరిమితమవుతుంది. ఈ స్థాయిలో అమూర్త ఆలోచన అంతగా ఉండదు. అందువలన ఈ దశలోని పిల్లలు గణిత భావనలు అవగాహన చేసుకోవడానికి తగిన మూర్త అనుభవాలు కలిగించడం చాలా అవసరం.

పూర్వ ప్రచాలక దశలో జ్ఞానేంద్రియాల ప్రభావం ఎక్కువగా ఉంటుంది. కానీ ఈ దశలో జ్ఞానేంద్రియాల ప్రభావం తగ్గి తార్కికంగా ఆలోచించగలరు.

ఈ దశలో భావనలు పదిలపరుచుకొనే శక్తి (Concept of Preservation), వర్గీకరణ శక్తి (Power of Classification), విశ్లేషణశక్తి (Analysis) మరియు వ్యతిరేక చర్య (Reversibility) భావన అభివృద్ధి చెందుతాయి.

4. నియత ప్రచాలక దశ :

సుమారు 12 సం॥ల పైబడిన దశను 'నియత ప్రచాలక దశ' అని అంటాం. ఈ దశలో ప్రత్యేకమైన సమస్యకు ఊహాత్మకమైన జవాబును తార్కికంగా ఆలోచించగలిగే స్థితి ఉంటుంది. ఈ దశలో అమూర్త ఆలోచనా శక్తిని పొందుతారు. ఈ దశలో పిల్లలు సమాచారాన్ని వ్యవస్థీకరిస్తారు. శాస్త్రీయ వివేచన కలిగి ఉంటారు. ఈ స్థాయిలో పిల్లల్లో సంభావ్యత వివేచన, బహుళస్థాయిలో వర్గీకరణలు, బహుళ కార్యకారక సంబంధాలు, సాధారణీకరణ శక్తి లాంటి బౌద్ధిక సామర్థ్యాలు అభివృద్ధి చెందుతాయి. అంతేకాకుండా నూతన తార్కిక నిర్మితులైన సముచ్ఛయం, వైకల్పికం, అనుషంగికం, ద్విముఖానుషంగికం, విపర్యం లాంటి అంశాలను ఆకలింపు చేసుకుంటారు. అంకగణితంలో కాలం-పని, కాలం-దూరం, సంభావ్యత, సారూప్యత భావనసుపయోగించి జ్యామితిలోని సమస్యలను సాధిస్తారు.

పైన వివరించిన దశలన్నీ నిరంతర అభివృద్ధి క్రమంలో ఏర్పడినవే కానీ ఒక దశ నుంచి మరొక దశకు ఆకస్మికంగా ఏర్పడినవి కావు. ఏ వయస్సులో శిశువు ఒక దశ నుంచి మరొక దశకు వెళ్తాడో ఆ దశలోనే ఒక శిశువుకు మరొక శిశువుకు తేడా ఉంటుంది. కానీ పిల్లలందరికీ సంబంధించి అభివృద్ధి క్రమం సమానంగా ఉంటుంది.

పియాషే సిద్ధాంతం – విద్యావిషయక ప్రాధాన్యత :

పిల్లల మానసిక అభివృద్ధిపై వ్యక్తిగత, పరిసర, సాంస్కృతిక వ్యత్యాసాల ప్రభావం ఉంటుంది. కానీ మానసిక అభివృద్ధి మాత్రం పియాషే చెప్పిన దశల ప్రకారం జరుగుతుంది. అందువల్లనే ఆయన సిద్ధాంతం అభ్యసన రంగంలో గొప్ప ప్రభావాన్ని కలగజేసింది.

విద్యావిషయకంగా ఈ సిద్ధాంత ప్రాధాన్యతను క్రింది విధంగా చెప్పవచ్చు.

1. పిల్లల వయసును బట్టి పియాషే అందించిన వివిధ మానసిక దశల్లో అడుగుపెట్టినప్పుడు, ఉపాధ్యాయుడు ఆయా దశల్లో జరిగే మానసిక వికాసం లేదా పరిపక్వతలు, ఆ దశల పరిమితులు దృష్ట్యా తగిన బోధనాభ్యసన అనుభవాలు కల్పిస్తే, అభ్యసన సక్రమంగా కొనసాగుతుంది.
2. భావన అవగాహనకు ప్రత్యక్ష అనుభవం బాగా సహాయపడుతుంది. అట్లా సాధ్యం కాకపోయినపుడు పరోక్షానుభవం కల్పించాలి.
3. కొత్త భావనలు నేర్చుకునేటప్పుడు పూర్వ భావనలకు, కొత్త భావనలకు, మధ్య వున్న సంబంధాన్ని సూచిస్తూ నేర్పాలి.
4. ఒక భావనకు వ్యతిరేక భావనలు సూచించడం ద్వారా పూర్తి అవగాహన జరుగుతుంది.
5. జ్ఞానాత్మక వికాసానికి బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు తోడ్పడతాయి. కానీ శిశువు గ్రహించడానికి సిద్ధంగా ఉన్నప్పుడు బోధన ఫలవంతం అవుతుంది.
6. పూర్వ ప్రాథమిక పాఠశాల పిల్లలు, పూర్వ ప్రచాలక దశలో ఉంటారు. వీరికి తగినంత ప్రత్యక్ష అనుభవాలు, మూర్త అనుభవాలు కల్పించాలి. ఈ దశలో ఆటలు, పాటలు, కథలు మొ॥న బోధనా కార్యక్రమాలు పొందుపరచాలి.
7. ప్రాథమిక స్థాయి పిల్లలు మూర్త ప్రచాలక దశలో ఉంటారు. వీరికి మూర్త అనుభవాలు, ప్రత్యక్ష అనుభవాలు కలిగించడం ద్వారా గణిత భావనల పట్ల, ప్రక్రియల పట్ల అవగాహన పెంపొందించవచ్చు. ఈ స్థాయిలో బోధనోపకరణాలు వాడాలి. అదేవిధంగా కృత్యాలు, ప్రాజెక్టులు, అన్వేషణల ద్వారా బోధనను సమర్థవంతంగా కొనసాగించవచ్చు.
8. ప్రాథమికోన్నత స్థాయిలో, ఉన్నత పాఠశాలల్లో అమూర్త భావనలు, అమూర్త ఆలోచనలు కలిగిన పాఠ్యాంశాలు బోధించడం ప్రారంభించాలి.
9. పాఠశాల స్థాయిలో పాఠ్యప్రణాళికను సమగ్ర దృష్టిలో పియాషే సూచించిన సంజ్ఞానాత్మక వికాస దశలు, పిల్లల మానసిక పరిపక్వత, పరిమితులకు అనుగుణంగా రూపొందించడంలో ముఖ్య భూమిక వహిస్తుంది.

2.2.2 వైగోస్కీ సాంఘిక అభ్యసన సిద్ధాంతం – గణిత అభ్యసనకు అన్వయింపు :

రష్యాకు చెందిన మనోవిజ్ఞాన శాస్త్రవేత్త అయిన లెవ్ సెమోనోవిచ్ వైగోస్కీ (Lev Semonovich Vygotsky : 1896-1934) సాంఘిక–సాంస్కృతిక అభ్యసన సిద్ధాంతాన్ని (Socio-cultural Theory of Learning) ప్రతిపాదించాడు. పిల్లలు వారి పరిసరాల సంస్కృతితో పరస్పర చర్యలు జరపడం ద్వారా అభ్యసిస్తారని వైగోస్కీ ప్రతిపాదించాడు.

వ్యక్తి జ్ఞాన వికాసానికి సాంఘిక పరస్పర ప్రతిచర్యలు అవసరం. మానవుడు పరిసరాలతో ప్రతిచర్యలు జరపడమే కాకుండా పరిసరాలు తనకు, తన అవసరాలకు అనుగుణంగా మలచుకొని, పరిసరాలతో సర్దుబాటు చేసుకోగలుగుతాడు.

అర్థవంతమైన సామాజిక, సాంస్కృతిక కృత్యాల వల్లనే మానవ మేథస్సు వికసిస్తుందనే అభిప్రాయమే విద్యా మనో విజ్ఞాన శాస్త్రానికి వైగోస్కీ అందించిన ముఖ్య భావన. పిల్లలు సామాజిక, సాంస్కృతిక కృత్యాలలో పాల్గొనడం, వాటితో ప్రతిచర్యలు జరపడం వల్లనే వారి ఆలోచనలలో, ప్రవర్తనలలో నిరంతరం మార్పులు సంభవిస్తాయని, అవి వికసిస్తాయనీ అభిప్రాయపడ్డాడు.

వైగోస్కీ సిద్ధాంతపరంగా చెప్పిన అంశాలు :

పిల్లలు తమ జ్ఞానాన్ని తామే నిర్మించుకుంటారు. అభ్యసనం వల్లనే వికాసం జరుగుతుంది. పిల్లల్లో వికాసం, జ్ఞాన నిర్మాణం వారు వున్న సామాజిక, సాంస్కృతిక వాస్తవికతల నేపథ్యంలో జరుగుతుంది. పిల్లల జ్ఞానాత్మక వికాసంలో భాష ప్రముఖస్థానం వహిస్తుంది.

పరస్పర బోధన (Reciprocal Teaching) :

పరస్పర బోధన ముందుగా తక్కువ సాధనగల విద్యార్థుల పఠనబోధనను పెంచేందుకు ప్రారంభించినప్పటికీ, తరువాత ఇతర సబ్జెక్టులు, పిల్లలందరి బోధనకు ఉపయోగించారు.

ఈ పద్ధతిలో ఉపాధ్యాయుడు ఇద్దరి నుంచి నలుగురు విద్యార్థులను సహయోగ సమూహంగా (Collaborative Group) ఏర్పాటుచేస్తాడు. ఒక పుస్తకంలోని విషయాన్ని ఒకరి తరువాత ఒకరు డైలాగుల ద్వారా వెల్లడిస్తారు. దీనిలో ప్రశ్నించడం, సంక్షిప్తీకరించడం, స్పష్టీకరించడం, ప్రాగుప్తీకరించడం అనే నాలుగు సంజ్ఞానాత్మక వ్యూహాలను సమూహ సభ్యులు ఉపయోగిస్తారు.

సాధారణంగా ఉపాధ్యాయుడు విషయాన్ని గురించిన ప్రశ్నలతో ప్రారంభిస్తాడు. విద్యార్థులు సమాధానాలు చెబుతారు. అదనంగా ప్రశ్నలడుగుతాడు. ఒకవేళ సభ్యుల మధ్య విషయాన్ని గురించి భేదాభిప్రాయాలుంటే విషయాన్ని తిరిగి చదువుతారు. తరువాత ఉపాధ్యాయుడు విషయాన్ని సంక్షిప్తీకరిస్తాడు. విద్యార్థులు విషయం మొత్తాన్ని చర్చించి తెలియని విషయాలను స్పష్టీకరించుకుంటారు. చివరకు నేర్చుకొన్న విషయంలోని సంకేతాల ఆధారంగా భవిష్యత్‌లో రాబోయే విషయాన్ని ప్రాగుప్తీకరించడానికి విద్యార్థులను ఉపాధ్యాయుడు ప్రోత్సహిస్తాడు. పరస్పర బోధనవల్ల Zone of Proximal Development (ZPD) సృష్టించబడి, విద్యార్థులు పాఠ్య అవబోధం జరగడానికి క్రమంగా బాధ్యత వహిస్తారు. దీనివల్ల అభ్యసించడానికి అవసరమైన నైపుణ్యాలను, మానసిక ప్రక్రియలను కూడా విద్యార్థులు సంపాదించుకుంటారు.

సహయోగ అభ్యసనం (Collaborative Learning) :

స్వభావరీత్యా వ్యక్తులు తమ సమ వయస్కులతో గడపడానికే ఇష్టపడతారు. వైగోస్కీ ప్రకారం, నిపుణులైన సమవయస్కులు ఇతర పిల్లల వికాసానికి తోడ్పడగలరు. భాగస్వామ్య అభ్యసనంలో పిల్లలు చిన్న చిన్న సమూహాలుగా ఏర్పడి వారి ఉమ్మడి లక్ష్య సాధనకు పాటుపడతారు. తోటివారితో చర్చించడం, మాట్లాడటం, కలిసి ఆలోచించడం, ప్రశ్నించుకోవడం, నిర్భయంగా తమ భావాలను వ్యక్తపరచడం ద్వారా, ఇతరులతో కలిసి వారితో ప్రతిచర్యలు జరపడం వల్ల తమ చుట్టూ వున్న సమాజం పట్ల తమకంటూ ఆలోచనలు – దృక్పథాలు ఏర్పరచుకుంటారు. సామర్థ్యాలను పెంచుకొంటారు.

Zone of Proximal Development (ZPD) :

విద్యార్థికి ఒక విషయాన్ని పూర్తిగా అభ్యసించే సామర్థ్యం ఉంటే తనకు తానుగా కొంతమేరకే నేర్చుకోగలడు. కానీ, తనకంటే ఎక్కువ సామర్థ్యం వున్న వ్యక్తి (ఉపాధ్యాయుడు, తల్లి, తండ్రి, స్నేహితుడు....) సహాయ సహకారాలతో పూర్తిగా నేర్చుకోగల్గుతాడు. అంటే నేర్చుకోవడానికి, పూర్తిగా నేర్చుకోవడానికి మధ్య వున్న దూరాన్ని ZPD అంటాం.

స్కఫోల్డింగ్ (Scoffolding) :

వైగోస్కీ తన సిద్ధాంతంలో పేర్కొన్న మరో ముఖ్య అంశం 'స్కఫోల్డింగ్' అంటే 'సహాయ సహకారం అందించడం' అని అర్థం. వ్యక్తి తనకై తాను నిలబడేంతవరకు బయటినుండి అందించే ఆధారం అని సామాన్య అర్థంలో పేర్కొనవచ్చు.

స్కఫోల్డింగ్ అనేది ఎక్కువ అనుభవం కలిగిన వ్యక్తి మార్గదర్శకత్వం. వైగోస్కీ వాటినే More knowledgeble others (MKO) గా సూచించాడు. MKO అనేవి తల్లిదండ్రులు, పెద్దవారు, ఉపాధ్యాయులు, కోచ్‌లు, నిపుణులు, పిల్లలు, స్నేహితులు, సమవయస్కులు మరియు కంప్యూటర్‌లు కూడా కావచ్చు.

వైగోస్కీ ప్రకారం పిల్లల జ్ఞాన నిర్మాణంలో ZPD లను సామాజిక సాధనాలైన కంప్యూటర్లు, ఇంటర్నెట్‌లు, ఎన్‌సైక్లోపిడియాలు, డిక్షనరీలు, వీడియో క్లిప్పింగులు, లైబ్రరీలు, లాబ్‌లు కూడా పూరించగల్గుతాయని పేర్కొన్నాడు. దీనినే అతను "సామాజిక స్కఫోల్డింగ్" అన్నాడు.

వైగోస్కీ ప్రతిపాదించిన సాంఘిక – సాంస్కృతిక అభ్యసన సిద్ధాంతం జ్ఞాన నిర్మాణాత్మక వాదానికి ఊతమిచ్చింది. ఉద్దీపన, ప్రతిస్పందనల మధ్య బంధం ఏర్పడటం వల్ల అభ్యసనం జరుగుతుందని తెలిపే ప్రవర్తనావాదుల వాదాన్ని వ్యతిరేకించి, అనుభవాల ద్వారా జ్ఞాన నిర్మాణం జరుగుతుందని పియాషే, వైగోస్కీ తెలిపారు. వీరు సంజ్ఞానాత్మక వాదాన్ని బలపరిచారు.

జ్ఞాన నిర్మాణాత్మక వాదం ప్రకారం, వ్యక్తులు తమ అనుభవాల ద్వారా జ్ఞానాన్ని నిర్మించుకొంటారు. అభ్యసనం అంటే జ్ఞాననిర్మాణం అని వీరి భావన. పిల్లలు తమంతట తాముగా తమకు తెలిసిన పూర్వ జ్ఞానాన్ని వినియోగించుకొని, ప్రస్తుత అనుభవాలతో నూతన విషయాలను ఆవిష్కరించుకోవడాన్ని 'జ్ఞాన నిర్మాణం' అని అంటాం.

అభ్యసన ప్రక్రియలో పరిశీలించదగ్గ బాహ్య ప్రవర్తనలకంటే శిశువు మస్తిష్కంలో జరిగే ప్రక్రియకు ప్రాధాన్యం ఇవ్వాలి. అభ్యసనం వల్ల కలిగే ఫలితం (Product) కంటే, అభ్యసనం జరిగే విధానం (Process) చాలా ముఖ్యం అనే ధోరణి ఈ వాదం ముఖ్య ఉద్దేశం.

2.1.3 అభ్యసన ప్రక్రియలు – అవగాహన :

శిశువును విద్యావంతునిగా చేసే ప్రక్రియే బోధనాభ్యసనం. ఈ ప్రక్రియలో బోధన, అభ్యసన అనే రెండు అంశాలు ఇమిడి ఉన్నాయి. స్కిన్నర్, థార్న్‌డైక్‌ల ప్రవర్తన సిద్ధాంతాల ప్రకారం విద్య అంటే ఒక విద్యార్థి ప్రవర్తనలో మార్పును కలిగించడం. బోధన అనేది ప్రవర్తనకు రూపమివ్వడం, అభ్యసన అనేది ప్రవర్తన యొక్క పరివర్తన.

బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలో విద్యార్థి, ఉపాధ్యాయుడు భాగస్వాములు. ఇందులో

1. అభ్యాసి స్వభావం – బోధన ఎవరికి?
2. అభ్యసన ఉద్దేశమేమిటి?

3. ఏది అభ్యసించాలి?
4. అభ్యసన ఎలా ఉండాలి?
5. అభ్యసనం ఎప్పుడు జరగాలి?
6. అభ్యసన ప్రక్రియను ప్రేరేపించేదెవరు? అతని యోగ్యతలు... మొదలగు అంశాలుంటాయి.

స్మిత్ మాటల్లో బోధన అంటే "అభ్యసనకు పుట్టుకనిచ్చే ఒక ప్రక్రియ". అందువలన ఎట్లా బోధించడం అనే దాని కంటే, ఏ విధంగా విద్యార్థి చక్కగా అభ్యసనం చేయగలడు? అనే ప్రశ్నను మొదటిగా పరిగణించడం మంచిది. అభ్యాసకుని స్వభావం, నేపథ్యం, స్థానిక పరిస్థితులు, లభించే వనరులను దృష్టిలో పెట్టుకొని ఆశించిన అభ్యసన ఫలితాలు లభించే విధంగా అభ్యసన ప్రక్రియలను రూపొందించాలి. సరైన విధానాన్ని, పద్ధతిని రూపొందించడంలో ఉపాధ్యాయుడు అభ్యసన ప్రక్రియకు సంబంధించిన కొన్ని ప్రాథమిక అవసరాలను గమనించవలసి ఉంటుంది. అవి మూర్తత్వం నుంచి అమూర్తత్వానికి, సరళత నుంచి క్లిష్టతకు, మొత్తం నుంచి భాగాలకు, తెలిసిన దాని నుంచి తెలియని దానికి సాగాలి.

అభ్యసనం ఒక నిరంతర ప్రక్రియ. అనేక విషయాలను పిల్లలు వివిధ సందర్భాలలో నేర్చుకుంటారు. తమకు ఆసక్తి కలిగిన విషయాలను తొందరగా నేర్చుకోవడం, ఆసక్తిలేని వాటిని నేర్చుకోవడంలో ఇబ్బందులు పడడం మనం చూస్తూ ఉంటాం. మనం ఇంతకు ముందు పిల్లల్లో ఉండే అంతర్గత శక్తులు గురించి తెలుసుకున్నాం. అంతర్గత శక్తులు గురించి చర్చించేటప్పుడు పిల్లలు ఆడుకుంటున్నప్పుడు లేదా ఇతరమైన ఏదో ఒక పనిచేస్తున్నప్పుడు తమకు తామే సహజంగా నేర్చుకుంటారు అని తెలుసుకున్నాం. కాబట్టి విద్యార్థి అంశాన్ని నేర్చుకోవడం కంటే దానిని ఎట్లా నేర్చుకోవలెనో తెలుసుకోవడం చాలా ముఖ్యం. పిల్లలు పాఠశాలలోనే కాకుండా పాఠశాల బయట కూడా నేర్చుకుంటారు. వినడం, చూడడం, ప్రశ్నించడం, చేయడం, చర్చించడం, వర్గీకరించడం, అంచనావేయడం, ఊహించడం, విశ్లేషించటం, సాధారణీకరించటం వంటి పనుల ద్వారా తమంతట తాముగా నేర్చుకుంటారు. స్థూలంగా పరిసరాలలోని సామాగ్రితో ప్రతిస్పందించడం, తోటివారితో, పెద్దలతో పరస్పర ప్రతిచర్యలు జరపటం ద్వారా అభ్యసనం జరుగుతుంది.

అభ్యసనానికి మూలం అనుభవం. వాస్తవ పరిస్థితుల్లో అనుభవం వల్ల తెలుసుకొన్న విషయాలు విద్యార్థులలో స్వయంగా తెలుసుకున్నామనే భావన ఏర్పడుతుంది. అభ్యసనానికి ప్రేరణ కూడా అవసరం. విద్యార్థులు నేర్చుకోవడానికి ప్రేరేపించే విధంగా పరిసరాన్ని అమర్చడం బోధనకు చాలా ముఖ్యం. గుర్తింపు, ప్రశంస వంటి ప్రోత్సాహరీతులు అభ్యసనకు తోడ్పడతాయి. తాను నేర్చుకొన్నదానిని వినియోగించడానికి వీలయ్యే సమస్యలను, పరిస్థితులను విద్యార్థులకు కలిగించాలి. అందువలన అతను గెలుపును పొందిన తృప్తి కలిగి, ఇంకా కొత్త విషయాలను నేర్చుకోవడానికి ఉత్సాహం చూపిస్తాడు. సంసిద్ధత అభ్యసనానికి పునాది. అభ్యసన సంసిద్ధత అనేది విద్యార్థి పెరుగుదల, వికాసాల స్థాయిపై ఆధారపడి ఉంటుంది. పరిపక్వత కూడా అభ్యసనకు దోహదం చేస్తుంది. అభ్యసనకు పరిపక్వత ఎంత అవసరమో శిక్షణ కూడా అంతే అవసరం. కౌశలాలు నేర్చుకోవడానికి సామర్థ్యాలు ఉన్నా, తగిన శిక్షణ లేకపోతే అభ్యసనం సాధ్యం కాదు.

అభ్యాసి స్వభావం, పిల్లల అంతర్గత శక్తులు వంటి అంశాలు ఇంతకు ముందు నేర్చుకున్నాం. ఇప్పుడు అభ్యసనకు అనువైన వాతావరణం, పిల్లలు గణితాన్ని ఎలా అభ్యసిస్తారు? వంటి విషయాలను గురించి తెలుసుకుందాం...

2.3.1 సహజ అభ్యసన వాతావరణం (Natural Learning Environment) :

పిల్లలు ఏ విషయాన్నైనా ఎలా నేర్చుకుంటున్నారు? ప్రతి విషయాన్ని మనమే విడమర్చి చెప్తున్నామా? పాఠశాలకు రాకముందే పిల్లలకు చాలా విషయాలు తెలుసు. వీటిని ఎలా తెలుసుకుంటున్నారు? తెలుసుకోవడానికి దారితీసిన

వాతావరణం ఎలా ఉంది? ఉదాహరణకు గణితం విషయానికొస్తే పాఠశాలలో కష్టమైన విషయంగా భావిస్తారు. కానీ పాఠశాల బయట పిల్లలు వాళ్ళ నిజజీవితంలో ఎదురయ్యే గణితపరమైన సమస్యలను అవలీలగా చేయగలుగుతారు. 3 సం॥ల పిల్లలు తమ తల్లిదండ్రులను తమకు తెలియని వాటి గురించి గుచ్చి గుచ్చి ప్రశ్నిస్తుంటారు. పాఠశాలకు రాకముందే ప్రశ్నించగలిగిన పిల్లలు పాఠశాలలో మౌనంగా ఎందుకు ఉంటున్నారు? అంటే పాఠశాల బయట పిల్లల వాతావరణానికి, పాఠశాలలో మనం కల్పిస్తున్న వాతావరణానికి మధ్య తేడా ఉందన్నమాట.

పాఠశాల బయట వాతావరణం సహజంగా ఉంటుంది. అక్కడ పిల్లలకు ఎలాంటి ఒత్తిడి, భయం లేదు. ఎవరో ప్రశ్నిస్తారు అన్నది కూడా లేదు. పరీక్షలు అనేవి వారికి తెలియనే తెలియవు. ఏ విషయాన్నైనా తాము నేర్చుకుంటున్నామని కాకుండా, అనుకోకుండా సందర్భోచితంగానే గ్రహిస్తున్నారు. మరి ఈ విధంగా పాఠశాలలో జరుగుతుందా? ఏ పని చేసినా అడ్డంకులే – ఆక్షేపణలే. అక్కడ పిల్లలు ఏం చేసినా మనకోసం చేస్తారు తప్ప, వాళ్ళకోసం అంటూ చేయరు. అడుగడుగునా భయం, ఒత్తిడి, స్వేచ్ఛ లేనేలేవు. పిల్లల భావప్రకటనకు ఆస్కారమే లేదు. అందుకే పాఠశాల వాతావరణం పిల్లలకు అసహజంగా ఉంటుంది. ఈ అసహజ వాతావరణంలో పిల్లలు వాళ్ళ అంతర్గత శక్తులను వినియోగించుకోలేరు. కేవలం ఇతరులపై ఆధారపడతారు. ఏది చేసిన మొక్కుబడిగా చేస్తారు. ఇలా కాకుండా సహజ వాతావరణం కల్పించాలంటే మనం ఏం చేయాలి? అసలు సహజ వాతావరణం అంటే ఏమిటి?

పిల్లలు ఆటలాడేటప్పుడు ఎలా ఉంటారు, ఏం చేస్తారో గమనించండి. ఆటకు సంబంధించిన సూత్రాలను ఎవరు రాయించారు? పిల్లలు వాటిని బట్టీ పట్టారా? మరి ఎలా నేర్చుకున్నారు?

పిల్లలకు కల్పించే వాతావరణం ఎలా ఉండాలో తెలుసుకోవడానికి ఈ ఒక్క ఉదాహరణ చాలు. మరోలా చెప్పాలంటే ఆటలకు ఉండే లక్షణాలను పాఠశాలలో మనం పిల్లలకు అందించే అభ్యసన ప్రక్రియలకు కల్పిస్తే, అది పిల్లలకు సహజ అభ్యసన వాతావరణంగా మారుతుంది.

ఎలాంటి భయం, ఒత్తిడి లేకుండా పిల్లలు తమకోసం తాము పాల్గొని, తమకు తెలియకుండానే తాము నేర్చుకునే స్వేచ్ఛాపూరిత వాతావరణమే సహజ అభ్యసన వాతావరణం. ఇలాంటి వాతావరణంలో పిల్లలు తమ అంతర్గత శక్తులను వినియోగించుకుంటారు.

సహజంగా పిల్లలకు ఆటలు, పాటలు, కథలు, నాటికలు, బొమ్మలు గీయడం అంటే చాలా ఇష్టం. ఏ అంశాన్ని పిల్లలకు అందించాలన్నా పై వాటి రూపంలో అందిస్తే చక్కగా, త్వరగా సులభంగా నేర్చుకుంటారు. ఒకటవ తరగతి పిల్లలకు 'అ', 'ఆ' లను పలకపై రాసి దిద్దమంటే మనకోసం దిద్దుతారు. ఇది అనునిత్యం మనం చూస్తున్నదే. కానీ వీటినే పిల్లలు తమకోసం తాము రాసేలా చేస్తే అది సహజ అభ్యసన వాతావరణం అవుతుంది. ప్రాథమిక స్థాయిలో వారికి వారి స్థాయికి తగిన సవాలు కల్గించే రీతిలో ఆలోచింపజేస్తే, గత అనుభవాల ప్రాతిపదికగా కృత్యాలు ఇస్తే పిల్లలు తమకోసం తాము పాల్గొంటారు. తోటివారితో కలిసి పనిచేయడం, చర్చించడం, వాదించడం, ప్రయోగాలు, పజిల్స్ వంటి కృత్యాల ద్వారా సహజ వాతావరణాన్ని కల్పించవచ్చు.

సహజ అభ్యసన వాతావరణ లక్షణాలు :

పాఠశాలలో సహజ అభ్యసన వాతావరణం కల్పించాలంటే దానికి ఉండే లక్షణాలు తెలుసుకోవాలి. మనం కల్పించే కృత్యాలకు ఈ క్రింది లక్షణాలు ఉంటే అది సహజ అభ్యసనానికి దారితీస్తుందన్నమాట.

* ఆలోచింపజేసేది
* సవాలు కల్గించేది
* లక్ష్యాత్మకంగా ఉండేది
* బహుళ ప్రయోజనకారిగా ఉండేది
* బహుళ తరగతి బోధనకు ఉపయోగపడేది
* బహుళ ప్రజ్ఞలకు అవకాశం కల్గి ఉండటం మొ॥వి.
* తపన కల్గించేది
* తమకోసం తాము చేసేది
* మార్పులు, చేర్పులు చేసుకునే వీలు ఉండేది.
* సులభంగా, సరళంగా ఉండేది
* అందరూ పాల్గొనేటట్లుగా ఉండేది
* స్థాయికి తగింది

కృత్యాలు కల్పించడం ముఖ్యం కాదు. సహజ అభ్యసన వాతావరణ లక్షణాలు ఆ కృత్యానికి ఉండేలా చూడటం ముఖ్యం.

పిల్లలు తమంతట తాము పాల్గొనగలిగే, తమకోసం తాము నేర్చుకోగలిగే వాతావరణాన్ని సహజ వాతావరణం అంటారన్న విషయం తెల్సిందే! ప్రాథమిక స్థాయిలో ఆటలు, పాటలు కృత్యాల వంటివి సహజ వాతావరణాన్ని కల్పిస్తే ప్రాథమికోన్నత స్థాయిలో పిల్లల్ని ఆలోచింపజేయడం, స్థాయికి తగ్గ సవాళ్లతో కూడిన బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు నిర్మించడం, వారికున్న పూర్వజ్ఞానం పై లేదా అవగాహన పునాదులపై ఆధారపడ్డ అభ్యసనా ప్రక్రియలు కల్పించడం వంటివి సహజ వాతావరణానికి తోడ్పడతాయి.

ప్రాథమిక స్థాయిలో పిల్లలు స్వభావరీత్యా స్వయం అధ్యయనానికి ప్రాధాన్యత ఇవ్వడం, తోటివారితో గడపడం, వారితో చర్చించడానికి ఇష్టపడడం వల్ల బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు ఇందుకు అనుకూలంగా కల్పించాల్సిన అవసరం ఉంది.

పిల్లలు స్వభావరీత్యా, తమస్థాయి కనుగుణంగా తమకోసం తాము పాల్గొని తమ అవగాహన పరిధిని విస్తరించుకొనే లేదా జ్ఞాన నిర్మాణానికి దోహదపడే వాతావరణాన్ని సహజ అభ్యసన వాతావరణం అని చెప్పవచ్చు.

2.3.2 పిల్లలు గణితాన్ని ఎలా అభ్యసిస్తారు?

పిల్లలు గణితాన్ని వివిధ పద్ధతుల్లో నేర్చుకొంటారు.

1. ప్రాథమిక సోపానాలు :

(i) **అనుభవం :**

పిల్లల్లో కొన్ని గణిత భావనలు పాఠశాలకు రాకముందే వారిలో కలుగుతాయి. ఇలా కలగడానికి ప్రధాన కారణం పిల్లలకు వారి కుటుంబం, తమ చుట్టూవున్న సమాజం, పరిసరాలతో అనునిత్యం జరిగే చర్య – ప్రతిచర్య వల్ల పిల్లలు గణితపరంగా కొన్ని అనుభవాలను గడిస్తారు.

పిల్లలు పాఠశాలకు రాకముందు గడించిన అనుభవాలు క్రమబద్ధంగా వుండవు. అవి వ్యవస్థీకృతం కావు. అయినప్పటికీ పాఠశాలలో కల్పించే క్రమబద్ధమైన, వ్యవస్థీకృతమైన బోధన అభ్యసన అనుభవాలు అభ్యసనను సమర్థవంతంగా కొనసాగించడానికి దోహదపడతాయి.

(ii) **అనుకరణ :**

పిల్లలు తమ కుటుంబ సభ్యులు, సమాజంలో వివిధ వ్యక్తులు చేసే పనులను అనుకరిస్తారు.

ఉదా : 1. వివిధ జ్యామితి ఆకారాలను ముగ్గుల్లో వేయడానికి ప్రయత్నించడం.

2. పెద్దది – చిన్నది; దూరం – దగ్గర; ఎక్కువ – తక్కువ; వస్తువులను 1, 2, 3.... అని లెక్కపెట్టడం. ఇవన్నీ అనుకరణ నుంచి నేర్చుకొన్న గణితభాష, గణితాంశాలు.

3. షాపు, బ్యాంకు ఆట ఆడటం.

ఈ అనుకరణ కేవలం పైన తెలిపిన వ్యాసక్తులకు పరిమితం కాకుండా, సమస్యా సాధనలో కూడా ఈ పద్ధతి ఉపయోగపడుతుంది.

* సాధారణంగా పిల్లలకు గణన చేయడంలో లేదా సమస్యా సాధనలో, వివిధ సోపానాలు సాధించడంలో ఉపాధ్యాయుడు కొన్ని మాదిరి లెక్కలు చెప్పడం; వాటిని అనుకరిస్తూ పిల్లలు సాధన చేయడం అనేది జరుగుతూ ఉంటుంది.

(iii) **పరిశీలన :**

పిల్లలు తమ చుట్టూ ఉన్న పరిసరాలను పరిశీలించడం జరుగుతుంది. ఎవరు ఏ పని చేస్తున్నారు? ఎలా పని చేస్తున్నారు? అనేవి నిశితంగా పరిశీలిస్తారు.

ఉదా : 1. వడ్రంగి స్కేలుతో లేదా టేపుతో కర్రముక్కలను కొలవడం.

2. అంగడిలో బరువులు తూచడం.

3. మార్కెట్‌లో వస్తువులు కొన్నప్పుడు వాటి బిల్లుల తయారీని గమనించడం.

4. పేపర్‌ని మడతపెట్టి కత్తిరించి, వివిధ ఆకారాలను తయారుచేయడం.

దీనిలో భాగంగానే వాస్తవిక జీవితంలో ఉపయోగించే గణితభావనలు, ప్రక్రియలను పరిశీలిస్తుంటారు. పరిశీలన అనేది పిల్లల్లో ఉండే ఒక అంతర్గత సామర్థ్యం.

(iv) **అన్వేషణ :**

చిన్న వయస్సులో వున్న పిల్లలు తమ చుట్టూ ఉన్న పరిసరాల్లో జరిగే ఘటనలు, సంఘటనల పట్ల చాలా జిజ్ఞాస కలిగి ఉంటారు. ప్రతి విషయానికి కారణం అడుగుతారు. ఏమిటి? ఎందుకు? ఎలా? అనే ప్రశ్నలు వారి మెదడులో ఎప్పుడూ మెలుగుతూ ఉంటాయి. కారణం తెలుసుకునే వరకు సమాధాన పడరు.

ఉదా : 1. దూది ఉండ, అదే సైజు గల ఇనుప గుండు బరువులను పోల్చి చూస్తే, ఇనుప గుండు బరువు ఎందుకు ఎక్కువుందో కారణం తెలుసుకోవడానికి ప్రయత్నిస్తారు.

2. ఘనాకారపు వస్తువుల్లో గోళం, స్థూపం, శంకువు మాత్రమే భూమిపై సునాయాసంగా దొర్లుతాయి. దీర్ఘఘనం, సమఘనం, అలా దొర్లవు. ఎందువల్ల?

(v) **అభ్యాసం :**

అభ్యాసం పరిపూర్ణ మానవునిగా తీర్చిదిద్దుతుంది (Practice makes man perfect). ఇది నిర్వివాదాంశం. అభ్యాసం గణితంలో చాలా ముఖ్యపాత్ర వహిస్తుంది. అందుకే పిల్లలకు గణిత భావనలు, సూత్రాలు, సిద్ధాంతాలు అభ్యసించినా అవి స్థిరపడడానికి, వివిధ పరిస్థితుల్లో అన్వయించి సమస్యను సాధించడానికి గణిత పాఠ్యపుస్తకాలలో అభ్యాసాలు ఇవ్వబడతాయి.

(vi) **శిక్షణ :**

అమ్మ శిశువుకు మొట్టమొదటి గురువు. తమ ఇల్లు పిల్లలకు మొట్టమొదట విద్యాకేంద్రం. ఆ తరువాతే ఉపాధ్యాయులు. పాఠశాలకు రాకముందే పిల్లలు ఇంటి నుంచి, తమచుట్టూ వున్న పరిసరాల నుంచి భాషా సంబంధమైన నైపుణ్యాలు, నిత్య జీవితానికి సంబంధించిన వివిధ అంశాలపై అవగాహన కలిగిఉంటారు. వారి అలవాట్లు, కట్టుబాట్లు, ఆచారాలు పిల్లల్లో ప్రతిబింబిస్తాయి. అంటే గృహం, సమాజం, పరిసరాలు, పిల్లలకు శిక్షణా కేంద్రాలు. కానీ, ఇవి చాలా సహజసిద్ధంగా అనియత రూపంలో పనిచేస్తాయి. దీనిలో భాగంగానే పిల్లలు పాఠశాలకు రాకముందే అనేక ప్రాథమిక గణిత భావనలు, కొంత గణిత పదజాలంతో అనుభవం గడించిఉంటారు. పిల్లలు పాఠశాలకు వచ్చిన పిదప ఈ శిక్షణ క్రమపద్ధతిలో వ్యవస్థీకృతం అవుతుంది. అంతేగాకుండా వారి గణిత జ్ఞానాన్ని విస్తరించడానికి దోహదం చేస్తుంది.

2. సంసిద్ధత – అంతర్గత సామర్థ్యాలు :

సంసిద్ధత అభ్యసనకు పునాది. విద్యాపరంగా ఏవైనా భౌతిక, మానసిక చర్యలు జరగాలంటే పిల్లల శారీరక పెరుగుదల, మానసిక పరిపక్వత అవసరమైనంత స్థాయిలో వుండాలి. అప్పుడే ఆ పిల్లలు అభ్యసనకు సంసిద్ధత కలిగి ఉంటారని అంటాం. ఎప్పుడైతే పిల్లలు సంసిద్ధులవుతారో వారిలో ఉండే అంతర్గత సామర్థ్యాలు అభ్యసనకు ప్రేరేపిస్తాయి. అంతర్గత సామర్థ్యాలంటే, పిల్లలలో పుట్టుకతో ఉండే కొన్ని సామర్థ్యాలు. అవి వారిలో దాగి ఉండి వయసును బట్టి, మానసిక పరిపక్వతను బట్టి వికసిస్తాయి. పిల్లల్లో సాధారణంగా ఉండే అంతర్గత సామర్థ్యాలు; పరిశీలన, ప్రశ్నించడం, పోల్చడం, వర్గీకరించడం, గుర్తించడం, ఊహించడం, వర్తింపజేయడం, తాత్కాలికంగా ఆలోచించడం, విశ్లేషణ చేయడం, చిన్న చిన్న ప్రయోగాలు చేయడం, అనుప్రయుక్తం చేయడం, క్రోడీకరించడం, అనువాదం చేయడం, సాధారణీకరించడం, అంచనా వేయడం. మనం ఇదివరకే పియాషే మానసిక స్థాయిల్లో ఈ అంశాలు చర్చించడం జరిగింది. ఉపాధ్యాయుడు ఆయా పిల్లల మానసిక స్థితి, పరిణతి బట్టి వారిలో వున్న అంతర్గత సామర్థ్యాలను వికసింపచేయడానికి తగిన అభ్యసన అనుభవాలు కలిగించాలి.

3. ప్రేరణ (Motivation) :

అభ్యసనం జరగడానికి అవసరమైన శక్తి ప్రేరణ. ఇది వ్యక్తి అవసరాలతో ముడిపడి ఉంది. అవసరమే నూతన ఆవిష్కారాలకు మూలం (Necessity is the mother of invention). కనుక అభ్యసనం / సన్నివేశాలు పిల్లల అవసరాలను తీర్చేవిగా ఉండాలి. అవి నిత్యజీవిత అవసరాలు కావచ్చు లేదా బౌద్ధికపరమైనవి కావచ్చు.

(i) **నిత్య జీవిత అవసరాలు (Functional) :**

- ఎన్ని చాక్లెట్లు కావాలో చెప్పమనడం.
- చొక్కాకు ఎంత గుడ్డ అవసరం.
- మార్కెట్‌కి వెళ్ళి కావలసిన వస్తువులను కొనుక్కోవడం.
- సరిపడే డబ్బులు ఇవ్వడం, చిల్లర తీసుకోవడం.

(ii) **బౌద్ధికపరమైన అంశాలు (Intellectual) :**

- తెలుసుకోవాలన్న కోరిక
- సమస్యలను వివిధ పద్ధతులలో సాధించే ప్రయత్నం చేయడం.

- సమస్యను తయారు చేయడం.
- ఒక విషయంపై శోధించడం.
- పజిల్స్ చేయడంలో ఉత్సుకత చూపడం.

సాధారణంగా ప్రాథమిక స్థాయి పిల్లల అవసరాలు నిత్య జీవితానికి సంబంధించినవిగా ఉంటాయి. వారి వయసు పెరిగే కొద్దీ అంటే ప్రాథమికోన్నత స్థాయి, ఆతరువాత ఉన్నత పాఠశాల స్థాయి వచ్చేసరికి వారికి నిత్యజీవిత అవసరాల కంటే బౌద్ధికపరమైన అవసరాలు క్రమంగా ఎక్కువవుతూ ఉంటాయి.

ప్రేరణను మరో రెండు విధాలుగా వర్గీకరించవచ్చు. అవి :

(i) **బాహ్యప్రేరణ (Extrinsic Motivation)**

(ii) **అంతఃప్రేరణ (Intrinsic Motivation)**

బాహ్యప్రేరణకు ఉదాహరణలు పిల్లలకు ఇచ్చే బహుమతులు, మెచ్చుకోవడం, అభినందించడం. అంతర్గత ప్రేరణ వల్ల పిల్లలు తమంతట తామే గణిత విషయాలపై శోధన చేయడం, అభ్యసన గమ్యాలు ఏర్పరచుకోవడం, తమ శక్తియుక్తులపై నమ్మకంతో సమస్యలను సాధించగలగడం, అభ్యసనలో సాఫల్యత చెందడం జరుగుతుంది. ఒక వాక్యంలో చెప్పాలంటే ప్రేరణ పిల్లల్లో గణిత జ్ఞాన నిర్మాణకర్త.

4. సారూప్య నియమం (Method of Analogy) :

పిల్లలు నిరూప్యత గల భావనలు లేదా అంశాలను అభ్యసన ప్రక్రియలో ఇమిడ్చినట్లయితే అభ్యసనం సులువుగా జరుగుతుంది. ఉదాహరణకు సంఖ్యాసమితిలోని చతుర్విధ ప్రక్రియలు, వాటి ధర్మాలు, బీజీయ సమాసాల పరిక్రియలు, అవి పాటించే ధర్మాల మధ్య సారూప్యతను, ప్రాధాన్యతను పోల్చడం ద్వారా అభ్యసనం పటిష్టమవుతుంది.

5. సంసర్గ నియమం (Principle of Association) :

వేర్వేరు గణితాంశాలు లేదా భావనలను ఒక ఉమ్మడి లక్షణం లేదా ఒక ప్రక్రియ ఆధారంగా ఏకం చేసి సంబంధాన్ని అవగాహన చేసుకోవడం. ఉదాహరణకు కొలతలో దూరమానం, ద్రవమానం, తులామానంలో ఉపయోగించి వివిధ మానాల మధ్య సంబంధం దశాంశమానమని గుర్తించడమవుతుంది.

6. అవిచ్ఛిన్నత నియమం (Law of Continuity) :

గణిత శాస్త్ర స్వభావానికి ఈ నియమంతో సహజ సంబంధం ఉంది. గణితంలోని భావనలు ఒక వరస క్రమంలో ఒక భావనకు, మరొక భావనకు సంబంధం ఉండే విధంగా నిచ్చెన రూపంలో అమరి ఉంటాయి. అంటే పూర్వ భావనల ఆధారంగా కొత్త భావనలు ఏర్పడతాయి. భావ విస్తృతిక్రమంగా జరుగుతుంది. ఇది అభ్యసనను సరళం చేస్తుంది.

7. అంతర్‌దృష్టి (Insight) అభ్యసనం :

ఒక అంశంలోని విడివిడి భాగాల జ్ఞానం కంటే ఆ అంశాన్ని మొత్తంగా అధ్యయనం చేయడం వల్ల సమగ్ర జ్ఞానం ఏర్పడుతుంది లేదా సమస్య సాధనకు పరిష్కారమార్గం దొరుకుతుంది.

జటిలమైన సమస్యల సాధనకు ఈ విధానం అనువుగా ఉంటుంది.

ఉదా : సైద్ధాంతిక జ్యామితిలో సిద్ధాంతాలు నిరూపించడం, జ్యామితి నిర్మాణాలు చేయడం, వాటికి సంబంధించిన

సమస్యలు సాధించడం, ఈ విధానంలో అభ్యాసకునికి విశ్లేషణాత్మక శక్తి ఉండాలి. సమగ్ర దృష్టి విధానం ఉండాలి. పూర్వ అనుభవం, అవధానశక్తి ఉండాలి.

ఆలోచించండి : పిల్లలు గణితాన్ని ఇంకనూ ఏయే పద్ధతుల్లో అభ్యసిస్తారో సమూహాల్లో చర్చించండి.

2.4 గణిత బోధన పద్ధతులు :

బోధించడం ఎట్లా? అనేది ఉపాధ్యాయునికి కష్టమైన సమస్య. అయితే "బోధించడం అనేది ఒక కళ" అని సాధారణంగా చెబుతారు. ఈ కళను అవగాహన చేసుకోవడానికి, అలవాటు చేసుకోవడానికి మార్గాలే పద్ధతులు.

మరి బోధనాపద్ధతి అంటే ఏమిటి? అని ఆలోచిస్తే – పరిపక్వత చెందిన వ్యక్తికి జ్ఞానాన్ని అందించటమే బోధన. అందించే విధానమే బోధనా పద్ధతి. అంటే అభ్యసన సూత్రాలు, ఇతర మనో విజ్ఞానసూత్రాలు తగు విధంగా ఉపయోగించి బోధించు మార్గాన్నే "బోధన పద్ధతి" అని అనవచ్చు.

బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలో విద్యార్థి ప్రారంభస్థితి నుండి అంతిమస్థితికి చేరుకునే మార్గాన్నే 'పద్ధతి' అంటాం. ఇక్కడ పద్ధతి అనే పదంలో బోధనావ్యూహాలు, మెళకువలు కూడా ఉంటాయి. దానిని కింది పటంలో పరిశీలించండి. మరో విధంగా, ఆలోచిస్తే ప్రపంచ జ్ఞానాన్ని పిల్లల మనస్సుకు చేరేటట్టు వివరించే ప్రక్రియయే 'బోధనాపద్ధతి'.

సామాన్యంగా ఉపగమాన్ని విస్తృతార్థంలో ఉపయోగిస్తారు. ఉపగమం అంటే నిర్ణయించుకొన్న గమ్యాలు సాధించడానికి లేదా పూర్తి చేయడానికి మార్గనిర్దేశం చేసే ఆలోచనారీతి, క్రియారూపం. ఉపాధ్యాయుడు తన బోధనాభ్యసన ప్రణాళికలో నిర్మాణాత్మక ఉపగమాన్ని ఉపయోగిస్తాడు. అంటే తన బోధనాభ్యసన ప్రణాళికలో నిర్మాణాత్మక ఉపగమంలోని వ్యూహాలనే ఉపయోగిస్తాడు. ఈ ఉపగమం ద్వారా మార్గనిర్దేశం చేయగల వినూత్న రూపాలన్నీ బోధనాభ్యసన వ్యూహాలను, సాంకేతికాలను, నమూనాలను స్వీకరిస్తుంది.

వెస్లీ మరియు స్టాన్లీ ప్రకారం – "బోధన, అభ్యసనాల లక్ష్యాలను సాధించడానికి ఉపయోగపడు సాధనమే బోధనాపద్ధతి".

బోధనా పద్ధతి అనేది లక్ష్యసాధనకు మార్గమేకాని, గమ్యం కాదు. అందువల్ల ఏ ఒక్క పద్ధతే అన్ని సందర్భాలలో ఉపయోగపడదు. అలాగే ప్రతీ పద్ధతీ అందరు ఉపాధ్యాయులకూ ఒకేలా ఉపయోగపడకపోవచ్చు.

కాబట్టి ఉపాధ్యాయుడు ఏదైనా ఒక విషయాన్ని విద్యార్థులకు బోధించాలంటే, దానికి అనువగు బోధనా పద్ధతిని ఎంపిక చేసుకోవాలి. అలా బోధనా పద్ధతిని ఎంపిక చేసుకోవడంలో ప్రభావితం చేసే అంశాలు :

- బోధించే విషయం స్వభావం.
- విషయ ప్రాముఖ్యత
- పిల్లల సంసిద్ధత, వారి మానసిక స్థాయి
- అభ్యాసకుల స్వభావం, అవసరాలు
- పిల్లల పూర్వ అనుభవాలు
- అందుబాటులో ఉన్న వనరులు
- ఉపాధ్యాయునికి అందుబాటులో వున్న సమయం
- ఉపాధ్యాయుని ప్రతిభ – అదే ఉపాధ్యాయుని విషయజ్ఞానం, బోధనా మెలకువలపై పట్టు..

భావనల అవగాహన, గణిత భాషలో వ్యక్తీకరణ, అనుసంధానపరచడం, విద్యార్థుల్లో అన్వేషణా దృక్పథం, సృజనాత్మక శక్తి, ఆలోచన, వివేచన, హేతువాద విశ్లేషణ, తార్కికవాదన, విమర్శనా దృక్పథాలు; గణన, చిత్రలేఖన నైపుణ్యాలు, సమస్యా పరిష్కార సామర్థ్యాలు పెంపొందించడానికి గణిత ఉపాధ్యాయుడు ఉపయోగించే బోధనా పద్ధతి తోడ్పడాలి.

వివిధ గణిత బోధనా పద్ధతులు / ఉపగమాల గురించి, గణిత బోధనలో పాటించవలసిన సూత్రాలు గురించి తెలుసుకుందాం.

2.4.1 గణిత బోధనా సూత్రాలు :

బోధనా సూత్రాలు ఎలా ఉత్పన్నమైనవి అని ఆలోచిస్తే – అనుభవాలతో సాధారణంగా వర్తింపదగిన లక్ష్యాత్మకంగా గణించదగిన ఫలితాల నుండి ఈ సూత్రాలు స్వీకరించబడ్డాయి.

బోధనా సూత్రాలకు మూలాధారాలు :

(i) క్రోడీకరించిన నిపుణుల అభిప్రాయాలు.

(ii) సమర్థవంతమైన ఉపాధ్యాయుల బోధనను, అంతగా సమర్థతలేని ఉపాధ్యాయుల బోధనతో పోల్చిన నివేదికలు.

(iii) తరగతిలోని బోధనపై నిర్వహించిన ప్రయోగాత్మక పరిశోధనలు.

బోధనా సూత్రాలు – రకాలు :

(i) **ఆరంభ సూత్రాలు (Starting Principles)**

విద్యాప్రక్రియ జరగడానికి అవసరమయ్యే పరిస్థితులు, శిశువు స్వభావం, అతని మానసిక, శారీరక స్థితికి సంబంధించినవి.

(ii) **మార్గదర్శక సూత్రాలు (Guiding Principles)**

లక్ష్యసాధనకు బోధనాప్రక్రియలో ఉపాధ్యాయుడు అనుసరించదగిన విధానం, బోధన పద్ధతులకు సంబంధించినవి.

(iii) **మూల్యాంకనా సూత్రాలు (Evaluation Principles)**

విద్యాగమ్యాలకు ఆశించిన రీతిలో చేరుకున్నామో లేదో అన్న అంశాలను పరీక్షించడం.

ప్రాథమిక స్థాయిలో గణిత బోధనా విధానంలో కింది సూత్రాలను పాటిస్తే బోధనాభ్యసన ప్రక్రియ సమర్థవంతంగా జరగడానికి అవకాశం ఉంది.

1. మూర్తం నుండి అమూర్తానికి (Concrete to Abstract)
2. తెలిసిన విషయం నుండి తెలియని విషయానికి (Known to Unknown)
3. సరళత నుండి క్లిష్టతకు (Simple to Complex)
4. మొత్తం నుంచి భాగాలకు లేదా స్థూల దృష్టి నుంచి సూక్ష్మదృష్టికి (Whole to parts)
5. మనో వైజ్ఞానిక స్థాయి నుంచి తార్కికానికి (Psychological to logical)
6. ప్రత్యేక అంశం నుంచి సాధారణ అంశానికి (Particular to general)
7. శాస్త్రీయత నుంచి హేతువాదానికి (Emperical to Rational)
8. నిజమైన వాటి నుండి ప్రత్యామ్నాయానికి (Actuals to Representatives)
9. విశ్లేషణ నుంచి సంశ్లేషణకు (Analysis to Synthesis)
10. ఆగమనం నుంచి నిగమనానికి (Induction to Deduction)
11. నిశ్చిత విషయం నుండి అనిశ్చిత విషయానికి (Definite to Indefinite)

12. ప్రయోగాల పరిశీలనల ద్వారా సూత్రీకరణ
13. అన్వేషణకు ప్రాధాన్యత ఇవ్వడం.
14. సహజ అభ్యసన సన్నివేశాలు కల్పించడం.
15. పిల్లలు తమంతట తామే జ్ఞాన నిర్మాణాన్ని చేసుకోవడానికి తగిన అభ్యసన అనుభవాలు కల్పించడం.

పైన చెప్పిన అంశాలే కాకుండా ఉపాధ్యాయుడు తన బోధన ఏ లక్ష్యాన్ని దృష్టిలో పెట్టుకొని బోధిస్తున్నాడనేది ముఖ్యం. బట్లర్, రెన్‌ల ప్రకారం బోధనాదశలు నాలుగు స్థాయిల్లో ఉంటాయి. అవి :

1. నూతన భావనల, సంబంధాల అవగాహన గణిత జ్ఞానార్జనకు దోహదం చేయడానికి
   (Teaching for Understanding)
2. భావనలు, సంబంధాలను లోతుగా, ఫలవంతంగా అవగాహన చేసుకోవడానికి తోడ్పడటం
   (సాంశీకరణానికి బోధన - Teaching for Assimilation)
3. పొందిన అవగాహనను, నైపుణ్యాలను పదిల పరచడానికి సామర్థ్యం పెంపొందించడం
   (శాశ్వతత్వానికి బోధన – Teaching for Permanance)
4. అభ్యసించిన జ్ఞానం, నైపుణ్యాలు దైనందిన జీవితంలో సాంఘిక అవసరాలకు, బౌద్ధిక వికాసానికి అనువర్తించడానికి బోధన గావించడం. (బదలాయింపునకు బోధన – Teaching for transfer of knowledge and skills)

2.4.2 ఆగమన–నిగమన పద్ధతి :

పరిచయం : ఇద్దరు ఉపాధ్యాయులు 'దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం' అనే శీర్షికను బోధిస్తున్న తీరును గమనించండి.

మొదటి ఉపాధ్యాయుడు –

ఒక దీర్ఘచతురస్ర పటాన్ని నల్లబల్లపై గీసాడు.

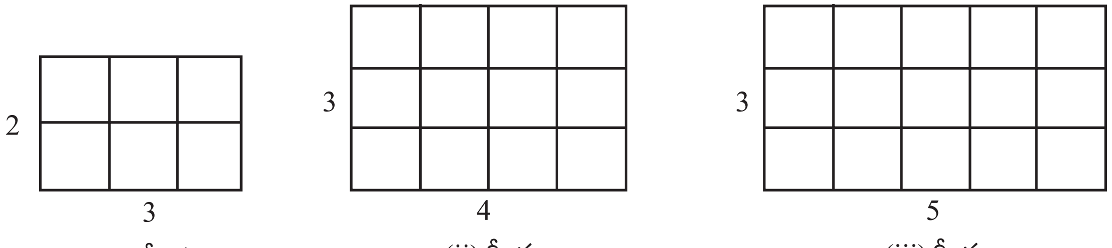
దాని పొడవు (l) వెడల్పు (b) అని పటంలో గుర్తింపచేసాడు.

తర్వాత దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం (A) = పొడవు × వెడల్పు

A = $l \times b$

రెండవ ఉపాధ్యాయుడు –

గళ్ళ కాగితాలపై వేరువేరు కొలతలతో దీర్ఘ చతురస్రాకార పటాలను పిల్లల ముందుంచి, ఆయా దీర్ఘచతురస్రాల వైశాల్యాలను తెలుసుకోవడానికి దీర్ఘ చతురస్రాలలో ఉన్న చదరపు గళ్ళను లెక్కింపచేసి, ఒక పట్టికను నల్లబల్లపై రాసి పూరించాడు.



(i) దీ.చ (ii) దీ.చ (iii) దీ.చ

ఇలా ప్రతి పటంలో దీర్ఘచతురస్ర పొడవు, వెడల్పుల లబ్ధం, ఆ దీర్ఘ చతురస్రం మొత్తం గళ్ళ సంఖ్యకు సమానమవుతుందని పిల్లలతో గమనింపచేసి, తద్వారా దీర్ఘచతుస్ర వైశాల్యం = పొ×వె= $l \times b$ అని సూత్రీకరణ చేసాడు.

దీర్ఘచతురస్రం	పొడువు *(l)*	వెడల్పు *(b)*	పొడవు × వెడల్పు *(lb)*	దీ॥చ॥లోని చదరపు గళ్ళ సంఖ్య
(i)	3	2	3 x 2 = 6	6 చదరాలు
(ii)	4	3	4 x 3 = 12	12 చదరాలు
(iii)	5	3	5 x 3 = 15	15 చదరాలు

పై ఇద్దరు ఉపాధ్యాయుల బోధనా విధానాన్ని పరిశీలిస్తే, ఏ బోధనా విధానం పిల్లలకు అర్థవంతంగా ఉంటుంది? ఏది పిల్లలను కార్యరూపంలో ఉంచుతుంది? ఏది ఆలోచనను రేకెత్తిస్తుంది? ఏది పిల్లలను తమ పరిశీలన ద్వారా అనుమితి (Inference) చేయడానికి అవకాశం కలిగిస్తుంది? ఏది పిల్లలకు స్వయం అభ్యసన చేయడానికి దోహదపడుతుంది?

మొదటి ఉపాధ్యాయుని బోధనా విధానం పై ప్రశ్నలో దేనికి జవాబివ్వరు; కాని పిల్లలకు దీర్ఘచతురస్రం యొక్క సూత్రం ఏమిటో తెలియపరచి, సమస్యలు సాధించడానికి ఉపయోగపడుతుంది. ఈ పద్ధతినే "నిగమన పద్ధతి" (Deductive Method) అని అంటాం.

రెండవ ఉపాధ్యాయుని బోధనా విధానాన్ని పరిశీలిస్తే, పై ప్రశ్నలలో కొన్నింటికి జవాబు దొరుకుతుంది. పిల్లలకు విషయం అర్థమవుతుంది. వారి ఆలోచనా విధానం ఒక నిర్దిష్టరూపంలో కొనసాగుతుంది. కొన్ని ఉదాహరణలు ద్వారా విషయాన్ని సాధారణీకరణ చేయడం జరుగుతుంది. ఇక్కడ కొన్ని దీర్ఘ చతురస్రాలను ఉదాహరణలుగా చూపించి, పరిశీలింపచేయడం ద్వారా దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం సూత్రం రాబట్టడం జరిగింది. దీనినే "ఆగమన పద్ధతి" (Inductive Method) అని అంటాం

ఇప్పుడు ఒక్కొక్క పద్ధతిని గురించి విపులంగా తెలుసుకుందాం.

ఆగమన పద్ధతి (Inductive Method):

ఆగమన పద్ధతిని 16వ శతాబ్దంలో "ఫ్రాన్సిస్ బేకన్" ప్రవేశపెట్టాడు. దీనిని పెస్టాలజీ (1746-1829) ప్రచారం చేసాడు. ఆగమన పద్ధతి ఆగమన హేతువాదం మీద ఆధారపడ్డ బోధనాపద్ధతి. ఆగమనం అంటే ఒక సార్వత్రిక సత్యాన్ని ఋజువు చేయడం. ఆగమన హేతువాదం అనేది ఒక ప్రయోగాత్మక తార్కిక హేతువాదం. అంటే ఒక విషయాన్ని అనేకసార్లు పరిశీలించినప్పుడు ఒకే ఫలితాన్ని పొందినట్లయితే, మిగతా అన్ని సందర్భాలలో కూడా అదే ఫలితాన్నిస్తుందని నమ్మి విషయ నిర్ధారణ చేయడమే ఆగమన హేతువాదం. ఉదాహరణకు మనకు తెలిసినంతవరకు మన పరిశీలనలో సూర్యుడు ప్రతిదినమూ తూర్పున ఉదయిస్తున్నాడు. దీనిని బట్టి "సూర్యుడు ప్రతిదినము తూర్పున ఉదయిస్తాడు" అని సాధారణీకరిస్తాం.

ఆగమన పద్ధతి అంటే ఏమిటి?

తగినన్ని మూర్త ఉదాహరణల సహాయంతో ఒక సూత్రాన్ని రాబట్టడాన్నిగానీ, ఒక విషయాన్ని సాధారణీకరించడాన్ని గానీ 'ఆగమన పద్ధతి' అంటాం. ఆగమన పద్ధతినే సూత్రీకరణ పద్ధతి లేదా ప్రతిస్థాపన పద్ధతి లేదా అనుగమన పద్ధతి లేదా అనుమానోపపత్తి అని కూడా అంటాం.

ఆగమన పద్ధతి గణితం నేర్చుకోవడానికి సహజమైన పద్ధతి, అత్యంత అనుకూలమైన పద్ధతి. ఎందుకంటే గణితశాస్త్రమంతా ఆగమన పద్ధతి ప్రకారమే కనుగొనడం జరిగింది. కాబట్టి గణితాన్ని ఆగమన పద్ధతి ప్రకారం బోధించినట్లయితే, పిల్లలు గణితమంతా తామే కనుగొన్నట్లు సంతోషపడతారు. నేర్చుకున్న విషయాలు ఎక్కువకాలం జ్ఞాపకముంటాయి.

ఆగమన పద్ధతి – సూత్రాలు / లక్షణాలు :

ఆగమన పద్ధతి కింది అభ్యసన సూత్రాలపై ఆధారపడి ఉంటుంది. లేదా కింది లక్షణాలను కలిగి ఉంటుంది.

1. ఉదాహరణల నుంచి సూత్రీకరణ చేయడం.
2. మూర్త విషయాల నుంచి అమూర్త విషయాలకు సాగుతుంది.
3. ప్రత్యేకాంశం నుంచి సాధారణీకరించడం దిశగా ఆలోచనా విధానం కొనసాగుతుంది.
4. ప్రయోగాలు లేదా పరిశీలనల నుంచి అనుమేయం (Deduce) చేయడం (లేదా) సాధారణీకరించడం (లేదా) అనుమితి (Inference) చేయడం.

ఆగమన పద్ధతి – బోధనా విధానం :

బోధనాంశం : రెండు బేసి సంఖ్యల లబ్ధం బేసిసంఖ్య

బేసిసంఖ్య × బేసిసంఖ్య = బేసిసంఖ్య

బోధనా విధానం : ఉపాధ్యాయుడు కింది సోపానాలను పాటించాలి.

1) కొన్ని బేసి సంఖ్యల జతలను విద్యార్థులతో చెప్పించడం.

ఎ) 3, 5 బి) 17, 9 సి) 21, 33

2) తీసుకున్న జత బేసి సంఖ్యల లబ్ధాన్ని కనుక్కోమనడం.

3) ఆ జతల బేసి సంఖ్యల యొక్క లబ్ధం ఏ సంఖ్యలు వచ్చాయో గమనించమనడం.

4) విద్యార్థులు తమ పరిశీలనల నుంచి ఏమి సాధారణీకరించారో గమనించమనడం.

విద్యార్థులు, ఉపాధ్యాయుని సూచనల ప్రకారం కింది పద్ధతులలో ఆయా జతల బేసి సంఖ్యల లబ్ధాలు కనుక్కొంటారు.

(i) బేసి సంఖ్యల జత 3, 5 ల లబ్ధం = 3 × 5 = 15 = బేసి సంఖ్య

3, 5 బేసిసంఖ్యలు, 15 బేసిసంఖ్య

(ii) బేసి సంఖ్యల జత 17,9 ల లబ్ధం = 17×9 = 153 = బేసి సంఖ్య

17, 9 బేసిసంఖ్యలు, 153 బేసిసంఖ్య

(iii) బేసి సంఖ్యల జత 21, 33 ల లబ్ధం = 21×33 = 693 = బేసి సంఖ్య

21, 33 బేసిసంఖ్యలు, 693 బేసిసంఖ్య

పై పరిశీలనల నుంచి విద్యార్థులు,
బేసిసంఖ్య × బేసిసంఖ్య = బేసిసంఖ్య.

| రెండు బేసి సంఖ్యల లబ్ధం బేసి సంఖ్య | అని సాధారణీకరిస్తారు.

పైన సూచించిన అంశాన్ని బోధించడంలో మొదట కొన్ని ఉదాహరణలను తీసుకున్నాం. వాటిని విద్యార్థులతో పరిశీలింపచేసాం, సాధారణీకరణాన్ని రూపొందించాం.

దీనినిబట్టి ఆగమన పద్ధతిలో బోధనా విధానంలోని సోపానాలు క్రింది విధంగా ఉంటాయి అని చెప్పవచ్చు. అవి

(i) అధిక సంఖ్యలో ఉదాహరణలు తీసుకోవడం.
(ii) ఉదాహరణలను పరిశీలించటం.
(iii) ఉదాహరణల నుండి సామాన్య సూత్రాన్ని రూపొందించడం / తాత్కాలిక ప్రతిపాదన.
(iv) రూపొందించిన సూత్రాన్ని ఉపయోగించి మరికొన్ని ప్రయోగాలు చేయడం ద్వారా ఆ సూత్రం సార్వత్రికమని ఋజువు చేయటం.

అయితే ఆగమన పద్ధతిని అనుసరించేటప్పుడు విద్యార్థులు తాము కనుగొన్న సూత్రాన్ని వెంటనే అంగీకరించక, అది అన్ని సందర్భాలలో వర్తిస్తుందో లేదో, నిజమవుతుందో లేదో తెలుసుకోవాలి. అలా నిజమయినపుడే సాధారణీకరణ చేయాలి. ఆగమన పద్ధతి ద్వారా కనుగొన్న సూత్రాన్ని నిగమన పద్ధతి ద్వారా గానీ, ప్రయోగశాల పద్ధతి ద్వారాగానీ నిరూపించాలి.

గణిత బోధనలో ఆగమన పద్ధతి ఉపయోగించు సందర్భాలు :

(i) సూత్రీకరణ చేయడానికి
(ii) విషయాన్ని సాధారణీకరించడానికి
(iii) నియమాలు రూపొందించడానికి
(iv) సిద్ధాంతీకరించడానికి
(v) పరిశీలనాంశాల ఆధారంగా 'అనుమితి' చేయడానికి
(vi) నిర్వచనాలు ఇవ్వడానికి

ఆగమన పద్ధతి – గుణాలు :

(i) ఆగమన పద్ధతి గణితం నేర్చుకోవడానికి సహజమైన పద్ధతి, అత్యంత అనుకూలమైన పద్ధతి.
(ii) గణితశాస్త్రం అంతా ఆగమన పద్ధతి ప్రకారమే కనుక్కోవడం జరిగింది.
(iii) ఇది శాస్త్రీయ పద్ధతి, మనోవైజ్ఞానిక పద్ధతి.
(iv) ఇది తార్కికమైంది, విమర్శనాత్మక ఆలోచనను అభివృద్ధిపరుస్తుంది.
(v) ఇందులో విద్యార్థులు క్రియాత్మకంగా పాల్గొంటారు. ఇది శిశుకేంద్రపద్ధతి.
(vi) ఇందు ఆచరణ ద్వారా అభ్యసనం / ప్రత్యక్ష అనుభవాల ద్వారా జ్ఞాన నిర్మాణం జరుగుతుంది. కాబట్టి విద్యార్థులలో విషయావగాహన బాగా జరుగుతుంది.
(vii) ఇది విషయశోధనకు, అన్వేషణకు తావిస్తుంది.

(viii) విద్యార్థులు సూత్రాలు, నియమాలు కంఠస్థం చేయవలసిన అవసరం లేదు. ఒకవేళ మరచిపోతే పిల్లలు ఆ సూత్రాలు, నియమాలు ఏర్పడిన ప్రక్రియను పునరుత్పాదన చేసుకుంటారు.

(ix) ఇంటిపని భారం తగ్గుతుంది.

(x) ఇది విద్యార్థులలో అభ్యసన పట్ల ఆసక్తిని పెంపొందిస్తుంది.

(xi) ఇది విద్యార్థుల్లో ఆత్మ విశ్వాసాన్ని పెంచుతుంది.

(xii) విశ్లేషణాత్మక ఆలోచనను ప్రోత్సహిస్తుంది.

ఆగమన పద్ధతి – పరిమితులు :

(i) ఆగమన పద్ధతి సుదీర్ఘమైన ప్రక్రియ, ఎక్కువ సమయాన్ని తీసుకుంటుంది, శ్రమతో కూడింది.

(ii) ఈ పద్ధతిలో అభ్యసన పరిపూర్ణం కాదు ఎందుకంటే గణితాభ్యసననలో సమస్యలను సాధించడంలో అభ్యాసం చేయడం అనేది ముఖ్యమైన అంశం. ఆగమన పద్ధతిలో ఇది వీలుపడదు.

(iii) ఆగమన హేతువాదం సంపూర్ణ నిర్ణయాత్మకం కాదు. ఎందుకంటే అనువైన సందర్భాలను ఎన్నుకోకపోయినట్లయితే సూత్రం అన్ని సందర్భాలకు నిజం కాకపోవచ్చు.

(iv) ఈ పద్ధతి ప్రాథమిక, ప్రాథమికోన్నత స్థాయిలలో అనుగుణంగా ఉంటుంది. ఉన్నతస్థాయి విద్యలో అంతగా ఉపయోగంలో ఉండదు.

(v) ప్రతీ గణిత భావననూ / అంశాన్ని ఈ పద్ధతిలో బోధించలేం.

(vi) సిలబస్ సకాలంలో పూర్తి కాదు.

(vii) గణితపరంగా ప్రతిభావంతులైన విద్యార్థులకు యిది తగిన పద్ధతి కాదు.

నిగమన పద్ధతి (Deductive Method) :

నిగమన విధానాన్ని ఆచరించి 'అరిస్టాటిల్' తర్కాన్ని ఒక ప్రత్యేకశాస్త్రంగా రూపొందించాడు. 17వ శతాబ్దంలో 'కొమినియస్' నిగమన పద్ధతిని ప్రచారం చేసారు. నిగమన పద్ధతి "యూక్లిడ్ శోధనా పద్ధతి" పేరుగాంచింది. ఈ పద్ధతి వల్ల యూక్లిడ్ జ్యామితి ఒక శాస్త్రంగా రూపుదిద్దుకుంది. నిగమన పద్ధతి ఆగమన పద్ధతికి విపర్యయం లేక వ్యతిరేకం. నిగమన పద్ధతి నిగమన హేతువాదం మీద ఆధారపడ్డ బోధనాపద్ధతి. నిగమన హేతువాదం అంటే కొన్ని స్వానుభవ విషయాలు, అనిర్వచిత పదాలు, స్వీకృతాలు, నిరూపించబడిన సత్యాలు ఆధారంగా విషయ నిర్ధారణ చేయడం.

ఉదాహరణకు : "సూర్యుడు ప్రతిదినము తూర్పున ఉదయిస్తాడు". ఈరోజు బుధవారము, కావున ఈరోజున సూర్యుడు తూర్పున ఉదయించాడు.

నిగమన పద్ధతి అంటే ఏమిటి?

శాస్త్రీయ సత్యాలను, సిద్ధాంతాలను, సూత్రాలను, సాధరణీకరణాలను ప్రత్యేక సందర్భాలకు అన్వయించి వాటి యదార్థతను తెలుసుకునే పద్ధతిని "నిగమన పద్ధతి" అంటాం. నిగమన పద్ధతిని "సూత్ర ప్రయోగ పద్ధతి" అని కూడా అంటాం.

నిగమన పద్ధతి – సూత్రాలు / లక్షణాలు :

(i) ఆగమన పద్ధతికి విపర్యయం

(ii) సూత్రం నుంచి ఉదాహరణకు సాగుతుంది.

(iii) అమూర్త విషయాల నుంచి మూర్త విషయాలకు సాగుతుంది.

(iv) సాధారణీకరించిన అంశం నుంచి ప్రత్యేక అంశం దిశవైపు కొనసాగుతుంది.

(v) సూత్రీకరణలను లేదా సాధారణీకరణాలను లేదా నియమాలను పరీక్షించే దిశలో కొనసాగుతుంది.

నిగమన పద్ధతి – బోధనా విధానం :

శీర్షికా ప్రకటన అయిన వెంటనే ఉపాధ్యాయుడు సూత్రాన్ని తెలియజేస్తాడు. సూత్రాన్ని ముందుగానే చక్కగా స్థాపించిన సత్యంగా విద్యార్థులు అర్థం చేసుకోవాలి. విద్యార్థులు సూత్రాన్ని కంఠస్థం చేస్తారు. సూత్రాన్ని ఉపయోగించి ఉపాధ్యాయుడు ఒక సమస్యను సాధిస్తాడు. అది చూసి విద్యార్థులు సూత్ర అనుప్రయుక్తాన్ని అర్థం చేసుకుంటారు. తరువాత కొన్ని సమస్యలను సాధనకై విద్యార్థులకు యివ్వడం జరుగుతుంది. ఉపాధ్యాయుడు వివరించిన రీతిలో సూత్రాన్ని ఉపయోగించి విద్యార్థులు సమస్యలను సాధిస్తారు.

బోధనాంశం : రెండు బేసిసంఖ్యల లబ్ధం బేసిసంఖ్య (బేసిసంఖ్య × బేసిసంఖ్య = బేసిసంఖ్య)

సమస్య : 15, 9 ల లబ్ధం సరిసంఖ్యా? బేసిసంఖ్యా? గుణకారం చేయకుండానే తెల్పుము?

మొదట సరి, బేసి సంఖ్యల పరిచయం / ప్రవేశం తరువాత సమస్యలో ఇచ్చిన సంఖ్య (దత్తాంశం) 15, 19 ల లబ్ధం.

సూత్రం / సాధారణీకరణ : రెండు బేసిసంఖ్యల లబ్ధం బేసిసంఖ్య (బేసిసంఖ్య × బేసిసంఖ్య = బేసిసంఖ్య)

సూత్ర అనుప్రయుక్తం – ఇచ్చిన సంఖ్యలు 15, 19 లు బేసిసంఖ్యలు. కాబట్టి వాటి లబ్ధం కూడా బేసిసంఖ్య.

దీనిని గుణకారం చేసి సరిచూడవచ్చు.

పైన సూచించిన అంశాన్ని బోధించడంలో బోధనాంశానికి సంబంధించిన పరిచయం లేక ప్రవేశం, దత్తాంశాన్ని గుర్తించడం, సూత్రాన్ని తెలపడం, సూత్ర అనుప్రయుక్తం చేయడం, సమాధానాన్ని సరిచూడడం జరిగింది.

దీనిని బట్టి నిగమన పద్ధతి బోధనా విధానంలో సోపానాలు ఈ క్రింది విధంగా ఉంటాయని చెప్పవచ్చు. అవి –

(i) పరిచయం

(ii) దత్తాంశం

(iii) సూత్రం

(iv) అనుప్రయుక్తం

(v) సరిచూడటం

గణితబోధనలో నిగమన పద్ధతి ఉపయోగించదగు సందర్భాలు :

(i) సూత్రాలను ఉపయోగించిన సమస్య సాధనకు ప్రాధాన్యత ఉన్నప్పుడు.

(ii) విద్యార్థులు స్వయంగా సూత్రాన్ని ఆవిష్కరించడానికి కష్టమైన సందర్భాలలో.

(iii) పిల్లలకు సూత్రం / నియమం ఏ విధంగా ఉత్పన్నం అయిందో అనే విషయం ప్రాధాన్యత లేనప్పుడు నేరుగా సూత్రాన్ని / నియమాన్ని ప్రవేశపెట్టవచ్చు.

(iv) విద్యార్థులకు అంతగా అవగాహనస్థాయి లేనపుడు బోధించిన అంశాలు, సూత్రాలు, నియమాలు పునర్విమర్శ చేసుకోవడానికి.

(v) ఒక సూత్రం నుంచి మరొక సూత్రాన్ని కనుక్కోవడానికి, అదే విధంగా ఒక సిద్ధాంతం ఆధారంగా మరొక సిద్ధాంతాన్ని నిరూపించడానికి.

(vi) అభ్యసన చేసిన అంశాలకు / భావనలకు తుదిరూపం యివ్వడానికి.

నిగమన పద్ధతి – గుణాలు :

(i) నిగమన పద్ధతి సంక్షిప్తమైనది, అందమైనది, సులభమైనది.

(ii) ఇది ఉపాధ్యాయునికి, విద్యార్థులకు కూడా కాలాన్ని, శ్రమను పొదుపు చేస్తుంది.

(iii) ఇది సమస్యల సాధనలో వేగం, ఖచ్చితత్వం, నైపుణ్యం, సమర్థత పెంపొందిస్తుంది.

(iv) విద్యార్థులలో జ్ఞాపకశక్తిని పెంపొందిస్తుంది.

(v) ఇందులో అభ్యాసం, ఆవర్తనం, అనుబంధ కార్యక్రమాలకు అవకాశం ఉంటుంది.

(vi) ఒక అభ్యాసంపై పునర్విమర్శ చేసేటప్పుడు నిగమన పద్ధతి చాలా లాభదాయకమే కాకుండా చాలా అనువైనది.

(vii) ఇది ఉన్నతస్థాయి బోధనకు తగినది.

నిగమన పద్ధతి – పరిమితులు :

(i) బోధన అభ్యసన ప్రక్రియలో విద్యార్థులు క్రియాత్మక భాగస్వాములు కాలేరు.

(ii) విద్యార్థులలో ఆలోచన, వివేచన, అన్వేషణకు తావుండదు.

(iii) విద్యార్థులకు సూత్ర ఆవిష్కరణకు సంబంధించిన సందేహాలను నివృత్తి చేయలేదు.

(iv) ప్రారంభస్థితిలో ఉన్నవారు అమూర్త భావనలను అర్థం చేసుకోవటం, నియమాలను గుర్తుంచుకోవడం కష్టం. కాబట్టి ప్రాథమిక స్థాయిలో ఈ బోధనా పద్ధతి అంతగా ఉపయోగపడదు.

(v) ఈ పద్ధతిలో విద్యార్థి అనేక సూత్రాలను కంఠస్థం చేయవలసి వస్తుంది. కంఠస్థం చేసిన సూత్రాన్నివిద్యార్థి మరిచిపోయినట్లయితే అతడు మరలా దానిని కనుక్కోలేడు.

(vi) ప్రజ్ఞ, అవగాహనల కంటే స్మృతికి ఎక్కువ ప్రాధాన్యత యివ్వడం వలన ఇది విద్యా విషయకంగా అంత యుక్తమైనది కాదు.

ఆగమన – నిగమన పద్ధతుల సమ్మేళనం :

ఇంతవరకూ మనం ఆగమన, నిగమన పద్ధతులు గురించి వేరువేరుగా తెలుసుకున్నాం. ఈ రెండు బోధనా విధానాల వల్ల తేలేదేమంటే ఈ రెండింటిలో ఏ ఒక్క పద్ధతి వలననూ ఒక గణిత శీర్షికాభ్యసన ప్రక్రియ సంపూర్ణం కాదు. ఎందువలనంటే ఒక గణిత శీర్షికాభ్యసన ప్రక్రియలో రెండు ప్రధానమైన, స్పష్టమైన భాగాలుంటాయి. అవి –

1. సూత్రస్థాపన (సూత్రీకరణ)
2. సూత్ర ప్రయోగం (అనుప్రయుక్తం)

ఆగమన పద్ధతిలో సూత్రాన్ని రాబట్టడం లేదా సాధారణీకరించడం చేస్తే, నిగమన పద్ధతిలో ఆ సూత్ర ప్రయోగం అంటే సూత్రాన్ని ఉపయోగించి సమస్యల సాధన జరుగుతుంది. అయితే ఇందులో సూత్ర ఆవిష్కరణ జరిగి, అభ్యాసం

లేకపోతే ఆ జ్ఞానం నిష్ప్రయోజనం. అలాగే సూత్ర ఆవిష్కరణ విధానం తెలియకనే సమస్యల సాధన చేయడం సరియైనది కాదు. ఈ రెండు పద్ధతులు ఒకదానికొకటి పూరకాలు. ఈ రెండు పద్ధతులు చక్కటి భాగస్వాములు. ఒకదానిలోని లోపాలను ఇంకొకటి సరిదిద్దుతుంది.

ఆగమన విధానం ప్రకారం అర్థం చేసుకొని, నిగమన విధానాన్ని అనుసరించి అనుప్రయుక్తం చేయాలి. అందువలన బోధన ఆగమనంలో ఆరంభించి, నిగమనంతో ముగించాలి. కాబట్టి ఆగమన పద్ధతి, నిగమన పద్ధతుల న్యాయోచిత సమ్మేళనం బోధనలో ఉపయుక్తంగా ఉంటుంది. అదే ఆగమన–నిగమన పద్ధతి. ఆగమన, నిగమన పద్ధతులను సమన్వయం చేసినవాడు ఛార్లెస్ డార్విన్.

2.4.3 విశ్లేషణ – సంశ్లేషణ పద్ధతి :

పరిచయం : ఇద్దరు ఉపాధ్యాయులు క్రింది సమస్యను విద్యార్థులకు ఎట్లా బోధించారో గమనించండి.

సమస్య : ఒక చతురస్రాకార ఇంటి స్థలం భుజం కొలత 15 మీ. దాని చుట్టూ ఫెన్సింగ్ చేయడానికి మీటరు ఒకటికి రూ. 25/–లు చొప్పున ఎంత ఖర్చవుతుంది?

మొదటి ఉపాధ్యాయుడు :

ముందుగా ఉపాధ్యాయుడు సమస్యను అందరికీ వినబడేటట్లు గట్టిగా చదువుతాడు. ఆ తరువాత సమస్య సాధనా సోపానాలను ఈ క్రింది విధంగా యాంత్రికంగా వేస్తాడు.

చతురస్ర ఇంటి స్థలం భుజం కొలత	=	15 మీ.
ఆ స్థలం చుట్టుకొలత	=	4 × భుజం = 4 × 15 = 60 మీ.
1 మీ. ఫెన్సింగ్ వేయడానికి ఖర్చు	=	రూ. 25/–
ఆ ఇంటి స్థలం చుట్టూ ఫెన్సింగ్ వేయడానికి అయిన ఖర్చు	=	60 × 25 = రు. 1500/–లు

రెండవ ఉపాధ్యాయుడు :

సమస్యను ఉపాధ్యాయుడు ఒకసారి గట్టిగా చదువుతాడు.
పిల్లలను మనస్సులో మెల్లగా సమస్యను చదువుకోమంటాడు.
తద్వారా సమస్యలో దత్తాంశాన్ని, సారాంశాన్ని గుర్తింపచేస్తాడు.
ఆ తరువాత పిల్లలను క్రింది విధంగా ప్రశ్నిస్తాడు.

ఉ : సమస్యలో మనం ఏం కనుక్కోవాలి?
వి : ఇంటిస్థలం చుట్టూ ఫెన్సింగ్ వేయడానికి ఎంత ఖర్చు అవుతుందో కనుక్కోవాలి.
ఉ : ఎట్లా కనుక్కోవాలి? ఎట్లా తెలుస్తుంది?
వి : స్థలం చుట్టుకొలతను, ఒక మీటర్‌కి ఫెన్సింగ్‌కు అయ్యే ఖర్చుతో గుణించాలి.
ఉ : ఒక మీటరుకు పెన్సింగ్‌కి అయ్యే ఖర్చు ఎలా కనుగొందువు?
వి : సమస్యలో ఇవ్వబడింది (దత్తాంశం)
ఉ : చతురస్రాకార స్థలం చుట్టుకొలత ఎలా కనుగొంటావు?
వి : స్థలం భుజం కొలతను 4 తో గుణించిన వచ్చును.

ఉ : భుజం కొలత ఎలా కనుగొంటావు?

వి : సమస్యలో ఇవ్వబడింది (దత్తాంశం)

ఉ : ఇప్పుడు సమస్యను సాధిద్దాం.

ఇద్దరు ఉపాధ్యాయుల విధానాల్లో పిల్లలకు సందేహాలు లేకుండా అవగాహన అయ్యే అవకాశాలు దేనిలో ఎక్కువగా ఉన్నాయి? ఏ పద్ధతి ఆలోచన రేకెత్తించే దిశగా ఉంది? ఏ పద్ధతిలో పిల్లలు అభ్యసన ప్రక్రియలో చురుగ్గా పాల్గొంటారు? ఏ పద్ధతి పిల్లలకు సమస్య సాధనలో జిజ్ఞాస కలిగిస్తుంది?

మొదటి ఉపాధ్యాయుడు అవలంభించిన బోధనా విధానం పై ప్రశ్నల్లో దేనికీ జవాబునివ్వదు. కానీ బోధన ప్రక్రియ జరిగింది. అనుకొన్న లక్ష్యాన్ని ఉపాధ్యాయుడు పూర్తి చేస్తాడు. అంటే సమస్యను సోపానాల క్రమంలో చక్కగా నల్లబల్లపై సాధించి చూపించాడు. ఈ పద్ధతిని 'సంశ్లేషణ పద్ధతి' అంటాం. పిల్లలకు ఆలోచనలు రేకెత్తించే సన్నివేశాలు ఈ పద్ధతిలో ఉండవు.

రెండవ ఉపాధ్యాయుడు అనుసరించిన బోధనా విధానంలో పై ప్రశ్నలకు చాలావరకు జవాబులు దొరుకుతాయి. ఈ పద్ధతిని 'విశ్లేషణ పద్ధతి' అంటాం. ఈ విధానంలో సమస్య సాధనా విధానాన్ని ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థులనుండి రాబట్టాడు. అందువల్ల సమస్యా సాధన విద్యార్థులకు సులువౌతుంది.

ఇప్పుడు ఒక్కొక్క పద్ధతి గురించి విపులంగా తెలుసుకుందాం.

విశ్లేషణ పద్ధతి (Analytic Method) :

మానవ మేధస్సు యొక్క అత్యున్నతమైన ప్రజ్ఞానిష్పాదనమే 'విశ్లేషణ' అని థార్న్‌డైక్ వ్యాఖ్యానించాడు.

విశ్లేషణ పద్ధతిలో సమస్య సాధనకు ఉపాధ్యాయుడు తన వాదనను సారాంశం నుంచి మొదలుపెట్టి, అంటే సమస్యలో ఏమి కనుక్కోవాలి, అవి కనుక్కోవాలంటే దత్తాంశంలో ఏమి ఉన్నాయి? దత్తాంశంలో ఉన్న వివిధ రాశుల మధ్య సంబంధం ఏమిటి? దత్తాంశం, సారాంశం మధ్య సంబంధం ఏదైనా ఉందా? ఉంటే సాధన విధానం ఏమిటి? ఈ విధంగా సమస్యను సూక్ష్మస్థాయిలో విశ్లేషణ చేయడం జరుగుతుంది. ఇలా ఉపాధ్యాయుడు తనవాదన లేదా పిల్లలకు వేసిన ప్రశ్నలు సారాంశం నుంచి ప్రారంభించి దత్తాంశం వైపు పోవడంలో ప్రతి సోపానం తార్కికంగా కొనసాగుతుంది. అయితే ఇందులో సమస్యను సాధించే విధానం మాత్రమే తెలుసుకోవడం జరుగుతుంది.

దత్తాంశం (A) ⟶ సారాంశం (C)

ఆలోచన

వాదన

'C' సారాంశం నిజమని ఋజువు చేయడానికి.

'C' నిజం కావాలంటే 'B' నిజం కావాలి.

'B' నిజం కావాలంటే 'A' నిజం కావాలి

'A' నిజమని ఇవ్వడం జరిగింది (దత్తాంశం ప్రకారం)

కాబట్టి 'C' నిజమవుతుంది.

విశ్లేషణ పద్ధతిలో కనుగొనవలసిన విషయం (సారాంశం) నుంచి దత్త విషయానికి (దత్తాంశం) బోధన సాగుతుంది. ఉదాహరణకు ఒక టెలివిజన్ TV రిపేరును తీసుకుంటే రిపేరుదారుడు TVని బాగు చేయడానికి ఆ TVలో ఒక్కొక్క భాగాన్ని వేరుచేసి మిగిలిన వాటితో గల సంబంధాలను అనుసరించి పాడైన భాగాన్ని కనుక్కొంటాడు. ఇదే విశ్లేషణ పద్ధతి.

విశ్లేషణ పద్ధతి సూత్రాలు / లక్షణాలు :

1. విశ్లేషణ పద్ధతి బోధనా విధానం సారాంశం దిశ నుంచి దత్తాంశం దిశలో కొనసాగుతుంది.
2. తెలియని విషయాల నుంచి తెలిసిన విషయానికి తార్కిక సంబంధాలను శోధిస్తాడు.
3. ఆశించిన పర్యవసానం వచ్చేవరకు అవసరమైన తార్కిక సోపానాలతో దత్తాంశం వైపుకు దారితీసే తార్కిక విధానం అనుసరిస్తుంది.
4. సమస్యా సాధనలో ఉపయోగించిన ప్రతి సోపానానికి కారణం తెలుపుతుంది.
5. ప్రవచనాలు, సిద్ధాంతాలు ఎలా నిరూపించాలో విశ్లేషణాత్మక వివరణ ఇస్తుంది.

క్రింది ఉదాహరణను గమనించండి :

సమస్య : ఒకడు బజారుకు వెళ్లి పెన్ను ఒకటికి రూ. 6/- చొప్పున 8 పెన్నులు, పెన్సిలు ఒక్కొక్కటికి రూ. 4/- చొప్పున 7 పెన్సిళ్ళు కొని, షాపువానికి రూ. 100/-ల నోటును ఇస్తే, తిరిగి అతనికి ఎంత సొమ్ము వస్తుంది?

సాధన : విశ్లేషణ విధానం :

ఉపాధ్యాయుడు ఒకసారి సమస్యను గట్టిగా చదువుతాడు.
పిల్లలను మనస్సులో మెల్లగా సమస్యను చదువుకోమంటాడు.
తద్వారా సమస్యలో దత్తాంశాన్ని, సారాంశాన్ని గుర్తింపచేస్తాడు.
ఆ తరువాత పిల్లలను క్రింది విధంగా ప్రశ్నిస్తాడు.

ఉ : సమస్యలో మనం కనుక్కోవలసినది ఏమిటి?
వి : షాపు వాని నుంచి తిరిగి వచ్చే సొమ్ము.
ఉ : తిరిగి వచ్చే సొమ్ము ఎట్లా తెలుస్తుంది?
వి : షాపువానికి ఇచ్చిన సొమ్ము నుంచి షాపువాడికి ఇవ్వవలసిన సొమ్మును తీసివేయాలి.
ఉ : షాపువానికి ఇచ్చిన సొమ్మెంతో ఎలా కనుగొంటావు?
వి : సమస్యలో ఇవ్వబడింది (దత్తాంశం)
ఉ : షాపువానికి ఇవ్వవలసిన సొమ్ము ఎట్లా కనుక్కొంటావు?
వి : 8 పెన్నులు, 7 పెన్సిళ్ళ వెల మొత్తం కనుక్కోవాలి.
ఉ : పెన్నులు, పెన్సిళ్ళ మొత్తం వెల ఎలా కనుక్కొంటావు?
వి : పెన్నుల వెలకు, పెన్సిళ్ళ వెలను కలిపితే వస్తుంది.
ఉ : పెన్సిళ్ళ మొత్తం వెల ఎలా కనుక్కొంటావు?
వి : ఒక పెన్సిల్ వెలను పెన్సిళ్ళ సంఖ్యతో గుణించిన వచ్చును.
ఉ : కొన్న పెన్సిళ్ళ సంఖ్యను ఎలా కనుక్కొంటావు?

వి : సమస్యలో ఇవ్వబడింది (దత్తాంశం)

ఉ : ఒక్కొక్క పెన్సిల్ వెలను ఎలా కనుక్కొంటావు?

వి : సమస్యలో ఇవ్వబడింది (దత్తాంశం)

ఉ : పెన్నుల మొత్తం వెలను ఎలా కనుక్కొంటావు?

వి : ఒక పెన్ను వెలను పెన్నుల సంఖ్యతో గుణించిన వచ్చును.

ఉ : కొన్న పెన్నుల సంఖ్యను ఎలా కనుక్కొంటావు?

వి : సమస్యలో ఇవ్వబడింది (దత్తాంశం)

ఉ : ఒక్కొక్క పెన్ను వెలను ఎలా కనుక్కొంటావు?

వి : సమస్యలో ఇవ్వబడింది (దత్తాంశం)

ఉ : ఇప్పుడు సమస్యను సాధిద్దాం.

ఇట్లా విశ్లేషణ అంటే కలిసిపోయిన క్లిష్టంగా వున్న వాటిని విడదీయడం వల్ల వాటి అసలు స్వరూపం తెలిసి సాధన సులభం చేయడం అని అర్థం.

విశ్లేషణ పద్ధతి – గుణాలు :

(i) విశ్లేషణ పద్ధతి మనోవైజ్ఞానిక పద్ధతి, శాస్త్రీయ పద్ధతి.

(ii) ఇది తార్కిక పద్ధతి

(iii) ఇందు విషయ అవగాహనలో స్పష్టత కలిగి ఉంటుంది. కాబట్టి విద్యార్థుల అనుమానాలకు చోటుండదు.

(iv) ప్రతి సోపానం కారణభూతమై ఉంటుంది. కాబట్టి గుర్తుంచుకోవలసిన అవసరం వుండదు.

(v) అన్వేషణ దృక్పథాన్ని పెంపొందిస్తుంది.

(vi) నూతన విషయాలను కనుక్కోవాలనే ఉత్సాహాన్ని రేకెత్తిస్తుంది.

(vii) బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలో విద్యార్థులు చురుకుగా పాల్గొనేట్లు చేస్తుంది.

(viii) ఇది విద్యార్థుల్లో ఆత్మ విశ్వాసాన్ని పెంపొందిస్తుంది.

(ix) విద్యార్థులలో సృజనాత్మకతను, ఉపజ్ఞతను పెంపొందిస్తుంది.

(x) ఇది విద్యార్థుల్లో ఆలోచన, వివేచనశక్తిని పెంపొందిస్తుంది.

(xi) ఇది ఒక నిర్మాణాత్మక పద్ధతి.

(xii) ఇందు కంఠస్థం అవసరం వుండదు.

(xiii) ఇందు ఇంటిపని తక్కువ.

(xiv) ఇది ఒక ఆలోచనా ప్రక్రియ.

విశ్లేషణ పద్ధతి – పరిమితులు :

(i) ఇది సుదీర్ఘమైన పద్ధతి

(ii) ఇందు ఎక్కువ శ్రమ, సమయం ఖర్చవుతుంది.

(iii) ఈ పద్ధతిని ఉపయోగించి వేగాన్ని, సమర్థతను పొందలేము.

అన్ని శీర్షికలు ఈ పద్ధతిలో బోధించడానికి ఉపయోగపడకపోవచ్చు.

ఇది ఒక్కొక్కసారి విసుగును పుట్టిస్తుంది.

ఇది సంపూర్ణ పద్ధతి కాదు, సగభాగం మాత్రమే. ఇందు సమస్యా సాధనా విధానం మాత్రమే రాబట్టడం జరుగుతుంది. దాని అమలు జరగదు.

యంగ్ వివరించినట్లు విశ్లేషణ 'గడ్డివాము నుంచి సూది బయల్పడుతుంది' గణితం నేర్చుకోవడానికి విశ్లేషణ పద్ధతి శ్రేష్టమైనది. 'బట్లర్-రెన్'లు సూచించినట్లు ఒక విధంగా విశ్లేషణ పద్ధతి అనేది, విశ్లేషణ - సంశ్లేషణ పద్ధతియొక్క సంక్షిప్తరూపం.

సంశ్లేషణ పద్ధతి (Synthetic Method) :

సంశ్లేషణ అనేది విశ్లేషణకు పూరకం.

సంశ్లేషణ అంటే విడిగా వున్న అంశాలను అర్థవంతంగా ఏకం చేయడం.

గణితంలో నేర్చుకున్న సూత్రాలను, విషయాలను కలిపి వాటి ఆధారంగా సమస్యను సాధించడాన్ని "సంశ్లేషణ" అంటాం. అంటే సంశ్లేషణ తెలిసిన సత్యాలను ఒకచోట చేరుస్తుంది. ఇలా చేర్చడం ద్వారా తెలియని సత్యాన్ని గ్రహించడం జరుగుతుంది.

సంశ్లేషణా పద్ధతి, విశ్లేషణా పద్ధతికి వ్యతిరేకం. ఈ పద్ధతిలో సమస్యా సాధనావిధానం దత్తాంశం నుంచి సారాంశం దిశలో తర్కబద్ధంగా సోపానాలు యుక్తంగా కొనసాగుతుంది. ఆశించిన పర్యవసానం (Conclusion) వచ్చేవరకు ఆవశ్యక (Necessary) సోపానాలను అనుసరించాలి.

దత్తాంశం ⟶ **సారంశం**

సాధన

ఆలోచన

వాదన

సంశ్లేషణ పద్ధతిలో ఒక అంశాన్ని నిజమని ఋజువు చేయడానికి :

దత్తాంశం ప్రకారం 'A' నిజం, సారాంశం 'C' అయితే

$A \Rightarrow B,\ B \Rightarrow C$

A ఆధారంగా B నిజమని

B ఆధారంగా C నిజమని నిరూపిస్తాం.

ఈ విధంగా తెలిసిన విషయాల నుంచి తెలియని విషయాలు కనుక్కొనే విధానాన్ని "సంశ్లేషణా విధానం" అంటాం. ఉదాహరణకు టెలివిజన్ రిపేరులో విశ్లేషణ ద్వారా కనుగొన్న పాడైన భాగాన్ని బాగుచేసిన తరువాత మరలా భాగాలనన్నింటినీ కలపాలి. అప్పుడు టి.వి. పనిచేస్తుంది ఇదే సంశ్లేషణ పద్ధతి.

సంశ్లేషణ పద్ధతి - సూత్రాలు / లక్షణాలు :

1. ఇది విశ్లేషణ పద్ధతికి వ్యతిరేక దిశలో పనిచేస్తుంది.
2. బోధనా విధానం దత్తాంశం నుంచి సారాంశం దిశలో పయనిస్తుంది.

3. తెలిసిన విషయం నుంచి తెలియని విషయం దిశలో గొలుసుకట్టు రీతిలో తార్కిక నిగమనాత్మక సోపానాలతో వాదన నిర్మితమవుతుంది.
4. సంశ్లేషణ అంటే వివిధ అంశాలను ఏకం చేయడం ద్వారా నూతనవిషయం లేదా నూతన ఆలోచన ఉద్భవిస్తుంది. క్రింది ఉదాహరణను గమనించుము.

సమస్య : ఒకడు బజారునకు వెళ్ళి కలం ఒక్కటికి రూ.6/- చొప్పున 8 కలాలు, పెన్సిలు ఒకటికి రు.4/- చొప్పున 7 పెన్సిళ్ళు కొని, షాపువానికి రూ.100 నోటు ఇస్తే తిరిగి అతనికి ఎంత సొమ్ము వస్తుంది?

సాధన : ముందుగా ఉపాధ్యాయుడు సమస్యను అందరికీ వినబడేటట్లు గట్టిగా చదువుతాడు. ఆ తరువాత సమస్య సాధనా సోపానాలు ఈ క్రింది విధంగా యాంత్రికంగా వేస్తాడు.

ఒక కలం వెల = రూ.6/-

8 కలాల వెల = రూ.6 × 8 = రు.48/-

ఒక పెన్సిల్ వెల = రూ.4/-

7 పెన్సిల్స్ వెల = రూ.4 × 7 = రు.28/-

షాపువానికి ఇవ్వవలసిన సొమ్ము = 8 కలముల వెల + 7 పెన్సిల్స్ వెల

= 48 + 28 = రూ.76/-

షాపువానికి ఇచ్చిన సొమ్ము = రూ.100/-

అతనికి తిరిగి వచ్చే సొమ్ము = రూ.100 - 76 = రు. 24/- లు

సంశ్లేషణ పద్ధతి - గుణాలు :

ఎ) ఇది ఒక తార్కిక పద్ధతి.

బి) ఇది సంక్షిప్త పద్ధతి, సుందరమైనది.

సి) సాధారణ సమస్యల సాధనలో వేగాన్ని, సమర్థతను కలిగిస్తుంది.

డి) ఇందు శ్రమను, కాలాన్ని పొదుపు చేయడం జరుగుతుంది.

ఇ) ఇది విద్యార్థులలో జ్ఞాపక శక్తిని అభివృద్ధి పరుస్తుంది.

ఎఫ్) విషయాన్ని సంక్షిప్తంగా, సోపానాల యుక్తంగా చెప్పడంలో నైపుణ్యం అభివృద్ధి చెందుతుంది.

జి) ప్రవచనాలు-సిద్ధాంతాలు ఋజువు చేసే మార్గాన్ని తెలుపుతుంది.

హెచ్) ఇది ఒక ఆలోచన యొక్క ఫలితం.

ఐ) ఇది సమాచారాత్మక పద్ధతి.

జె) ఇది సాధారణంగా పాఠ్యగ్రంథ రచయితలకు అనుకూలమైనది.

సంశ్లేషణ పద్ధతి - పరిమితులు :

ఎ) విద్యార్థుల సంపూర్ణ అవగాహనకు తావుండదు.

బి) సమస్యా సాధనలోని సోపానాలలో కలిగే సందేహాలు నివృత్తి కావు.

సి) విద్యార్థుల ఆలోచనకు, సృజనాత్మకతకు, ఆవిష్కరణకు అవకాశం లేదు.

డి) ఇందులో సమస్యాసాధన సోపానాలు మరిచిపోయినట్లయిన తిరిగి జ్ఞప్తి తెచ్చుకోవడం కష్టం.

ఇ) మెదడుకు పని ఎక్కువ. సోపానాలు గుడ్డిగా అనుసరించవలసి వస్తుంది.

ఎఫ్) ఇంటి పని ఎక్కువగా ఉంటుంది.

జి) ఇందులో విద్యార్థులు స్థబ్దులుగా ఉంటారు.

హెచ్) కంఠస్తం చేయడానికి ప్రోత్సహిస్తుంది.

సంశ్లేషణ పద్ధతి "గడ్డివాములో సూదిని అన్వేషిస్తుంది" అని యంగ్ వ్యాఖ్యానించాడు.

విశ్లేషణ సంశ్లేషణ పద్ధతుల సమ్మేళనం :

ఆగమన–నిగమన పద్ధతులు ఏ విధంగానైతే గణిత బోధనలో ఒకదానికొకటి విడదీయరాని బంధం కలిగి ఉన్నాయో అలాగే విశ్లేషణ–సంశ్లేషణ బోధన పద్ధతులు కూడా బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలో పరస్పర ఆధారితాలు, పరస్పర పూరకాలు. సాధారణంగా రెండు పద్ధతుల సమ్మేళనంతో బోధన కార్యక్రమం పూర్తి అవుతుంది.

విశ్లేషణ పద్ధతి విషయ అవగాహనకు, సంశ్లేషణ పద్ధతి సాధనా విధానం సోపానాలయుక్తంగా వివరించడానికి ఉపయోగపడతాయి. ఒక్కమాటలో చెప్పాలంటే విశ్లేషణ పద్ధతిలో ఆలోచన ప్రక్రియ, సంశ్లేషణ పద్ధతి ఆలోచనా ఫలితాన్ని ప్రతిబింబిస్తాయి. అంటే విశ్లేషణ పద్ధతిలో జరిగే చర్చ, ప్రశ్నలు, ఆలోచనాసరళి, అనియతరూపంలో జరుగుతాయి. ఇవన్నీ రికార్డు చేయలేని అంశాలు. కానీ సంశ్లేషణ పద్ధతిలో ఉపయోగించిన సోపానాలు, సామాన్య సాధనా విధానాలు నియత రూపంలో ఉంటాయి. విశ్లేషణ పద్ధతి నిర్మాణాత్మకమైన సంశ్లేషణ పద్ధతి సమాచారాత్మకమైనది.

విశ్లేషణ పద్ధతిలో సమస్య సాధనా విధానం విద్యార్థులనుండి రాబట్టడం జరుగుతుంది. సంశ్లేషణ పద్ధతిలో ఆ విధానాన్ని అనుసరించి సమస్య సాధించడం జరుగుతుంది. అయితే సమస్య సాధనా విధానాన్ని రాబట్టి దానిని అమలు పరచకపోయినా, సాధన విధానం తెలియకనే సాధన చేపట్టినా నిష్ప్రయోజనం. అందువల్ల తరగతి గదిలో ముందు విశ్లేషణ చేసి, తర్వాత సంశ్లేషణ చేయాలి. ఉపాధ్యాయుడు విశ్లేషణలో తోడ్పడి సంశ్లేషణ విద్యార్థులకు వదిలిపెట్టాలి. కాబట్టి విశ్లేషణ, సంశ్లేషణ పద్ధతుల న్యాయోచిత సమ్మేళనం గణిత బోధనలో ఎంతో ఉపయోగపడుతుంది. ఈ పద్ధతినే 'విశ్లేషణ – సంశ్లేషణ పద్ధతి' అంటున్నాం.

ఏయే సందర్భాల్లో విశ్లేషణ – సంశ్లేషణ పద్ధతి ఉపయోగిస్తాం?

విషయ అవగాహనకు, సమస్యను అర్థం చేసుకొని ఎలా సాధించాలి? సాధించడానికి ఏయే అంశాలు పరిగణనలోకి తీసుకోవాలి? మొదలయిన ఆలోచనలు కలిగించడానికి విశ్లేషణ పద్ధతిని, సమస్య సాధనలో, సిద్ధాంత నిరూపణలో సంశ్లేషణ పద్ధతిని ఉపయోగించాలి.

సాధారణంగా విశ్లేషణ–సంశ్లేషణ పద్ధతిని క్రింది అంశాలను బోధించడానికి ఉపయోగిస్తాం.

ఎ) అంకగణిత పద సమస్యల సాధనలో.

బి) జ్యామితిలో సిద్ధాంత నిరూపణలు చేయడానికి.

సి) జ్యామితి సమస్యల సాధనలో.

డి) జ్యామితి నిర్మాణాలు చేయడానికి.

ఇ) బీజ గణితంలో సమస్యలు, పద సమస్యల సాధనలో.

ఎఫ్) క్షేత్రగణిత సమస్యల సాధనలో

జి) సాధారణంగా గణితంలో క్లిష్టమైన సమస్యల సాధన చేసేటప్పుడు

హెచ్) త్రికోణమితీయ సమస్యల సాధనలో.

2.4.4. అన్వేషణ పద్ధతి (Heuristic Method)

2వ ఎక్కం నేర్పడానికి ఒక ఉపాధ్యాయుడు అవలంబించిన పద్ధతిని గమనిద్దాం. పిల్లలకు చింతపిక్కలను ఇచ్చి వారికి ఒక్కొక్క కుప్పలో రెండేసి పిక్కల చొప్పున ఉండేటట్లు వరుసగా ఒకదాని కింద మరొక కుప్పను పెట్టమని చెప్పాడు.

కుప్పలు	కుప్పల సంఖ్య	మొత్తం పిక్కలు	గుణకార రూపం
00	1	2	2 ఒకసారి = 2×1 = 2
00 00	2	4	2 రెండుసార్లు =2×2 = 4
00 00 00	3	6	2 మూడుసార్లు = 2×3= 6
00 00 00 00	4	8	2 నాల్గుసార్లు = 2×4 = 8

తగిన ప్రశ్నల ద్వారా ఆవర్తన సంకలనమే గుణాకారం అని గ్రహింపచేశాడు. గుణాకార గుర్తును ఉపయోగించి రాయడం పై అవగాహన కల్పించాడు. పై విధంగా 2వ ఎకరం పట్టికను పిల్లలచేతనే తయారుచేయించాడు.

ఇక్కడ పిల్లలు కృత్యాల నుంచి, వారి పరిశీలననే అభ్యసన అనుభవాలుగా చేసుకొని, వారిలో ఉండే అంతర్గత సామర్థ్యాలను ఉపయోగించుకొని 2వ ఎక్కం పట్టికను తామే తయారు చేసుకొన్నారు. ఇక్కడ ఉపాధ్యాయుడు ప్రత్యక్ష బోధన చేయకుండా ఒక అంశంపై విద్యార్థి శోధించడానికి, అన్వేషించడానికి అవసరమైన బోధనాభ్యసన సామాగ్రితో పాటు పరిస్థితులు కల్పించడం, పరిశీలించే అంశాలపై సూచనను, ఆలోచన రేకెత్తించే ప్రశ్నలు వేయడం, ఒక్కమాటలో చెప్పాలంటే మార్గ నిర్దేశకుడిగా వ్యవహరిస్తాడు.

ఇక్కడ విద్యార్థి అన్వేషకుడుగా మారాడు. ఈ పద్ధతినే “అన్వేషణ పద్ధతి” (Heuristic Method) అని అంటారు. Heuristic అనే పదం Heurisco అనే గ్రీకు పదం నుంచి వచ్చింది Heurisco అంటే I find (నేను కనుక్కొంటాను) అని అర్థం.

అన్వేషణ పద్ధతిని మొట్టమొదటిసారిగా ఇంగ్లాండ్ దేశానికి చెందిన “హెన్రీ ఎడ్వర్డ్ ఆర్మ్‌స్ట్రాంగ్ ” అని రసాయన శాస్త్రాచార్యుడు రూపొందించాడు. “ఆర్మ్‌స్ట్రాంగ్ ప్రకారం” విద్యార్థులు శాస్త్రీయ విషయాలను ఇతరుల నుంచి తెలుసుకోవడానికి బదులు పరిశోధక దృక్పథంతో తమకుతామే పరిశోధించి తెలుసుకునే పద్ధతి “అన్వేషణ పద్ధతి” . ఒక విద్యార్థికి ఉపాధ్యాయుడు తన ఆలోచనా ఫలితాన్ని అందజేయడం కాదు, అతడే ఆలోచించే విధానాన్ని నేర్పాలి.

అన్వేషణ పద్ధతి – విధానం:

అన్వేషణ అంటే వెతికి కనుక్కోవడం అని అర్థం. ఈ పద్ధతిలో విద్యార్థి అన్వేషకుని/పరిశోధకుని/అదిష్కుని స్థానంలో ఉంటాడు. ఈ పద్ధతిలో బోధన జరుగుతున్నప్పుడు విద్యార్థికి విషయాల గురించి చెప్పబడదు. విద్యార్థి తనంతటతానే తెలుసుకునేటట్లు దారి చూపడం జరుగుతుంది.

విద్యార్థి అప్పుడే నడవడానికి ప్రయత్నిస్తున్న చిన్న పిల్లవాడు / శిశువు వంటివాడు. అ ప్రయత్నంలో మనం శిశువు/పిల్లవాడు తడబడినపుడు అతనినిన పట్టుకుంటూ, పిపోయినపుడు లేవనెత్తుతూ, తనంతట తానే నడిచేటట్టు ఎలా

చేస్తామో, అలాగే ఉపాధ్యాయుడు ప్రశ్నలు, సూచనల ద్వారా విద్యార్థికి దారిచూపుతూ, విషయాన్ని కనుక్కొవడంలో గాని, సమస్యలు సాధించడంలో గాని తోడ్పడతాడు. చేయవలసిన కృత్యాలను సూచిస్తూ, విద్యార్థి తనంతట తాను నిర్వచనాలను, సూత్రాలను రూపొందించేటట్లుగా ఉపాధ్యాయుడు సహాయపడతాడు గాని, తానే అంతా బోధించడు. ఈ పద్ధతి "ఆచరణ ద్వారా అభ్యసనం" అనే సూత్రం పై ఆధారపడి ఉంటుంది. గ్రంథస్థమైన, సిద్ధపరచిన ఉపాధ్యాయ నిర్మితమైన వాదనలు, ఆలోచనలు, బలవంతంగా విద్యార్థి పై రుద్దబడవు. విద్యార్థి స్వంతంగా హేతువాదన చేయడం నేర్చుకుంటాడు. ఇదివరకే శాస్త్రజ్ఞులచే కనిపెట్టబడిన వాటిని విద్యార్థి తిరిగి కనిపెట్టడం ద్వారా అతనిలో అన్వేషణ దృక్పథం ఏర్పడుతుంది. ఈ పద్ధతిని అనుసరించినపుడు విద్యార్థి – "నేను కనుక్కొన్నాను" అనే ఆనందానికి, తృప్తిని పొందుతాడు. కాబట్టి మరిన్ని అంశాల ఆవిష్కరణకు ప్రయత్నిస్తాడు. అన్వేషణ విధానం విద్యార్థిని స్వతంత్రుడుగాను, ఆత్మ విశ్వాసమున్నవానిగాను తయారుచేస్తుంది. స్వీయ విద్య, శిక్షణకు ఈ విధానం చాలా అనువైనది.

యంగ్ మాటల్లో దీనిని ఒక బోధనా పద్ధతి అనడం కంటే "అభ్యసనరీతి" లేదా " వైజ్ఞానిక అన్వేషణ దృక్పథం" అనడం ఉత్తమం. వెస్ట్‌వే అభిప్రాయంలో శిక్షణాను ఇవ్వడానికే అన్వేషణ పద్ధతి ఉద్దేశింపబడింది. ఇక్కడ జ్ఞానానికి ద్వితీయ ప్రాముఖ్యత మాత్రమే ఇవ్వబడింది.

ఉదాహరణ:

అన్వేషణ పద్ధతిని ఉపయోగించి గణితంలో ఒక అంశాన్ని ఏవిధంగా బోధించవచ్చో ఈ క్రింది ఉదాహరణ ద్వారా పరిశీలిద్దాం.

సమస్య / అంశం : ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనడం

మొదట విద్యార్థులకు సూచనలు ఇవ్వడం జరుగుతుంది. అందులో భాగంగా ప్రతి విద్యార్థిని 1 నుంచి 20 వరకు సంఖ్యలను రాయమనాలి. తర్వాత ఆ సంఖ్యలకు కారణాంకాలు రాయమనాలి. తరువాత వాటిని పరిశీలించమనాలి.

సంఖ్య	కారణాంకాలు	సంఖ్య	కారణాంకాలు
1	1	11	1, 11
2	1, 2	12	1, 2, 34, 6, 12
3	1, 3	13	1, 13
4	1, 2, 4	14	1, 2, 7, 14
5	1, 5	15	1, 3, 5, 15
6	1, 2, 3, 6	16	1, 2, 4, 8, 16
7	1, 7	17	1, 17
8	1, 2, 4, 8	18	1, 2, 3, 6, 9, 18
9	1, 3, 9	19	1, 19
10	1, 2, 5, 10	20	1, 2, 3, 5, 10, 20

ఇపుడు ప్రశ్నల ద్వారా విద్యార్థులను ఆలోచింపజేయాలి.

ప్రతి సంఖ్యకు కారణాంకంగా గల సంఖ్య ఏది? (1)

ప్రతి సంఖ్యకు ఇంకనూ ఏ సంఖ్య కారణాంకంగా ఉంది? (అదేసంఖ్య)

ప్రతి సంఖ్యకు (1 మినహా), కనీసం ఎన్ని కారణాంకాలు ఉన్నాయి? (2)

అవి ఏవి (1 అదేసంఖ్య), మిగతా సంఖ్యలకు 1, అదే సంఖ్యలతో పాటు ఇంకను ఇతర కారణాంశాల ఉన్నాయి. కొన్ని సంఖ్యలకు మాత్రం ఒకటి, అదే సంఖ్య మాత్రమే కారణాంకాలుగా ఉన్నాయి.

ప్రధాన సంఖ్య అంటే ఏమిటి?

ఒకటి మరియు అదే సంఖ్య మాత్రమే కారణాంకాలుగా గల సంఖ్యలను ప్రధాన సంఖ్యలు అంటాం. ఈ విషయాలను విద్యార్థులు వారి నోటు పుస్తకాలలో రాసుకొంటారు. మరికొన్ని సంఖ్యలు ఇస్తే వాటిలో ప్రధాన సంఖ్యలు కనుగొంటారు.

అన్వేషణ పద్ధతి – ముఖ్య లక్షణాలు/నియమాలు :

1. వ్యాసక్తుల ద్వారా అభ్యసనం
2. నిర్దేశిత ప్రత్యక్ష అనుభవాలు
3. తెలిసిన విషయాల నుంచి తెలియని విషయాలు కనుక్కోవడం
4. మూర్త అనుభవాల నుంచి అమూర్త అనుభవాల పరంపర
5. పరిశీలన, ప్రయోగం, శోధన కేంద్రంగా అభ్యసన
6. స్వయం ఆలోచన స్వయం అధ్యయనం
7. శాస్త్రీయ ఆలోచనకు, తార్కిక ఆలోచనకు, హేతువాదదృక్పధానికి ప్రాతిపదిక
8. అభ్యసనలో విద్యార్థి పాత్ర – చురుకైంది. ఉపాధ్యాయుని పాత్ర నిష్క్రియాత్మకం, కానీ విద్యానుభవాలు కలిగించడంలో చురుకైన పాత్ర ఉంటుంది.

అన్వేషణ పద్ధతి – ఉపాధ్యాయుని పాత్ర :

1. బోధనా విషయాన్ని ఒక పరిశోధనాంశంగా, ఒక సమస్యగా మార్చాలి.
2. సమస్యను శోధించడానికి / అన్వేషించడానికి అనువైన పరిస్థితులు కల్పించాలి. స్వేచ్ఛాయుతమైన వాతావరణాన్ని ఏర్పరచాలి.
3. సమస్యను, అధ్యయనం చేయడానికి సాధించడానికి తగిన సూచన ఇవ్వాలి, లేదా మార్గనిర్దేనం చేయాలి.
4. పిల్లలలో ఆలోచన రేకెత్తించే ప్రశ్నలు వేయాలి.
5. అవసరమయినంత వరకే ఉపాధ్యాయుడు సహాయం అందించాలి తప్ప అన్ని తానే చేయకూడదు.
6. తరగతి స్థాయిని బట్టి, పిల్లల సామర్థ్యాలకు అనుగుణంగా సమస్యను లేదా పనిని ఇవ్వాలి.

అన్వేషణ పద్ధతి – గుణాలు :

1. పిల్లలు వారివారి స్థాయిలో ఒక పరిశోధకుడిగా, శాస్త్రజ్ఞుడుగా భావించుకొంటారు. పిల్లలకు ఇది ఒక రకమైన ప్రోత్సాహం.
2. పిల్లల్లో స్వీయక్రియాశీలత, స్వీయ అభ్యసనకు దోహదం చేస్తుంది.

3. విద్యార్థి ఒక జ్ఞాన నిర్మాతగా వ్యవహరిస్తాడు.
4. విద్యార్థి కేవలం సమాచారాన్ని గ్రహించడమే ప్రధానం కాకుండా నూతన ఆలోచనలు, నూతన విషయాలు కనుక్కొంటాడు.
5. మనో విజ్ఞానశాస్త్ర రీత్యా ఈ పద్ధతి ఉత్తమమైనది. ఎందుకంటే విద్యార్థి క్రియాత్మక, సృజన, నిర్మాణాత్మక ధోరణాలు పూర్తిగా వినియోగించుకొంటాడు.
6. అన్వేషణ క్రమంలో జరిగే అభ్యసన సుసంపన్నమైనది, అది స్థిరంగా ఉంటుంది.
7. విద్యార్థులలో అన్వేషణ వైఖరి/వైజ్ఞానిక వైఖరి ఏర్పడుతుంది. శాస్త్రీయ పద్ధతిలో ఆలోచించడం అలవడుతుంది.
8. ఇది శిశు కేంద్ర పద్ధతి
9. విద్యార్థుల స్వశక్తి పై ఆధారపడతారు
10. విద్యార్థులలో నిర్మాణాత్మక కౌశలాలను, జ్ఞానేంద్రియ శిక్షణను అభివృద్ధిపరచవచ్చు.

అన్వేషణ పద్ధతి – పరిమితులు :

1. ఉపాధ్యాయుడు అన్వేషణ పద్ధతి పేపట్టడానికి జ్ఞాన పరంగా, వృత్తిపరంగా తగు నైపుణ్యాలను కలిగి ఉండాలి. లేకపోతే ఈ పద్ధతి విజయవంతం కాదు.
2. ఈ పద్ధతి చేపట్టడానికి ఉపాధ్యాయుడు ముందుగా తగు ప్రణాళికలు, సామాగ్రిన ఏర్పాటు చేసుకోవాలి. లేకపోతే ఈ పద్ధతి అంతగా రాణించదు.
3. సాధారణంగా తరగతిలో అందరి పిల్లలకు ఒకేరకంగా బోధించనట్లు అన్వేషన పద్ధతిలో ఒకే అంశం, ఒకే సమస్య ఇవ్వడానికి వీల్లేదు. విద్యార్థుల వ్యక్తిగత సామర్థ్యాలను దృష్టిలో పెట్టుకొని సమస్యలు ఇవ్వాలి. ఇందువల్ల ఉపాధ్యాయునికి పనిభారం పెరుగుతుంది.
4. ఈ పద్ధతిలో అన్నివేళలా పర్యవేక్షణ అవసరం. పిల్లలు ఎక్కువ ఉన్న తరగతుల్లో ఈ పద్ధతి సాధ్యపడడం కష్టం.
5. ఇది సుదీర్ఘమైన ఎక్కువ సమయం తీసుకుంటుంది.
6. కొన్ని శీర్షికలకు ఈ పద్ధతిలో బోధించడం వీలుకాకపోవచ్చు మరికొన్ని సందర్భాలలో ఆవిష్కరణకు వీలుకుదరకపోవచ్చు.
7. ప్రారంభ దశలో విద్యార్థికి మార్గదర్శకత్వ సూచనలు అవసరం. సవ్యమైన మార్గదర్శకత్వాన్ని ఉపాధ్యాయుడు ఇవ్వకపోతే విద్యార్థికి నిరుత్సాహం–నిస్పృహ కలుగుతాయి.
8. ప్రస్తుతం అన్వేషణ పద్ధతికి అనుగుణంగా ఉన్న పాఠ్యపుస్తకాలు అందుబాటులో లేవు.

2.4.5 ప్రకల్పనా పద్ధతి :

అభ్యసన సహజ వాతావరణంలో, ఆహ్లాదకరంగా, ఆనందదాయకంగా, పిల్లలకు భారం కాకుండా జరగాలి. ఇలాంటి బోధనాభ్యాసన ప్రక్రియ కోసం జరుగుతున్న మార్పులో భాగంగా 20వ శతాబ్దంలో విద్యారంగంలో ప్రాజెక్టు పద్ధతి లేక ప్రకల్పన పద్ధతి ఒక నూతన అధ్యాయం నెలకొల్పింది. ప్రాజెక్టు పద్ధతి యొక్క సూత్రాలు అమెరికా దేశానికి చెందిన జాన్‌డ్యూయి(John Dewey) యొక్క వ్యవహారిక సత్తావాదం (Philosophy of Prognatism) పై ఆధారపడి ఉన్నాయి. మొదటిసారిగా తరగతి గదిలో ప్రకల్పనా పద్ధతిని ప్రవేశపెట్టిన వాడు కిల్‌పాట్రిక్. ప్రకల్పనా పద్ధతికి సమగ్రమైన రూపాన్నిచ్చింది. జె.జె.స్టీవెన్‌స్టన్

ఆచరణ ద్వారా అభ్యసించడం అంటే “పని చేయడం ద్వారా నేర్చుకోవడం”(learning by doing) “ దీవించడం ద్వారా నేర్చుకోవడం” అనే అభ్యసన సూత్రం మీద ఆధారపడింది. కాబట్టి విజ్ఞానార్జన మార్గమైన (Gate way of learning) ఐదు జ్ఞానేంద్రియాల ద్వారా జ్ఞాన సముపార్జన జరగడం దీని ముఖ్యాశయం.

జ్ఞానం అనేది ఒక మొత్తం అది అభేద్యం (Indivisible) జ్ఞానం యొక్క వివిధ శాఖలను విడదీయలేము. కాని సౌలభ్యం కొరకు వాటిని విడివిడిగా సూత్రంపై ఆధారపడి ఉంది. దీనిలో ఒక పాఠ్య విషయాన్ని మూల విషయం లేదా కేంద్రంగా తీసుకోవడం జరుగుతుంది. దీనిని అధ్యయనం చేసేటప్పుడు ఇతర పాఠ్య విషయాలు కూడా కాకతాళీయంగా అధ్యయనం చేయడం జరుగుతుంది. వినియోగం వల్ల జ్ఞానాభివృద్ధి జరుగుతుందనే భావన కూడా ఈ పద్ధతి మూలాధారాలలో ఒక్కటి.

పాఠశాలలో నేర్పే విద్య వాస్తవ జీవితానికి సంబంధించి ఉండడమనేది ఈ పద్ధతి ముఖ్య ఉద్దేశాలలో ఒక్కటి.

వివిధ విద్యావేత్తలు ప్రకల్పన పద్ధతి గురించి ఏమన్నారో పరిశీలిద్దాం. “అనేక సమస్యలతో కూడిన ఒక పనిని సహజ పరిస్థితులలో జయప్రదంగా నిర్వహించడమే ప్రాజెక్టు” – ప్రొ॥ ఆర్మ్‌స్ట్రాంగ్

“వీలైనంతవరకు అనువైన సహజ పరిసరాలలో నిర్వహించిన సంపూర్ణ హృదయపూర్వక ప్రయోజనాత్మక వ్యాసకే ప్రకల్పన” – డా॥ కిల్ పాట్రిక్

“అనువైన సహజ పరిసరాలలో పూర్తిచేసేవరకు నిర్వహించే సమస్యాయుత వ్యాసక్తి ప్రకల్పన” – స్టవెన్‌సన్

“పాఠశాలలోనికి దిగుమతి చేసిన నిజ జీవిత భాగమే ప్రకల్పన” – బెల్లార్స్

పిల్లలు సహజ వాతావరణంలో తమంతట తాముగా అన్వేషించి, పరిశోధించి, అవసరమయ్యే సమాచారాన్ని సేకరించి, దాని ఆధారంగా ఒక విషయం పట్ల అవగాహన పెంచుకొని నిర్ధారణకు రావడానికి దోహద పడే కృత్యాలను ప్రకల్పనలు అంటారు.

ప్రాజెక్టు లక్షణాలు : ఈ పద్ధతి మనోవిజ్ఞాన శాస్త్రానికి సంబంధించిన అభ్యసన సూత్రాల పై ఆధారపడి జ్ఞాన నిర్మాణాన్ని చేస్తుంది.

- ఇది కృత్యాల సమాహారం, అన్వేషణ, శోధనకు దోహదపడే కృత్యాలుంటాయి.
- పని చేస్తూ నేర్చుకోవడం అనే సూత్రం ఇందులో ఉంది.
- లక్ష్యాధారంగా ఉంటుంది. ప్రణాళికా బద్ధంగా ఉంటుంది.
- విషయకేంద్రంగా ఉండి, అదనపు అంశాలతో సమన్వయ పరచి జ్ఞానాన్ని విస్తృత పరచడానికి అవకాశం ఇచ్చేవిధంగా ఉంటుంది.
- నేర్చుకున్న జ్ఞానం, నైపుణ్యాలు నిజజీవితంలో అన్వయింపచేయడానికి వీలు కలిగి ఉంటుంది.
- పిల్లల్లో ఊహాత్మక ఆలోచన, సృజనాత్మకత పెంపొందించడానికి అవకాశాలు ఉంటాయి.

ప్రాజెక్టు పద్ధతిలోని సోపానాలు :

1. **పరిస్థితిని కల్పించడం :–** ఉదాహరణకు జాతీయ పండుగలను గూర్చి చర్చించడం ఎందుకు జరుపుకొంటామో చర్చించడం ముఖ్యమైన పండుగల జాబితాను తయారు చేయడం

2. **ఎన్నిక చేసి ఉద్దేశాన్ని వివరించడం :–** పైన వివరించిన విధంగా బాలల దినోత్సవం, దాని ప్రాముఖ్యతను తెలియజేయడం, నవంబర్ నెల 14వ తేదీని ప్రతీ సం॥ బాలల దినోత్సవం జరుపుకుంటామని సూచించడం. పాఠశాలలో ఈ సం॥ బాలల దినోత్సవం జరుపుకోవాలని వారిని ప్రోత్సహించడం
3. **పథక నిర్మాణం :–** ఎన్నుకొన్న జాతీయ పండుగరోజు ఏయే కార్యక్రమాలు జరపాలి అనే జాబితా తయారు చేయడం, ఎంత సొమ్ము ఖర్చు అవుతుదో తెలుసుకోవడం బడ్జెట్టు తయారుచేయడం, దీనిని ఏవిధంగా సమకూర్చుకోవాలి? అని ఆలోచించడం, ఇతరుల నుంచి సేకరించిన సొమ్ము ఖాతారాయడం, ఎవరెవరు ఏ పనులు చేయాలో నిర్ణయించుకోవడం.
4. **ప్రాజెక్టును అమలు పరచడం, పర్యవేక్షణ చేయడం :–** అనుకొన్నట్లుగా పని జరుగుతున్నదా లేదా ఎవరికి అప్పజెప్పిన పనులు వారు చేస్తున్నారా? చేయడంలో ఏఐనా ఇబ్బందులు వస్తున్నాయా, రోజువారీ పనిని సమీక్షించుకోవాలి.
5. **ప్రాజెక్టు మూల్యాంకనం :–** అనుకొన్న విధంగా పనిపూర్తి అయ్యిందా? అనుకొన్న లక్ష్యాలు నెరవేరాయా? ఎక్కడైన ఇబ్బందులు కల్గినాయా? ఎలా అధికమించాలి? అని సమీక్షించుకోవాలి.
6. **ప్రాజెక్టు నివేదిక :** విద్యార్థులు తాము ఏ ప్రకల్పనను ఎందుకు ఎన్నుకొన్నది, దానివల్ల విద్యాపరమైన ఉపయోగం, అమలు పరచడంలో గల గుణదోషాలను సంపూర్ణంగా నివేదికలో పొందుపరచాలి.

గుణాలు:– ఈ పద్ధతి కాయకష్టం పట్ల గౌరవం పెంచుతుంది.

- విద్యార్థుల మధ్య సహకారం పెంపొందుతుంది.
- ప్రజాస్వామిక లక్షణాలు అలవాటు అవుతాయి
- సమస్యా పరిష్కారానికి ప్రాముఖ్యత ఇవ్వడం జరుగుతుంది. విషయాలను కంఠతా చేయవలసిన అవసరాన్ని తగ్గిస్తుంది.
- విద్యార్థులలో ఆలోచనను, అంతర్గత శక్తులను వెలికి తీస్తుంది.
- విషయాల మధ్య సహసంబంధాన్ని పెంపొందిస్తుంది.

పరిమితులు :– ఈ పద్ధతిని ఉపయోగించి పూర్తిగా గణితాన్ని బోధించలేం.

- నియమబద్ధంగా, అవిరళంగా బోధన జరగడానికి అవకాశం లేదు.
- సమయం, శక్తి, పొదుపు చేయలేం.
- పునఃశ్చరణకు అవకాశము లేదు.

2.4.6 సమస్యా పరిష్కార పద్ధతి (Problem solving method) :

గణితం అంటేనే సమస్యాసాధన అనేది ఒక ప్రధానమైన అంశంగా చాలా మంది భావిస్తారు. గణితంలో ఆయా సంబంధిత భావనలు, సూత్రాలు, నియమాలు మొదలైన అంశాలపట్ల జ్ఞానాన్ని పొందాక, ఆజ్ఞానాన్ని వివిధ పరిస్థితులలో అన్వయించడానికి, జ్ఞానాన్ని విస్తృతి చేసుకోవడానికి పాఠ్యపుస్తకంలో అభ్యాసంలో ఉన్న సమస్యలు సాధింపచేయడంలో ప్రత్యేక శ్రద్ధ వహిస్తాం. ఉపాధ్యాయుడు మాదిరి సమస్యలు చెప్పినప్పటికీ చాలా మంది విద్యార్థులు విభిన్నంగా ఉన్న సమస్యలను సాధన చేయడంలో ఇబ్బంది పడుతుంటారు. ప్రత్యేకంగా అంకగణితంలో పదసమస్యలు, బీజగణితంలో

పదసమస్యలు, జ్యామితిలోని సిద్ధాంతాలపై ఆధారపడిన సమస్యల సాధనలో, జ్యామితి నిర్మాణాలను చేయడంలో ఇబ్బంది పడుతుంటారు.

కనుక ముందుగా సమస్య, సమస్య పరిష్కారం వంటి అంశా గురించి తెలుసుకుందాం. ఒక విద్యార్థికి పరిపాటిగా ఉండే విధానం ద్వారా పరిష్కరించలేక ఒక సవాలుగా నిలిచే ప్రశ్నను "సమస్య" అని చెప్పవచ్చు.

"ఒక సవాలును అంగీకరించి దాని పరిష్కారం కోసం పాటుపడే ప్రక్రియ సమస్యా పరిష్కారం" – కూనే, డేవిడ్, హేండ్రన్‌సన్.

సమస్యా పరిష్కారం పద్ధతి ప్రకారం నేర్చుకోవలసిన అంశాన్ని ఒక సమస్యారూపంలోనికి తీసుకొని వచ్చేందుకు తగిన సందర్భాన్ని ఎన్నుకుంటారు. ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థులను ప్రోత్సహించి సమస్య సాధనకు మార్గదర్శకత్వం వహిస్తాడు.

సమస్యల సాధనలో సాధారణంగా విద్యార్థులు ఎదుర్కొనే సమస్యలు:

- గణనలు సరిగా చేయలేకపోవడం
- వివేచనా సామర్థ్యలోపం
- సమర్థవంతం గాని విధానాలు
- సరైన విధానాల ఎన్నికలో గల కష్టం
- సమస్యను సరిగా అర్థం చేసుకోలేకపోవడం
- సమస్యలోని సంఖ్యలు మొదలయిన వాటిని చూసి రాసుకోవడంలో నిర్లక్ష్యం
- శారీరక లోపాలు మొ॥

కావున ఉపాధ్యాయుడు పై అంశాలను దృష్టిలో ఉంచుకొని విద్యార్థికి సమస్యా సాధనలో చక్కగా తోడ్పడాలి.

సమస్యా పరిష్కారానికి భావనల అవగాహన (conceptual understanding), అంతరదృష్టి (insight), ఉపజ్ఞత (originally), ఆలోచనా స్వాతంత్ర్యం (Independence of thought), ఆత్మవిశ్వాసం (self confidence) అనేవి చాలా అవసరం. వీటిని ఉపాధ్యాయుడు క్రమేపి పెంపొందించాలి.

సమస్యా పరిష్కారం పద్ధతిలో సోపానాలు :

1. **సమస్యను గుర్తించడం :** ఇచ్చిన సమస్య ఏరకమైన సమస్యో తెలుసుకోవాలి.
2. **సమస్యను నిర్వచించడం :** ఇచ్చిన సమస్యను విశ్లేషించి, సమస్య పరిధిని తెలుసుకోవడం, దాని ద్వారా పరిష్కారానికి కచ్చితంగా ఏమి చెయ్యాలో గ్రహించడం.
3. **కావలసిన సమాచారాన్ని సేకరించడం :** అవసరమైన సమాచారాన్ని సేకరించాలి.
4. **సమాచారాన్ని వ్యవస్థీకరించడం :** సేకరించిన సమాచారం సమస్యా పరిష్కారానికి దారి తీసేటట్లుగా వ్యవస్థీకరణ పొందాలి. ఇక్కడ సమాచారం పరిష్కారానికి సరిపోతుందా? అధికమవుతుందా? ఇంకేమైనా అవసరమో? ఆలోచించాలి.
5. **తాత్కాలిక పరిష్కారాన్ని ఏర్పాట్లు చేసుకోవడం :** వ్యవస్థీకరించడం జరిగిన తరువాత సమాచారాన్ని బట్టి విద్యార్థి, సమస్యకు తాత్కాలిక సాధనలను ఏర్పాటు చేసుకోవాలి.

6. **సరియైన సాధనను పొందడం :** వివేచనా ప్రక్రియ ద్వారా తాత్కాలిక సాధనల నుండి సరియైన సాధనను విద్యార్థి కనుగొనడం.
7. **ఫలితాలను సరిచూడడం :** వచ్చిన ఫలితాలను విద్యార్థి సరిచూడడం.

సమస్యా పరిష్కార పద్ధతులు :

సమస్య పరిష్కార బోధనకు కొన్ని ముఖ్యమైన పద్ధతులు కింద సూచించడం జరిగింది. ఈ పద్ధతులు పదసమస్యల సాధనకు ఉపయోగపడతాయి.

1. **పున:ప్రవచన పద్ధతి** (Restatement) : విద్యార్థి సొంతమాటలలో ప్రతి సమస్యను తిరిగి రాసుకొంటారు. అందువల్ల సమస్య స్పష్టంగా అర్థమౌతోంది.
2. **విశ్లేషణ పద్ధతి** (Analysis method) : సమస్యను విశ్లేషిస్తారు. సారాంశమేమి? దత్తాంశమేమి? ఏయే గణిత పరిక్రియలు ఉపయోగించాలి? జవాబు ఊహించాలి? సమస్యను సాధించాలి. జవాబును సరిచూసుకోవాలి.
3. **సాదృశ్యాల పద్ధతి** (Method of Analogies) : కష్టమైన రాత సమస్యను పోలిన సులభమైన మరో గణిత సమస్యను ఇవ్వడం.
4. **ఆధారాల పద్ధతి** (Method of dependencies) : పరిశీలనలో ఉన్న సమస్యలోని అంశాలలో ఉన్న పరస్పర ఆధార సంబంధాలపై విద్యార్థి దృష్టిని కేంద్రీకరించడం.
5. **చిత్రీకరణ పద్ధతి :** విద్యార్థి ఏదో ఒక చిత్రం ద్వారా లేదా పట్టిక ద్వారా సమస్యలోని అంశాలను గుర్తించి, వాటి సంబంధాలను వ్యక్తీకరించవచ్చు. సమస్యలను స్పష్ట పరచుకొని అంశాల సంబంధాలను కనుక్కొని సాధించేటట్లు చేయడం.

గుణాలు :

1. విద్యార్థులలో ఆలోచనను, వివేచనను పెంపొందిస్తుంది.
2. స్వయం అభ్యాసనకు దోహదపడుతుంది.
3. సహనం, సహకారం, ఆత్మవిశ్వాసం, మొ॥ వాటిని పెంపొందిస్తుంది.
4. నిత్య జీవిత సమస్యలకు సమాయుక్త పరుస్తుంది.
5. గణితంలో సమస్యల సాధన ఎక్కువ కాబట్టి తగిన బోధనా పద్ధతి
6. పిల్లల్లో మానసిక క్రమశిక్షణ ఏర్పడుతుంది.
7. విద్యార్థులలో విశ్లేషణ శక్తి, ఊహాశక్తి, సృజనాత్మకతను పెంపొందిస్తుంది.

పరిమితులు :

1. సమయం ఎక్కువ తీసుకుంటుంది.
2. అన్ని శీర్షికలకు ఈ పద్ధతి అనువైనది కాదు
3. చిన్న తరగతుల వారికి అనువైంది కాదు. వారి మానసిక పరిపక్వత తక్కువగా ఉంటుంది.
4. ఈ పద్ధతిలో ఉపాధ్యాయునికి శ్రమ ఎక్కువ
5. ఈ పద్ధతికి తగినట్లుగా రాసిన పాఠ్యపుస్తకాలు అందుబాటులో లేవు.

2.4.7 ప్రయోగశాల పద్ధతి (Laboratory Method):

పిల్లలు తమకు తెలియని విషయాలను తెలుసుకోవాలని ఆరాటపడతారు. వారిలో ఏమిటి? ఎందుకు? ఎలా? ఎప్పుడు? అనే ప్రశ్నలు మొదదులో తలెత్తుతాయి. వారి జ్ఞాన తృష్ణను సంతృప్తి పరచడానికి ప్రత్యక్ష అనుభవాలు కల్పించడం అనేది ఒక ముఖ్యమైన సాధనం. గనితం అరూపమైనది. కాబట్టి దీన్ని ప్రత్యక్ష అనుభవాలలో ప్రయోగాలతో బోధించాలి.

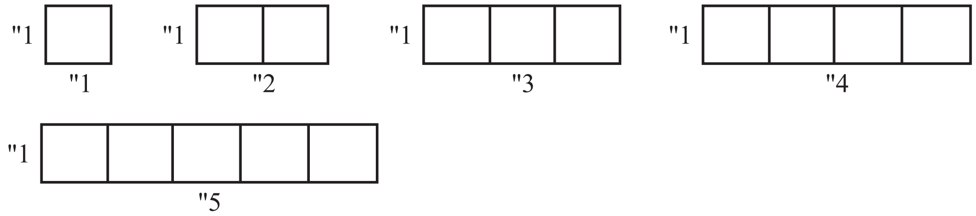
ఆగమనాత్మక ఆలోచన విధానంలో క్రమక్రమంగా గనిత జ్ఞాన విస్తరణ జరుగుతుంది. కాబట్టి గనితాన్ని ప్రయోగశాల పద్ధతిలో కూడా బోధించవచ్చు. ఈ పద్ధతిలో పిల్లలు గణితంలో వివిధ రాశుల మధ్య ఉండే సంబంధాలను అన్వేషిస్తారు. సూత్రీకరణ చేస్తారు. నియమాలను, సూత్రాలను, సిద్ధాంతాలను సరియైనవా కాదా అని నిర్ధారణ చేసుకుంటారు. దీనిని ఆగమనపద్ధతి యొక్క విస్తరణ భాగము అంటాం.

గణిత ప్రయోగశాల పద్ధతిలో ప్రాథమికస్థాయి నందు బోధించడానికి అనువుగా ఉండే అంశాలు:

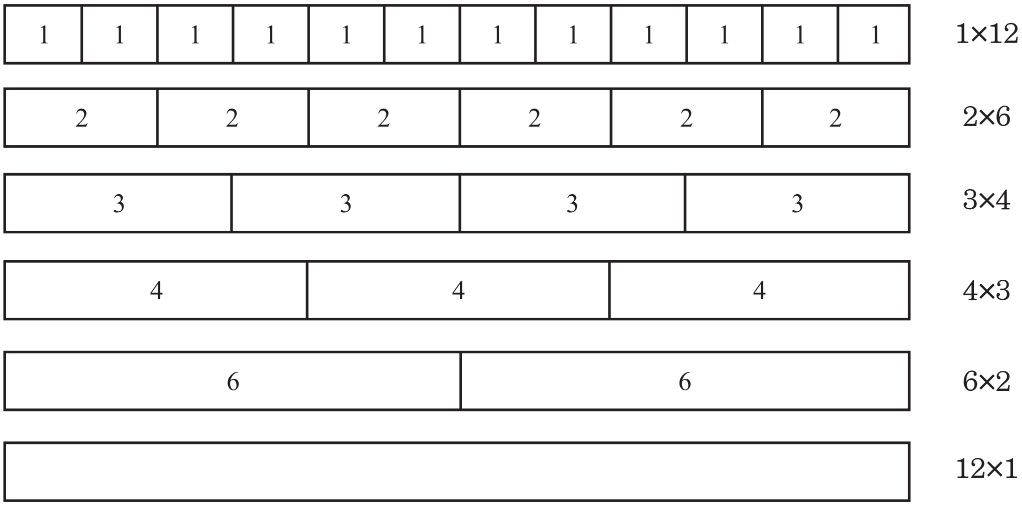
1. లెక్కించడం
2. వస్తువులను ఉపయోగించి చతుర్విధ ప్రక్రియలు చేయడం.
3. సంఖ్యారేఖలు గీయించడం.
4. సంఖ్యారేఖపై చతుర్విధ ప్రక్రియలు సూచించడం
5. వస్తువులను వర్గీకరించడం.
6. పొడవు, బరువు, ద్రవ్యం, వైశాల్యం, ఘ॥ప॥లను సమాన భాగాలుచేయడం
7. గడియారాలు,క్యాలెండర్లు తయారు చేయడం
8. పలు జ్యామితీయ ఆకారాలను పరిశీలించడం
9. ప్రామాణిక కొలమానాలను తయారు చేయటం
10. రేఖా పటాలు గీయటం
11. పరిమాణాన్ని అంచనా వేయడం.
12. ఈ కృత్యాలన్నీ చేయడానికి కావలసిన ఉపకరణాలు సామాగ్రి ఒక ప్రత్యేక గదిలో ఉంచి పిల్లలు పని చేయడానికి వీలుండే గదిని ఏర్పాటు చేస్తే దానిని గణిత ప్రయోగశాలగా భావించవచ్చు. సైన్సు ప్రయోగశాలలోనే గణితానికి సంబంధించిన సామాగ్రిని ఉంచి, ఆ గదిని వాడవచ్చు. పిల్లలు ప్రయోగశాలలో పనిచేసుకోవడానికి వీలుగా బల్లలను సమకూర్చాలి.

గణితప్రయోగశాలలో చేసే కొన్ని వ్యాసక్తులు :-

1. కారణాంకాలు కనుక్కోవడం,
   i) "1×1", "1×2", "1×3", "1×4", "1×5", "1×6" …… "1×12" కొలతలలో ట్రాన్స్‌పరెంట్ షీట్‌ను పదేసి ముక్కలను కత్తిరించాలి.
   ii) "1×12" షీట్‌ను తీసుకోండి. ఒకే సైజు ముక్కలు కావలసిన సంఖ్యలో తీసుకొని "1×2" షీట్‌ను పూర్తిగా కప్పండి. "1×12" షీట్‌ను పూర్తిగా కప్పిన ముక్కలసంఖ్య ఆ ముక్కల సైజు గుర్తించండి.



"1×12" షీట్‌ను పిల్లలు పై ముక్కలతో కింది విధంగా కప్పుతారు.



పరిశీలనలో (1×12) షీట్ పై

1 సంఖ్య కలిగినవి – 12

2 సంఖ్య కలిగినవి – 6

3 సంఖ్య కలిగినవి – 4

4 సంఖ్య కలిగినవి – 3

6 సంఖ్య కలిగినవి – 2

ఇవి మాత్రమే సరిగ్గా కప్పుతాయి. 5 ముక్కలతో సాధ్యపడదు. పై పరిశీలన ఆధారంగా 12 అనేది 1, 2, 3, 4, 6, 12 ముక్కల గుణిజం అంటే 12 కి కారణాంకాలు 1, 2, 3, 4, 6, 12 లు. ఇలా పై పరిశీలనలను ఇతర సంఖ్యలతో చేయించాలి.

ప్రయోగశాల పద్ధతి లక్షణాలు :–

- పిల్లలకు ప్రత్యక్ష అనుభవాలను, మూర్త అనుభవాలను కలిగిస్తాయి.
- పరిశీలనలో విషయాన్ని నిర్ధారణ చేస్తాయి.
- విషయాన్ని శోధిస్తారు. ప్రయోగరూపంలో విషయాన్ని కనుగొంటారు.
- విజ్ఞానశాస్త్రం లాగే ప్రయోగరూపంలో విషయాన్ని కనుగొంటారు.
- తెలుసుకోవడం, నిర్ధారణలు చేయడం లేదా అనుమతి చేయడం జరుగుతుంది. అంటే ఆగమన ఆలోచన ప్రక్రియ కొనసాగుతుంది.

- ఈ పద్ధతి వల్ల పిల్లల్లో శాస్త్రీయ దృక్పథం నిర్వహించడం వల్ల ఒక పద్ధతి ప్రకారంపరిశీలనలు చేయడం, దత్తాంశాన్ని సేకరించడం, అవసరమైన పరికల్పనలు చేయడం, దత్తాంశాన్ని విశ్లేషణ చేయడం, నిర్ధారణలు చేయడం లాంటి నైపుణ్యాలు అలవడుతాయి.
- పిల్లలు పని చేస్తూ అభ్యసన చేస్తారు.
- వనరుల అందుబాటు దృష్ట్యా అవసరాన్ని బట్టి ప్రయోగాలు జట్టలోగాని, వ్యక్తిగతంగా గాని చేయవచ్చు.
- పిల్లలలో పరిశీలన, హస్తలాఘవ నైపుణ్యాలు పెరుగుతాయి.

ప్రాథమికస్థాయి వరకు గణిత ప్రయోగశాలకు కావలసిన వస్తువులు :-

1. కట్టితో చేసిన బ్లాక్‌లు (Wooden Blocks)
2. ప్లాస్టిసైన్ (మైనం ముద్దలు)
3. అగ్గిపెట్టెలు, పుల్లలు, రాళ్ళు, గింజలు
4. క్యుసెనేయర్ పట్టీలు
5. వివిధ సేజుల పాత్రలు
6. రూలర్, స్కేలు, టేప్
7. గడియారం
8. థర్మామీటర్
9. డీయోబోర్డ్, పెగ్‌బోర్డ్
10. అబాకస్, డామినో కార్డ్లు
11. ఘనాకారపు కడ్డీలు
12. భిన్నాల చట్రం
13. వివిధ రకాల కరెన్సీ – నాణేలు
14. చార్టులు, రంగు పెన్సిల్, కత్తెర మొ॥వి.

ప్రయోగశాల పద్ధతి యొక్క గుణాలు : అభ్యసన మనోవైజ్ఞానిక సూత్రాలపై ఆధారపడి ఉంటుంది.

- మూర్త అనుభవాలు, ప్రత్యక్ష అనుభవాలు
- ఆగమన ప్రక్రియ
- ప్రత్యక్ష్యాల ఆధారంగా జరిగే ప్రక్రియ
- కృత్యం ద్వారా అభ్యసనం జరుగుతుంది
- పరిశీలన ద్వారా జరుగును.
- విభిన్న సామర్థ్యాలున్న పిల్లలకు ఈ పద్ధతి అనువుగా ఉంటుంది.
- శాస్త్రీయ దృక్పథం, ఆలోచన ప్రాతిపదికగా ఉంటాయి.
- పిల్లలు స్వతంత్ర ఆలోచనకు అలవాటుపడతారు.

లోపాలు :-

- చాలా సమయం తీసుకుంటుంది.
- అన్ని పాఠ్యాంశాలకు వర్తించదు.
- ఖర్చు ఎక్కువ
- అన్ని పాఠశాలల్లో గణిత ప్రయోగశాలలు లేవు.
- గణిత సమస్యలు అభ్యసనం చేయడం ద్వారా ఏర్పడే నైపుణ్యాలు ఈ పద్ధతిలో ఏర్పడటానికి అవకాశాలు తక్కువ
- స్థలం ఎక్కువ తీసుకుంటుంది.
- గణితంపై తరగతుల్లో క్రమంగా అమూర్తీకరించడం జరుగుతుంది. కనుక ప్రయోగశాల పద్ధతి కొన్ని పరిమితుల్లో ఉపయోగపడుతుంది.

2.4.8 క్రీడా పద్ధతి :-

ఆటపాటలంటే పిల్లలకు చాలా ఇష్టం. తమ అనుభూతులను, భావాలను ఆటపాటల ద్వారా వ్యక్తపరుస్తారు. ఆటలు ఆడడటం వల్ల ఆనందం, మానసికోల్లాసంతో పాటు శరీర పెరుగుదల,దృఢత్వం,కండకాల మధ్య సమన్వయం పెరుగుతాయి. "ఏ పిల్లలు బాల్యం ఆహ్లాదంగా కొనసాగుతుందో తదుపరి దశలో ఆ పిల్లలు చదువు సంధ్యల్లో రాణిస్తారు". అని పరిశోధనా ఫలితాలు తెలుపుతున్నాయి. అందువల్ల విద్యావేత్తలు శిశుకేంద్ర విద్యా విధానాలకు, క్రీడలకు పాఠ్య ప్రణాళికలో అధిక ప్రాధాన్యత ఇవ్వాలని సూచించడం జరిగింది. ఈ దశలోనే ఫ్రెడ్రిక్ ఫ్రోబెల్ (1782 - 1852), మేరియా మాంటిస్సోరి (1870 - 1952) అనే ఇద్దరు తమ తమ ఆశయాలకు అనుగుణంగా విద్యా విధానాలు అమలుచేసి విద్యా వ్యవస్థలో ఒక నూతన ఒరవడిని సృష్టించి విద్యా గమనాన్ని మార్చేసారు. అనడంలో అతిశయోక్తి లేదు.

కిండర్ గార్టెన్ పద్ధతి :-

జర్మన్ విద్యావేత్త ఫ్రెడ్రిక్ ఫ్రోబెల్ 1837లో స్థాపించిన "Play and Activity Institute" లో మొదటి సారిగా కిండర్‌గార్డెన్ అనే పదాన్ని ప్రవేశపెట్టారు. కిండర్‌గార్టెన్ అంటే బాలోద్యానము అని అర్థం. ఇందులో పిల్లలు ప్రకృతి ఒడిలో పరుండి పరిశీలించడం, తమ చుట్టూ ఉన్న పరిసరాలను ఆకళింపు చేసుకోవడం, రాజకీయ సాంఘీక పరిస్థితులకు అతీతంగా తమంతట తామే పెరగడం అనేది ప్రధానమైన అంశం. ఈ విధానంలో బొమ్మలతో సృజనాత్మకంగా ఆడటం, కథలు చెప్పడం, ఆరోగ్యానికి ఆటలు, నృత్యం చేయించడం, ప్రకృతి అధ్యయనంలో భాగంగా తోటలో మొక్కలను పెంచడం వంటి కృత్యాలను పిల్లలతో చేయించడం ద్వారా ఈ కింది సామర్థ్యాలు అభివృద్ధి అవుతాయి.

1. స్వయం వివర్తన (Self-unfolding)
2. స్వయం భావ ప్రకటన (Self expression)
3. స్వయం అధ్యయనం (Self study)

ఫ్రోబెల్ బోధనలో బహుమతులను ప్రవేశపెట్టారు. క్రీడల ద్వారా అభ్యసనం అనే పద్ధతిని కనుక్కొన్నారు. ఈ పద్ధతిలో కథల ద్వారా సంఖ్యామానాన్ని బోధిస్తారు. సంఖ్యలను కథల ద్వారా పరిచయం చేయడం జరుగుతుంది. ఈ పద్ధతిలో అభ్యసన కింది విధంగా జరుగుతుంది.

1. కథలు చెప్పడం
2. పాటలు పాడటం
3. ఆటలు ఆడటం
4. నిర్మాణం

1. కథలు వినడంతో పిల్లలకు అవధానశక్తి,ధారణ,ఉత్సుకత, ఊహాత్మక ఆలోచనలు కలుగుతాయి.
2. అభినయాల ద్వారా తమ హావభావాలను చక్కగా భావవ్యక్తీకరణ చేస్తారు. ఈవిధంగా చేయడం వల్ల పిల్లల్లో ఇంద్రియాల, కండరాలు, కాళ్ళు, చేతులు ఇతర అవయువాల మధ్య సమన్వయం ఏర్పడుతుంది.
3. ఆటల ద్వారా పిల్లల్లో భావవ్యక్తీకరణతో పాటూ సాంఘికీకరణ జరుగుతుంది.
4. నిర్మాణ కృత్యాలు ఇవ్వడం వల్ల చేచులతో నేర్పుగా పనిచేయం సృజనాత్మకతతో పాటు పనిపట్ల సరైన దృక్పథం ఏర్పడుతుంది.

కథ ద్వారా సంఖ్యల పరిచయం :-

అనగనగా ఒక రాజు. ఆ రాజుకు ఇద్దరు కొడుకులు ఒక రోజు అడవికి వెళ్ళారు. అడవిలో 3 జింకలు ఆడుకుంటున్నాయి. వీరిని చూడగానే ఒక జింక పారిపోయింది. మరొకటి తుర్రుమంది.నాది నాది అంటూ మరొకటి చెంగున ఎగురుతూ పోయింది. ఇద్దరూ దాని వెనకాల పరిగెత్తి దొరకక వట్టి చేతులతో ఇంటి వస్తారు.

పై కథను పిల్లలకు వినిపించి ఈ కింది ప్రశ్నలు అడుగుతారు.

1. రాజుకు కొడుకులు ఎంతమంది? - 2
2. అడవిలో జింకలు ఎన్ని కనిపింటాయి? - 3
3. మొదటి జింకలు ఎన్ని కనిపించాయి? - 2
4. రెండవది పారిపోగా ఎన్ని మిగిలాయి? - 1
5. మూడవది పారిపోగా ఎన్ని మిగిలాయి? - 0

పాట ద్వారా అభ్యసనం :-

ఒకటి రెండు - బోడి గుండు
మూడు, నాలుగు - నిమ్మ పండు
ఐదు,ఆరు - పూల చెండు
ఏడు, ఎనిమిది - రామదండు
తొమ్మిది,పది - దాని గుండు?

ఆట ద్వారా అభ్యసనం :-

పిల్లలందరినీ వృత్తాకారంలో నిలబెట్టాలి.
బేసిసంఖ్య చెబితే ఒక అడుగు ముందుకేయాలి.
సరిసంఖ్య చెబితే ఒక అడుగు వెనుక్కువేయాలి.

సరిసంఖ్య తర్వాత సరిసంఖ్య చెప్పినా కదలకూడదు.

బేసిసంఖ్య తర్వాత బేసి సంఖ్య చెప్పినా కదలకూడదు.

ఈవిధంగా పిల్లలను ఆడించాలి.

నిర్మాణపు పనులు :-

ఒక్కొక్క రకం పూలను ఐదేసి బొప్పున వివిధ రకాల పూలను సేకరించి, ఒక పూలదండను తయారు చేయమని చెప్పడం.

ప్రధాన సూత్రాలు :-

1. విద్యార్థి శారీరక, మానసిక, నైతిక శక్తులను పెంపొందించి అతని భావి జీవితాన్ని సుఖప్రదం చేసేది విద్య కాబట్టి ఫ్రోబెల్ తమ పద్ధతిలో క్రీడలు, పరికరాలు, పక్షులను పెంచడం ప్రవేశపెట్టారు.
2. విజ్ఞాన సముపార్జన ద్వారా ఇంద్రియాలకు శిక్షణ ఇవ్వడం జరుగుతుంది.
3. విద్య క్రీడల ద్వారా జరిగితే విద్యార్థి విషయాలను వృథాగా కంఠస్థము చేయక, ఉత్సాహంగానేర్చుకుంటారు.
4. మూర్త వస్తువుల ద్వారా విద్య నేర్పితే విషయాలపై అవగాహన బాగా ఉంటుందని, రంగురంగుల ఊలుబంతులు, పుల్లలు మొదలైన వస్తువులను ఉపయోగించారు.
5. గణిత జ్ఞానాన్ని కలిగించే పాటలు ప్రవేశపెట్టడం.
6. పిల్లల మనస్తత్వాన్ని తెలుసుకొని విద్య నేర్పడం.
7. పాఠశాల అనేది ఒక సాంఘిక ప్రయోగశాల
8. పని అనుభవం, స్వయం భావప్రకటనకు ప్రాధాన్యం.
9. పిల్లలు వివిధ మార్గాల ద్వారా అభ్యసన చేయడం.

మాంటిస్సోరి పద్ధతి :-

ఈ పద్ధతిని ఇటలీ దేశస్థురాలైన మేరియా మాంటిస్సోరి (1870 - 1952) అనే విద్యావేత్త కనిపెట్టింది. ఈమె మతిస్థిమితం లేని రోగులకు వైద్యం చేసింది. వారికి విద్య నేర్పడానికి కొత్త పద్ధతులు పాటించి విజయవంతమైంది. క్రమంగా ఆ పద్ధతులే మామూలు విద్యార్థులకు కూడా పనికొస్తాయని గ్రహించి 3- 6, 4- 7 సంవత్సరాల పిల్లలకు అమలు పరచింది. పరిసరానికి ప్రాముఖ్యత నిచ్చింది.

ఇది కూడా ఒక క్రీడాపద్ధతే. బాలబాలికలకు అనుకూలమైన పరిసరం కలిగించినట్లయితే వారు గొప్ప మేధావులవుతారగని ఆమె నమ్మకం, పిల్లలు నిస్తబ్ధ గ్రహీతలు()గా కాక క్రియాశీల భాగస్వాములుగా తమ పరిసరాలను పరిశీలించడం ద్వారా జ్ఞాన సముపార్జన చేస్తారు. చదవడం, రాయడం, గణితం ప్రత్యేకంగా నేర్పడం జరుగుతంది.

మాంటిస్సోరి విద్యా విధానంలో 3 భాగాలు :-

1. చలన నాడుల విద్య(మానసిక - చాలక విద్య): కండరాలకు తగిన శిక్షణ ఇవ్వడం జరుగుతుంది.
2. జ్ఞానేంద్రియ శిక్షణ: ఈ విధానంలో జ్ఞానేంద్రియ శిక్షణ ముఖ్యం. దీని కరకు ఈమె అనేక చలన పరిసరాలను లేదా బోధనాపరికరాల్ని తయారుచేసింది. వీటి ద్వారా విద్యార్థులు అనేక విషయాలు నేర్చుకుంటారు. క్రీడలు ఆడించడం వల్ల ప్రజ్ఞావంతులవుతారు.

3. గణిత జ్ఞానం:- బరువులను ఊహించడం, కొలవకనే గది పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తులను అంచనా వేయడం, కావలసిన వస్తువులను గుంపులో నుండి తీయడం మొదలైన కృత్యాలు ఇస్తారు.

ఈ విధానంలో 1 నుండి 20 వరకు సంఖ్యామానం, సంజ్ఞామానం నేర్పుతారు. మొత్తం పదికి మించని రెండంకెల కూడిక, 10కి లోపుగల అంకెల తీసివేత, 3వ ఎక్కం నేర్పడం జరుగుతుంది. సంఖ్యలను నేర్పిన తర్వాత వాటి గుర్తులకు ఉన్న సంబంధం పిల్లల మనస్సులో నాటుకోవడానకి జతపరిచే ఆటలు ఆడిస్తారు. ఈ ఆటలు కింది విధాలుగా ఉంటాయి.

1. అంకెల గుర్తులను చూచి, దానికి సమానమైన చుక్కలు గల కార్డు తీయడం:
2. కొన్ని చుక్కలు గల కార్డును చూచి దానికి సంబంధించిన సంఖ్యాకార్డు తీయడం:

మాంటిస్సోరి విధానంలో పిల్లలుండే నివిసానికి ఎక్కువ ప్రాముఖ్యతనిస్తారు.

1. నివాసము పెద్దదై ఉంటుంది.
2. పెద్ద తోట, ఆట స్థలాలు ఇంటి దగ్గరగా ఉంటాయి.
3. ఇంటిలో విద్యార్థులు కలిసి మెలిసి ఉంటారు.
4. వంటపని మినహాయించి మిగిలిన పని అంతా వారే చేసుకుంటారు. స్వయం కృషి అలవడుతుంది.
5. కాయకష్టం పట్ల గౌరవం కలుగుతంది.

మాంటిసోరి	కిండర్ గార్టెన్
1. పిల్లలకు సంపూర్ణ స్వేచ్ఛ ఉంటుంది	1. క్రమ శిక్షణ ఉంటుంది.
2. తరగతులు ఉండవు. పిల్లలు వేరు వేరుగా పనిచేస్తారు.	2. తరగతులు ఉంటాయి.
3. పిల్లలు తమ కాలమంతా గృహం అనే విద్యాలయంలో ఉంటారు.	3. అటువంటి ఏర్పాటు లేదు.
4. ఇంద్రియ శిక్షణ ఉంటుంది. ప్రతీ జ్ఞానేంద్రియానికి ఒక శిక్షణ ఉంటుంది.	4. అన్ని ఇంద్రియాలకు కలిసి ఉంటుంది.
5. శారీరక వ్యాయామ విద్య ఎన్నో అవయువాలకి ప్రత్యేక శిక్షణ ఇవ్వడం జరుగుతుంది.	5. గుంపుల ద్వారా వ్యాయామ శిక్షణ జరుగుతుంది
6. సాంఘిక శిక్షణ నిజమైన పరిస్థితులలో జరుగుతుంది. పిల్లలు స్వయంగా వడ్డించడం, గదులు శుభ్రం చేసుకోవడం, తోట పెంచడం చేస్తారు.	6. సామూహిక ఆటల ద్వారా సాంఘిక శిక్షణ ఇవ్వడం జరుగుతుంది.

2.4.9 కృత్యాధార పద్ధతి

What I hear I forget

What I see I remember

What I do I understand అనే చైనా సామెత వినే ఉంటారు. దీనిని బట్టి పిల్లలకు తమంతట తాము పనిచేసే అవకాశం కల్పిస్తే వారు త్వరగా అవగాహన చేసుకొంటారని బోధపడుతుంది.

కృత్యపద్ధతి అంటే ఏమిటి?

సామాజిక పరిసరాలలో ప్రయోజన పూర్వకంగా భోతిక, మానసిక శక్తిని ఉపయోగించి చేసే పని కృత్యం. కావున విద్యార్థులను రకరకాల కృత్యాలలో చురుకుగా పాల్గొనేటట్లు చేసి అబ్యసన అనుభావాలను కల్గించి బోధించడాన్నే "కృత్యపద్ధతి" అంటారు.

విద్యార్థి స్వాభావికంగా ఏదో చేయాలని, ఏదో తెలుసుకోవాలని, ఆరాటపడటం జరుగుతుంది. ఉదాహరణకు వినడం, మాట్లాడడం, చూడడం, పరిశీలించడం, లెక్కించడం, ప్రయోగాలు చేయడం, రాయడం, సేకరించడం, బొమ్మలు వేయడం, ఆలోచించడం మొ॥ వీటన్నింటిని కృత్యాలంటారు. ఈ కృత్యాలలో కొన్ని భౌతికపరమైనవి, కొన్ని బౌద్ధికపరమైనవి, కొన్ని ప్రత్యక్ష అనుభవాలకి చెందినవి, కొన్ని సాంకేతిక అంశాలకు చెందినవి.

భౌతికపరమైనవి : ఆటలాడటం, మాట్లాడటం, కొలవడం మొ॥

బౌద్ధికపరమైనవి : వర్గీకరించడం, ఆలోచించడం, విశ్లేషించడం మొ॥

సాంకేతికపరమైనవి : అబాకస్‌తో లెక్కించడం, స్కేలుతో కొలవడం

ప్రత్యక్ష అనుభవాలు : ప్రయోగము, క్షేత్రపర్యటన, ప్రదర్శనలు మొ॥

మౌఖిక అంశాలు : మాట్లాడడం, పాటలు పాడడం, చదవడం, చెప్పడం

మౌఖికేతర అంశాలు : బొమ్మలు వేయడం, రాయడం, నాట్యం చేయడం

ప్రాథమిక స్థాయిలో చదివే పిల్లల్లో అభ్యసన సహజరూపంలో ఉండాలి. వారిలో అవధానశక్తి, ఏకాగ్రత చాలా తక్కువ స్థాయిలో ఉంటాయి. వారు భౌతికంగా, మానసికంగా చాలా చురుకుగా ఉంటారు. తోటి పిల్లలతో పని చేయడానకి ఇష్టపడతారు. ప్రత్యేకంగా ప్రాథమిక స్థాయి నందు తాత్విక చింతన ప్రకారమైనా మనోవైజ్ఞానికంగా, సాంఘిక పరంగా, కృత్యాధారపద్ధతి ఔన్నత్యాన్ని, అవసరాన్ని తెలుపుతుంది. వాస్తవానికి కృత్యాధార పద్ధతి ఒక పద్ధతి కాదు. ఒక విధానం, ఒక వ్యూహం.

మనం విద్యార్థులకు ఇచ్చే కృత్యం లక్షణాలు ఈ విధంగా ఉండాలి.

* విద్యార్థుల స్థాయికి తగినదిగా
* ఆసక్తిని కలిగించేదిగా
* అనుకొన్న సామర్థ్యాన్ని పిల్లలలో పెంపొందించేదిగా
* ఆలోచింపజేసేదిగా
* అంతర్గత సామర్థ్యాలను వెలికి తీసేదిగా
* మళ్ళీ మళ్ళీ చేసుకొనేందుకు వీలు కలిగినదిగా
* స్వయం అభ్యసనాన్ని ప్రోత్సహించేదిగా
* సృజనాత్మకతను పెంపొందించేదిగా ఉండాలి.

గణితాన్ని కృత్యాధార పద్ధతిలో ఏ విధంగా బోధించవచ్చో కింది ఉదాహరణను గమినించండి.

ఉదా:- 2వ తరగతికి ఒకట్ల, పదుల భావన

కృత్యం : తరగతిలోని పిల్లలను కొన్ని సమూహాలుగా చేసి, ప్రతి సమూహంలో వారికి కొన్ని పుల్లలు ఇచ్చి ఒక కట్టలో 10 ఉండేటట్లు కట్టలు కట్టమనాలి. ఉపాధ్యాయుడు నల్లబల్లపై కొన్ని సంఖ్యలు రాసి ఆ సంఖ్యకు సరిపడే పది పుల్లల కట్టలను, విడిపుల్లలు తీసి ఈక్రింది పట్టికలో నమోదు చేయమనాలి.

సంఖ్య	**పదిపుల్లలు / కట్టిన కట్టల సంఖ్య**	**విడి పుల్లలు**	
42	4	2	4 పదులు 2 ఒకట్లు
48	4	8	4 పదులు 8 ఒకట్లు
68	6	8	6 పదులు 8 ఒకట్లు
92	9	2	9 పదులు 2 ఒకట్లు
99	9	9	9 పదులు 9 ఒకట్లు

అభ్యసన ఫలితాలు : రెండు అంకెల సంఖ్యల్లో ఒకట్లు, పదుల స్థానాలు గుర్తిస్తారు. పదుల స్థానం విలువను తెలుసుకుంటారు.

కృత్యపత్రం : కృత్యాన్ని ఎట్లా నిర్వహించాలో సూచించే విధంగా కృత్యపత్రాన్ని తయారుచేసుకోవాలి.

కృత్యపత్రం

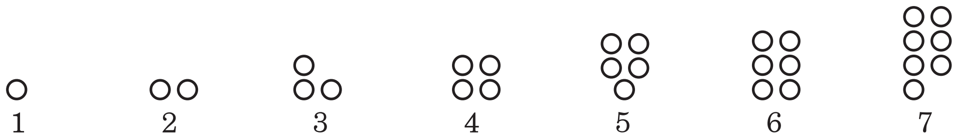
విషయం : గణితం **తరగతి:**

పాఠం : సరి, బేసి సంఖ్యలు

కావల్సిన సామాగ్రి: చింతపిక్కలు

సూచన : i) చింతపిక్కలను 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7...... సంఖ్యలలో తీసుకొండి.

ii) పటంలో చూపిన విధంగా జతలలో ఉంచండి



మూల్యాంకనం :

1. ఏ సంఖ్యలలో తీసుకున్న గింజలను జతలుగా పేర్చారు.
2. జతలుగా పేర్చిన కొన్ని సంఖ్యలను రాయండి
3. ఏఏ సంఖ్యలలో తీసుకొన్న గింజలను జతలుగా పేర్చలేకపోయారు?
4. జతలుగా పేర్చలేని కొన్ని సంఖ్యలను రాయండి.

సూచన :

* 1, 2, 3 తరగతుల పిల్లలు కృత్యపత్రాన్ని చదివి అర్థం చేసుకోలేరు. కాబట్టి వారికి మౌఖికంగా వివరించి, కృత్యాలు చేయించాలి.

* కృత్యపత్రం, కృత్యనిర్వాహణకు కావలసిన వస్తు సామాగ్రిని ఒక కవరులో ఉంచుకోవాలి. ఇటువంటి కవరును కృత్యకోశం (Activity pack) అంటారు.

అభ్యసన సూత్రాలు / కృత్యాధార పద్ధతిలో బోధించడానికి సూత్రాలు:

కృత్యాధార పద్ధతి కింది ఆరు అభ్యసన సూత్రాలపై ఆధారపడి ఉంది.

1. ఉపాధ్యాయుడు తాను రూపొందించిన అభ్యసన ప్రక్రియలు కల్పించడం.
2. క్రియలు అన్వేషణ ప్రయోగాలు ద్వారా అభ్యసనాన్ని అభివృద్ధి చేయడం
3. వ్యక్తిగత, సామూహిక పూర్తి తరగతు పనిని అభివృద్ధిరచడం.
4. వైయక్తిక భోదాలను గుర్తిచడం.
5. స్థానిక పరిసరాలు ఉపయోగించడం.
6. విద్యార్థులు పనిని ప్రదర్శించి చక్కగా నిర్వహించడం ద్వారా ఆసక్తికర తరగతి గదిని రూపొందించడం.

2.4.10 నిర్మాణాత్మక ఉపగమం (Constructivist - Approch)

అభ్యాసకులు తమంతట తామ తమకున్న పూర్వ జ్ఞానాన్ని కొత్త పరిస్థితులకు అన్వయిస్తూ తమ చుట్టూ ఉన్న సాంఘిక, సాంస్కృతిక పరిసరాలతో జరిపే చర్య, ప్రతి చర్యల ద్వారా నూతన జ్ఞానాన్ని నిర్మించుకుంటారు.

జ్ఞాననిర్మాణం అనేది ఎంతో చరిత్రను కలిగి ఉంది. జాన్‌డ్యూయి, మాంటిస్సోరి, పియాషే, వైగోస్కీ మొదలయిన విద్యా సిద్ధాంతకర్తలు ఈ వాదాన్ని బలపరిచిన వారిగా చెప్పవచ్చు. సాంఘిక ప్రతిచర్య జ్ఞాననిర్మాణంలో ముఖ్యపాత్ర వహిస్తుందని ప్రతీ వ్యక్తి జ్ఞానం తన సాంఘిక, సాంస్కృతిక పరిసరాలలో నిర్మితమవుతుందని వైగోస్కీ ప్రతిపాదించాడు.

1980-90 దశకంలో డ్రివర్, నీవాక్, పొస్నర్ మరియు వాన్‌గ్లాసర్‌ఫెల్డ్‌లు తరగతి గదిలో జ్ఞాననిర్మాణం పై చేసిన పరిశోధన ఫలితాల ప్రకారం తరగతి గదిలో జరిగే పరస్పర చర్య జ్ఞాన నిర్మాణానికి ప్రముఖంగా తోడ్పడుతుందని చెప్పడం జరిగింది.

అభ్యాసకునిలో జ్ఞాననిర్మాణం జరపడానికి ఉపాధ్యాయుడు నిర్మాణాత్మక బోధనాశాస్త్రానికి చెందిన బోధనాభ్యసన వ్యూహాలను ఎన్నుకొంటాడ, అనుసరిస్తాడు. చాలా మంది నిర్మాణాత్మకవాదులు, బోధకులు తెలిపిన వాటిన్నింటిని క్రోడీకరించగా ఏర్పడిన సాధారణ సూత్రాల ఆధారంగా లభించిన ముఖ్యమైన నిర్మాణాత్మక బోధనాశాస్త్ర కారకాలను, అంశాలను తప్పక గమనించాలి. అవి:

నిర్మాణాత్మక బోధనాశాస్త్ర కారకాలు / అంశాలు :

1. ప్రామాణికమైన, వాస్తవమైన సామాజిక, ప్రాపంచిక పరిసరంలో అభ్యసనం జరగాలి.
2. అభ్యసనం సామాజిక చర్చతో, ఒడంబడికతో, మధ్యవర్తిత్వంలో జరగాలి.
3. అభ్యాసకుల పూర్వజ్ఞాన పరిధికి లోబడి విషయాంశం, నైపుణ్యాల అవగాహన ఉండాలి.
4. అభ్యసించే విషయాంశాలు, నైపుణ్యాలు అభ్యాసకునకు చెందిన వై ఉండాలి.
5. అభ్యాసకులలో నిరంతరంగా నిర్మాణాత్మక మదింపు కొనసాగాలి. ఆ మదింపు మరిన్ని అభ్యసనానుభవాలు గడించడానికి సహాయకారి కావాలి.
6. అభ్యాసకుల అభ్యసనంలో స్వయం నియంత్రణ, స్వీయ మధ్యవర్తిత్వం, స్వీయ అవగాహనలను ప్రోత్సహించాలి.

7. ఉపాధ్యాయుడు, బోధకునిగా మాత్రమే కాకుండా సౌకర్యకర్తగా మెలగాలి.
8. అభ్యాసకులు అనేక రకాలుగా అనేక దృక్కోణాలలో తెలుసుకొనేటట్లు, గ్రహించేటట్లు, ప్రాతినిధ్యం వహించేటట్లు ప్రోత్సహించాలి. అందుకు అనేక అవకాశాలను వారికి ఏర్పరచాలి, కల్పించాలి.

గత మూడు దశాబ్దాల నుంచి అనేక మంది పరిశోధకులు నిర్మాణాత్మకవాద చట్రంలోనే తరగతి గది బోధనకు చెందిన అనేక బోధనా నమూనాలను తెలిపారు. ప్రపంచస్థాయిలో కూడ అర్థవంతమయ్యే అభ్యసనానికి చెందిన నిర్మాణాత్మకవాద బోధన అభ్యసన ఆచరణలను అమలుచేయడం ఒక సవాలుగా మారింది. అనేకమంది పరిశోధకులు నిర్దిష్ట స్వరూపంలో వ్యూహాలను క్రమరీతిలో అనుసరించడం వల్ల నిర్మాణాత్మకవాద బోధనా నమూనాలు ఏర్పడ్డాయి. ఈ నిర్మాణాత్మక బోధన నమూనాలన్నిటికి ఈ క్రింది 5 మూలాధారాలు సాధారణంగా మార్గదర్శకత్వం వహిస్తాయి.

నిర్మాణాత్మక బోధన నమూనాలకు మార్గదర్శకం వహించే మూలాధారాలు.

1. పూర్వజ్ఞానాన్ని క్రియాశీలంగా చేయడం
2. జ్ఞానార్జన
3. జ్ఞాన అవగాహన
4. జ్ఞాన వినియోగం
5. జ్ఞానం ప్రతిబించడం

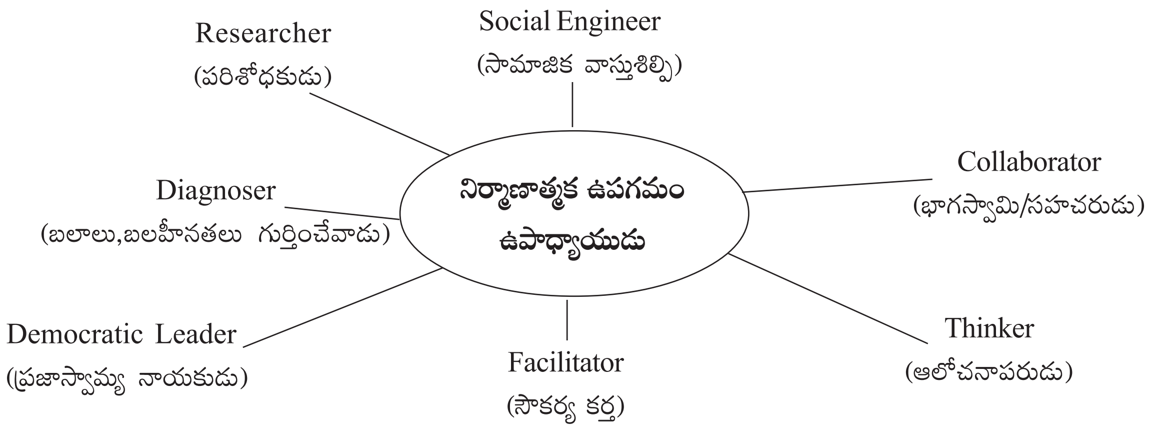
ఉపాధ్యాయుని పాత్ర:

జ్ఞాన నిర్మాణానికి ప్రాధాన్యత ఇచ్చే తరగతిలో ఉపాధ్యాయుడు సహాయకుడిగా, మార్గదర్శకుడిగా వ్యవహరిస్తాడు. తరగతి గదిలో పిల్లలను పర్యవేక్షిస్తాడు గానీ శాసించడు. విద్యార్థులకు జ్ఞాన మార్గలయిన పరిశీలించడం, శోధించడం, అన్వేషించడం, ప్రయోగాలు చేయడం, సమస్యను పరిష్కరించడం, చర్చించడం. తోటి విద్యార్థులతో పరస్పర చర్య గావించడం వంటి అవకాశాలను కలిగిస్తాడు.

నిర్మాణాత్మక బోధనలో ఉపాధ్యాయుడు సమాచారాన్ని వివిధ మార్గాల నుంచి సేకరించి, వ్యవస్థీకరించడం, విశ్లేషించడం, వివిధ రీతులలో వ్యాఖ్యానించడం. ఒక విషయాన్ని పలురకాలుగా అవగాహన చేసుకోవడం లాంటి వ్యాసక్తులు, విద్యార్థులకు ఇవ్వడం జరుగుతుంది.

ఉపాధ్యాయుడు ప్రశ్నల ద్వారా విద్యార్థులు ఒక అంశానికి సంబంధించి స్వయంగా ముగింపులు ఇచ్చే విధంగా వారికి తగిన మార్గదర్శకత్వాన్ని అందిస్తాడు.

అంటే ఉపాధ్యాయుడు సమాచారాన్ని అందించే వ్యక్తిగా ఉండకుండా, ఆ సమాచారాన్ని పిల్లలే సృష్టించుకొనేలా పరిస్థితులకు, వాతావరణాన్ని తరగతి గదుల్లో కల్పించాల్సి ఉంటుంది. కాబట్టి నిర్మాణాత్మక ఉపగమంలో ఉపాధ్యాయుడు ఏయే పాత్రలు పోషించాల్సి ఉంటుందో చూద్దాం!



నిర్మాణాత్మక బోధనా నమూనా:

పాఠశాలల్లో జరిగే బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలన్నీ నిర్మాణాత్మక ఉపగమాన్ని అనుసరించాలని NCF – 2015లో స్పష్టంగా నివేదించడం జరిగింది. అయితే నిర్మాణాత్మక బోధనా నమూనాలు అనేకం ఉన్నాయి. వాటిలో 5E నమూనా వివరణను పరిశీలిద్దాం!

5 "E" Instructional Model : నిర్మాణాత్మక తరగతి గది బోధనలో అనుసరించే అనేక పాఠ్య పథక ప్రణాళికలో 5E పాఠ్యపథక మాదిరి ప్రణాళిక ముఖ్యమైనది. దీనిలో ఐదు అంశాలుంటాయి. ప్రతి అంశం "E" తో ప్రారంభమవుతుంది.

1. Engage 2. Explore 3. Explain 4. Elaborate 5. Evaluate

Engage : ఏ కొత్త అంశమైనా లేదా ఏ అంశం కొనసాగింపుకైనా ఉపాధ్యాయుడు దానిని పరిచయం చేసేలా లేదా ఆ అంశం వైపు నిమగ్నమయ్యేలా చెయ్యాలి. ఈ ప్రక్రియలో ఉపాధ్యాయుడు అంతకముందే నేర్చుకొన్నిదానికి, ప్రస్తుతం నేర్చుకోవలసిన దానికి అనుసంధానించటం ద్వారా అభ్యాసకులు మానసికంగా ఆ భావనను లేదా ప్రక్రియ నైపుణ్యం పొందటంలో నిమగ్నమవుతారు. అనగా పూర్వజ్ఞానాన్ని పరీక్షించే అంశానికి ఇక్కడ ప్రాధాన్యత ఇవ్వాలి.

Explore : ఈ సందర్భంలో అభ్యాసకులు తాము నేర్చుకోవలసని అంశానికి సంబంధించి తగిన వాతావరణ కల్పన, సమాచార సేకరణ, వ్యవస్థీకరణ చేసే అవకాశాలు అన్వేషిస్తారు.

Explain : ఈ సందర్భంలో ఉపాధ్యాయుడు అభ్యాసకుల భావనల అవగాహన, ఆలోచనల ఆధారంగా నేర్చుకున్న అంశాలను అవగాహన చేసుకొని భావనల వివరించుటకు ప్రయత్నిస్తారు. అభ్యాసకులు కూడా అవగాహన చేసుకొన్న అంశాన్ని చక్కని వివరణలతో ముందుకు సాగుతారు.

Elaborate : కొన్ని అంశాలు అభ్యాసకులు అవగాహన చేసుకొన్న తర్వాత, అభ్యసన పరిధిని విస్తృత పరుచుకోవడానికి, తగిన సామర్థ్యాల అభివృద్ధి పరుచుకొనడానికి అవకాశం కల్పించాలి. తరగతి గదిలో అభ్యాసకుని భావనల అవగాహన విస్తృత పెరిగేలా, లోతైన అవగామన కల్పించేలా ఉపాధ్యాయుని బోధనకొనసాగాలి. అవగాహన అయిన అంశాలను అన్వయింప జేయాలి.

Evaluate : అభ్యాసకులు తమంత తాము స్వీయ అవగాహన మదింపు చేసుకొందురు మరియు ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థుల అవగామనను మూల్యాంకనం చేస్తారు.

నిర్మాణాత్మక ఉపగమం – ప్రయోజనాలు :

1. ఇది విద్యార్థులలో ఆలోచన, వివేచన, ముగింపులకు స్థానం కల్పిస్తుంది.
2. ఇందులో విద్యార్థికి భావనిర్మాణానికి, విషయ అవగాహనకు ఎక్కువ ప్రయత్నం చేయడానికి అవకాశం ఉంది.
3. ఈ పద్ధతిలో మొత్తం నుంచి భాగాలు చేయడం ద్వారా అభ్యసనం అనే మనోవైజ్ఞానికి సూత్రాల ద్వారా జ్ఞాననిర్మాణం జరుగుతుంది. తద్వారా జ్ఞానస్థిరీకరణ జరుగుతుంది.
4. విద్యార్థి కొత్త విషయాలను ఆసక్తిగా, ఉత్సాహంగా నేర్చుకొంటాడు.
5. విద్యార్థి జ్ఞానం కోసం నిశ్చయించబడిన వాడిగా, జ్ఞానాన్ని నిశ్చయించువాడిగా ఉంటారు. కాబట్టి విషయం పట్ల సందేహాలు రావు.
6. విద్యార్థిలో సమస్యా సాధన వల్ల భావనిర్మాణం జరుగుతుంది. కాబట్టి నిజజీవిత సమస్యలను కూడా సులభంగా పరిష్కరించుకోగలడు.
7. విషయ ఆవిష్కరణకు ఈ పద్ధతిలో ప్రత్యేకస్థానం ఉంది.
8. దీని ద్వారా విద్యార్థిలో గణిత నైపుణ్యాలను పెంపొందించవచ్చు.
9. సహాధ్యాయుల అభ్యసనం సహకారం అభ్యసనం, సామూహిక అభ్యసనాలను ప్రోత్సహిస్తుంది.
10. ఈ పద్ధతి విద్యార్థి గణిత అభ్యసనలో అనుకూల ప్రభావాన్ని చూపిస్తుంది.

నిర్మాణాత్మక – ఉపగమం పరిమితులు :

1. భావన నిర్మాణానికి తగిన కృత్యాలు, మార్గదర్శక సూత్రాలు అవసరం వాటిని ఉపాధ్యాయుడు సవ్యంగా ఇవ్వకపోతే విద్యార్థిలో నిరుత్సాహం, నిస్పృమ, విషయం పట్ల అసత్య భావనలు కలుగుతాయి.
2. సమయం ఎక్కువ పడుతుంది.
3. ఈ పద్ధతి విద్యార్థుల సంఖ్య స్వల్పంగా ఉండే తరగతులకు మాత్రమే తగింది. ఎందుకంటే ఎక్కువ సంఖ్యగల తరగతులో ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థులపై వ్యక్తిగత శ్రద్ధ చూపించలేడు.
4. ప్రతి విద్యార్థిని ఒక భావనిర్మాణకుడిగా ఊహించలేం. పరిపక్వం చెందని విద్యార్థి ఎక్కువ ఇబ్బందులను ఎదుర్కోవలసి వస్తుంది.

విద్యార్థులు ప్రతి గణిత భావననీ తామే స్వయంగా స్వీయ అనుభవాలు, అవగాహన ద్వారా నిర్మించుకోవాలి. గణిత బోధన ఉపన్యసించటం, వివరించటం ద్వారా జ్ఞానాన్ని బదిలీ చేయడానికి ప్రాముఖ్యత నివ్వకుండా, విద్యార్థులకు తాము స్వయంగా జ్ఞాననిర్మాణం చేసుకొనే మానసిక సామర్థ్యాలను పెంపొందించే అవకాశాలను కలిగించాలి.

2.4.11 సహయోగ అభ్యసన ఉపగమం (Collaborativ learning) **:**

సహయోగ అభ్యసనం అనే భావన వైగొస్కీ ప్రతిపాదించిన సాంఘిక అభ్యసన సిద్ధాంతంలోని of froximal development (సామీప్య వికాస మండలం) అనే భావనతో సంబంధం కలది. సహాధ్యాయుల (peer) పెద్దల (Adults) సహాయం పొందినట్లయితే విద్యార్థి ఏమి చేయగలడో అన్న అంశాన్ని ఇది పరిగణలోనికి తీసుకుంటుంది.

సహయోగ అభ్యసన నిర్వచనం, సూత్రాలు :

సహయోగ అభ్యసనం అనే పదం అందరి విద్యార్థుల సాధారణ గమ్యం కోసం వివిధ నిర్వహణ (నిష్పాదన స్థాయిల్లో విద్యార్థులు కలసి చిన్న సమూహాలతో పనిచేసే ఒక బోధనా విధానాన్ని సూచిస్తుంది. ఇందులో విద్యార్థులు వారి అభ్యసనతో పాటు సమూహంలోని ఇతర విద్యార్థుల అభ్యసనకు కూడా బాధ్యత వహిస్తారు. ఈవిధంగా అభ్యసనలో ఒక విద్యార్థి విజయం అనేది ఇతర విద్యార్థుల విజయానికి కూడా దోహదపడుతుంది.

సహయోగ అభ్యసనం, జ్ఞానం ఒక సామాజిక నిర్మితి అనే అంశం పై ఆధారపడి ఉంది. సహయోగ కృత్యాలు సాధారణంగా ఈ క్రింది సూత్రాలపై ఆధారపడి ఉంటాయి.

* బోధనలో విద్యార్థి / అభ్యాసి ప్రథమ ప్రాధాన్యత గల కేంద్రం
* పరస్పర చర్య, ఆచరణ / చేయడం అనేవి ప్రథమ ప్రాధాన్యత గల అంశాలు
* సమూహంలో పనిచేయడమనేది ముఖ్యమైన అభ్యసన విధానం
* అభ్యసనలో వాస్తవ ప్రాపంచిక సమస్యల పరిష్కారాలను అభివృద్ధి పరచడంలో నిర్మాణాత్మక ఉపగమాలను పొందుపరచాలి.

సాంప్రదాయ బోధనాభ్యసన పద్ధతిలో ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థులకు సమాచారాన్ని అందజేయడం, విద్యార్థులు నిష్క్రియాత్మకంగా ఉపాధ్యాయుడు చెప్పిన అంశాలను వినడం, యాంత్రికంగా రాసుకోవడం, ఆ సమాచారాన్ని పరీక్షలో ఉన్నదున్నట్లుగా రాయడం జరుగుతుంది. కాని సహయోగ ఉపగమంతో అభ్యాసకులు వారి అభ్యసనానికి వారే బాధ్యులవుతారు. ఈ ఉపగమం స్వీయ అభ్యసనాన్ని ప్రోత్సహిస్తుంది. అభ్యాసకుల మధ్య సమిష్టి సమన్వయ సహకారంతో క్రియాశీలంగా అభ్యసనం కొనసాగడానికి ఉపాధ్యాయుడు సౌకర్యకర్తగా ఉంటాడు. ఉపాధ్యాయుడు అభ్యాసకుల విభిన్న అభ్యసన రీతులను, విభిన్న అవసరాలను గుర్తించి కేటాయించిన సమయంలో అభ్యాసకులు ఆశించిన గమ్యాన్ని చేరడానికి సమిష్టి సహకార సమన్వయంతో విద్యా సంబంధిత, సామాజిక నైపుణ్యాలను అభివృద్ధి పరుస్తాడు.

సహయోగ ఉపగమంలోని సోపానాలు :

ఈ ఉపగమంలోని ముఖ్య సోపానాలు

ఈ ఉపగమం ద్వారా అర్థవంతమైన అభ్యసనం జరపడానికి ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థులను జట్లుగా విభజించడానికి గమనించవలసిన, చేయవలసిన కార్యాచరణ.

* ఒక్కొక్క జట్టులోని విద్యార్థులు విజాతీయంగా ఉంటారు. అంటే వారి అభ్యసన వేగాలు, అభ్యసనరీతులు విభిన్నంగా ఉంటాయి. కాబట్టి అభ్యాసకుల ఇష్టానికి ప్రాధాన్యత నిచ్చి సరళత్వరీతిలో జట్లను ఏర్పరచాలి.
* భావనల అభ్యసనానికి జట్టులోని సభ్యులను మార్చాలి.
* జట్టు నియమాలు ఏర్పరచుకోవాలి, వాటిని పాటింపచేయాలి. ఒకవేళ నియమాలు ఉల్లంఘిస్తే సభ్యులందరూ ఏకాభిప్రాయానికి వచ్చేటట్లు ఉపాధ్యాయుడు చేయాలి.
* ఉపాధ్యాయుడు ప్రతి జట్టుకు నాయకుణ్ణి ఏర్పరచి, జట్టు పని సక్రమంగా నిర్వహించేటట్లు, సభ్యులకు సౌకర్యకర్తగా ఉండేటట్లు చేయాలి. నాయకుడు సభ్యులపై ఆధిపత్యం చెలాయించకుండా చూడాలి.
* ప్రతి జట్టులోని సభ్యుల పేర్లు, నాయకుల పేర్లు ఒక విద్యార్థితో నమోదు చేయించాలి.

* జట్టుపని మదింపులో జట్టులోని సభ్యులందరికి సామన్యంగా ఒకే గ్రేడు ఇవ్వాలి. ఈ మదింపు అభ్యాసకుల అభ్యసన వేగం పెరగడానికి తోడ్పడుతుంది. ఇతర జట్ల వారు అనుసరించడానికి వీలవుతుంది.
* పాఠశాల తరగతులు ప్రారంభమైన 2-3 నెలల తర్వాత ఉపగమాన్ని అనుసరిస్తే బాగుంటుంది. ఈమధ్య సమయంలో విద్యార్థుల విద్యాసంబంధిత, సామాజిక సంబంధిత, వ్యక్తిగత సంబంధిత అంశాలను గుర్తించి, జట్లుగా ఏర్పరచడం సులభంగా, సరిగా ఉంటుంది.
* జట్లులోని సభ్యులందరూ బాధ్యతాయుతంగా పనిచేయాలని వారందరితో మాట తీసుకోవాలి.
* సభ్యులందరూ ఒకరితోఒకరు పరస్పరం భావాలు పంచుకొనేటట్లు అందరూ వారి వారి భావాలు వెలిబుచ్చేటట్లు సమాన అవకాశాలను కల్పించాలి.
* జట్టుపని గమ్యాన్ని చేరడానికి సభ్యులందరూ స్వేచ్ఛగా, సమన్వయంతో, సమిష్టి సహకారంతో ఆనందంగా కలిసిమెలిసి ఉండాలి.

సౌకర్యకర్తగా ఉండే ఉపాధ్యాయుని చుట్టూ చిన్నచిన్న సమూహాలు ఉండేటట్లు చిన్నచిన్న జట్లను అమరిస్తే సహయోగ అభ్యసనం సులభతరమవుతుంది.

సహయోగ అభ్యసన అన్వయించే విధానాలు :

ఈ సహయోగ అభ్యసనాన్ని అన్వయించేందుకు ఉపయోగపడే అంశాలు చాలా ఉన్నాయి. కొన్ని

1. మేథోమథనం
2. కార్యరూప జట్టు
3. శోధించే జట్టు
4. ట్యుటోరియల్ జట్టు

సహయోగ అభ్యసన ఉపగమ లక్షణాలు / ప్రయోజనాలు :

1. నేర్చుకొనే అంశాన్ని పలురీతులతో అర్థం చేసుకొనే అవకాశం అభ్యాసకులకు కల్పించబడుతుంది.
2. అభ్యాసకుందరు విభిన్న ఆలోచనలను, భావాలను పంచుకొనేట్లు చేస్తుంది.
3. బాహ్య ప్రపంచంలోని వాస్తవికతకు తగినట్లు అభ్యాసకులు తమ అంతర్గత భావాలను మార్చుకొనేటట్లు అభ్యసనం జరుగుతుంది.
4. ఈ ఉపగమం అభ్యసన ఉత్సుకతను పెంచుతుంది. అవగాహనను లోతుగా ఏర్పరుస్తుంది.
5. ఇందులోని జట్టు అభ్యసనం ద్వారా ఏర్పడిన అభ్యసనం పై స్వయంగా అభివృద్ధి పరుచుకొన్న అంశాలపై వస్తువులపై అనుకూల వైఖరి, మమకారం ఏర్పడుతుంది.
6. ఈ ఉపగమం ద్వారా జరిగే అభ్యసనంలో అభ్యాసకుల మధ్య వచ్చే ఆలోచనలు, భావనలు, వృత్యాసాలు, వ్యతిరేకతలు తొలగిపోతాయి. క్రమంగా సమసిపోతాయి.
7. ఈ ఉపగమంలో వచ్చే అభ్యసన ఫలితం వాస్తవ జీవితానికి అన్వయించుకొనేటట్లు ఆ సమస్యకు అనేకరకాల సాధనలను చూపిస్తుంది.
8. జట్టులో కలిసిమెలసి పనిచేయడం వల్ల కుల, మత, జాతి విచక్షణా భేదం లేకుండా వారందరి మధ్య స్నేహభావం ఏర్పరుస్తుంది.

9. ఈ ఉపగమంలోని సమిష్టి సమన్వయ సహకారంతో జట్టులో కలిసిపోయి సమర్థతలను, నైపుణ్యాలను ఎలా నేర్చుకోవాలో తెలుస్తుంది.
10. అభ్యాసకులలో ఓపిక, దృఢసంకల్పం, సమస్యను మధ్యలో వదలకుండా పూర్తిచేయడం, తన సమర్థతపై నమ్మకం ఏర్పరుస్తుంది.

ప్రతి ఉపగమానికి మంచి లక్షణాలతో పాటు పరిమితులు ఉండటం సహజం. కాబట్టి ఈ సహయోగ అభ్యసన ఉపగమంలో గల పరిమితులను ఆలోచిద్దాం.

* జట్టుపని సమర్థవంతంగా నిర్వహించకపోతే అభ్యాసకులలో తప్పు భావనలు, అసందర్భ భావనలు ఏర్పడే అవకాశం ఉంటుంది.
* బిడియపడే కొందరు జట్టులో ముభావంగా, నిష్క్రియాత్మకంగా పాల్గొంటారు.
* ఉపాధ్యాయుడు అనుభవజ్ఞుడు కాకపోతే లేదా తన సమర్థతను ఉపయోగించకపోతే జట్లు చేసిన పనిని మదింపు చేయడం కష్టం. సరిగా మదింపు చేయకుంటే అభ్యాసకులలో నిరాశ ఏర్పడి అభ్యసనం కుంటుపడుతుంది.
* విద్యార్థులందరి అవసరాలు, అభిరుచులు, సమర్థతలు పరిగణనలోకి తీసుకోవడం చాలా కష్టం. వీటిని క్షుణ్ణంగా పరిశీలించకుండా ప్రణాళిక తయారుచేస్తే అర్థవంతమైన అభ్యసనం జరగదు.
* జట్లలో భావనల గురించి చర్చిస్తున్నప్పుడు తరగతి గది నిర్వహణ సరిగా లేకపోతే అభ్యసనంపై నిరాసక్తత ఏర్పడే అవకాశ ఉంటుంది.
* జట్లుగా ఎన్నుకొనే, సాంకేతిక నైపుణ్యం తెలియకపోతే విద్యార్థుల సమర్థతను బట్టి జట్లుగా ఏర్పరచడం కష్టమవుతుంది.

2.4.12 సహకార అభ్యసనం (Co-operative learning) :

గణితం అరూపలక్షణం, సాంకేతిక రూపం కలిగిన శాస్త్రం. దీని అధ్యయనం మేధోకృత్యాల వల్ల ఒక క్రమపద్ధతిలో జరుగుతుంది. అభ్యసనం సాఫల్యం కావాలంటే విద్యార్థి ఏకాగ్రతంలో నిరంతర సాధన చేయడం, నియోజనాలను సకాలంలో పూర్తి చేయడం ఎంతైనా అవసరం. క్రమపద్ధతిలో భావనలను అభ్యసించడం వంటి అలవాట్లు విద్యార్థులలో ఉండాలి. ఇది కేవలం ఉపాధ్యాయుడు బోధించడం, విద్యార్థి అభ్యసించడం మాత్రమే కాకుండా తరగతి గదిలోని విద్యార్థులందరినీ జట్టుగా చేసి ఆ జట్లకు అభ్యసన పనులు ఇచ్చి ఆ సమూహాల మధ్య ప్రతి సమూహంలోని విద్యార్థుల మధ్య పరస్పర చర్య జరిగినప్పుడే అభ్యసనం ఫలవంతమవుతుంది. దీనినే సహకార అభ్యసనం అని చెప్పవచ్చు.

తరగతి గదిలో సామర్థ్యాలకనుగుణంగా విద్యార్థులను మూడు విధాలుగా పరిగణిస్తారు. 1. ప్రతిభావంతులు 2. సగటు స్థాయి విద్యార్థులు 3. అభ్యసనలో వెనుకబడినవారు. తరగతిలో జట్లుగా చేసినప్పుడు ఈ మూడు విభాగాల విధ్యార్థులను కలిపి జట్టు సభ్యులుగా చేయడం పద్ధతి. రెండవ పద్ధతి సామర్థ్యాల వారీగా జట్టుచేయడం సాధారణంగా మొదటి పద్ధతి ప్రకారం జట్లు చేసి అభ్యసన కార్యక్రమాలు ఇవ్వవచ్చు. ఇలా చేయడం వల్ల చదువులో వెనుకబడిన విద్యార్థులు తోటి విద్యార్థులతో అంటే ప్రతిభావంతులతో లేదా సగటు స్థాయి విద్యార్థులతో పరస్పర చర్య అనేది అభ్యసనలో ఒక శక్తివంతమైన ఉపాయం. సమవయస్కుల సమూహంలో పిల్లలు తమ ఆలోచనలు, ఇబ్బందులు ఒకరితో ఒకరు చెప్పుకోవడానికి స్వతంత్రత కలిగి ఉంటారు. అదేవిధంగా వారి భాషలో, వారి మాటల్లో చెప్పడం, అవగాహన చేయడంలో

తోటి పిల్లలు సహాయపడతారు. ఇలా విషయం పట్ల వారికి అవగాహన పెరుగుతుంది. ఈ సమూహంలో ప్రతిభ కలిగిన వారు, సగటు స్థాయి పిల్లలు ఉండటం వల్ల అభ్యసనలో వెనకబడిన విద్యార్థులు, వీరిద్దరి వల్ల ప్రయోజనం పొందుతారు.

అలాగే సగటుస్థాయి విద్యార్థి కూడా తాను నేర్చుకొన్న అంశాన్ని తిరిగి బోధించడం ద్వారా జ్ఞానాన్ని సుస్థిరపరచుకొంటాడు. అలాగే సహనం, ఓపిక మొదలైన అలవాట్లు అలవడతాయి. విద్యార్థులను జట్లుగా చేసేటప్పుడు మరొక ముఖ్యమైన విషయం గుర్తించుకోవాలి. అభ్యసనలో వెనకబడిన విద్యార్థి అన్ని అంశాల్లో వెనకబడి ఉండకపోవచ్చు. కొన్ని కొన్ని అంశాల్లో వారికి తగిన జ్ఞానం, నైపుణ్యాలు ఉండవచ్చు. ఉదాహరణకు ఒక విద్యార్థి అంకగణితాన్ని బాగా చేయగలుగుతాడు, కాని జ్యామితిలో అతనిస్థాయి అందుకొన్న రీతిలో లేకపోవచ్చు. అందువల్ల ప్రతి విద్యార్థి స్థాయిని అంచనా వేయాలి. అందుకు తగ్గ పనిని ఇవ్వాలి.

ఒకే స్థాయి, సామర్థ్యం గల పిల్లలను కొన్ని కొన్ని సందర్భాలలో వేరు వేరు సమూహాలుగా చేయవలసిన అవసరం ఉంటుంది. ఉదాహరణకు గణితంలో ప్రతిభ గల విద్యార్థుల జ్ఞాపక శక్తికి సవాలుగా కష్టమైన, క్లిష్టమైన సమస్యలు ఇవ్వవలసిన అవసరం ఉంటుంది. అలాగే అభ్యసనలో వెనుకబడిన విద్యార్థులకు లోపనివారణ బోధన చేయడానికి లేదా ప్రాథమిక అంశాలు స్థిరపరచడానికి, ఆవర్తనపని ఇవ్వడం జరుగుతుంది. ఇలాంటి సందర్భాల్లో సామర్థ్యాల వారీగా జట్లు చేయడం జరుగుతుంది.

(A) సహకార అభ్యసనంలో విద్యార్థులను జట్లుగా విభజించేటప్పుడు పాటించవలసిన జాగ్రత్తలు :

1. సాధ్యమయినంత వరకు జట్లను చిన్నవిగా చేయాలి, ప్రతి జట్టులో 5-6 గురు విద్యార్థులుంటే మంచిది.
2. ప్రత్యేక సందర్భాల్లో తప్పించి, మిగతా సందర్భాల్లో ప్రతిభావంతులు, సగటు, అభ్యసనలో వెనకబడిన విద్యార్థులు ప్రతి జట్టులో ఉండేటట్లు చూడాలి.
3. ఎప్పుడూ పిల్లలను ఒకే జట్టులో ఉంచకూడదు, మారుస్తూ ఉండాలి.
4. జట్టు నాయకులను కూడా మారుస్తూ, అందరికి ఏదో ఒక సందర్భంలో జట్టు నాయకులయ్యే అవకాశం కల్పించాలి. ఇలా చేయడం వల్ల పిల్లల్లో ఆత్మవిశ్వాసం పెరుగుతుంది. న్యూనతాభావం, ఆధిక్యతా భావం తొలగుతాయి.
5. కృత్యం లక్ష్యం, స్వభావాన్ని బట్టి సమవయస్కుల సమూహాలుగా ఇవ్వవచ్చు. లేదా వేరు వేరు తరగతి విద్యార్థులు కలిగిన సమూహాలుగా ఇవ్వవచ్చో నిర్ణయించాలి.
6. కృత్యం లేదా నిర్దేశించిన పనికి కావలసిన సామాగ్రిన సమకూర్చాలి.
7. జట్టు కృత్యాలలో విద్యార్థులు ఏమి చేయాలో? ఎలా చేయాలో? తగిన సూచనలు, సూచనల కార్డు ఇవ్వాలి.
8. జట్టు నాయకునికి కూడా అవసరమైన సూచనలు ఇవ్వాలి.
9. జట్టు పనిలో ప్రతి విద్యార్థి, విద్యార్థి నాయకునితో సహా కృత్యంలో పాల్గొనేటట్లు చూడాలి.
10. జట్లను వేర్వేరు దిక్కుల్లో కూర్చోపెట్టాలి. ఇలా చేయడం వల్ల ఏకాగ్రతతో అప్పగించిన పనిని పూర్తి చేస్తారు.

(B) ఉపయోగాలు :

1. తరగతిలోని అన్ని స్థాయి విద్యార్థులకు ఉపయోగపడుతుంది.
2. విద్యార్థి అంతర వైయుక్తిక నైపుణ్యాలను పెంచుకోగలడు

3. దీని ద్వారా బోధనాంశం స్థిరీకరణం జరిగినదీ, లేనిదీ తెలుసుకోవచ్చు.
4. విద్యార్థులలో ఆరోగ్యకరమైన పోటీతత్వాన్ని అలవరచవచ్చు.
5. ఇది విద్యార్థులలో ఆలోచన, వివేచన, ప్రజ్ఞాకుతూహలాన్ని ప్రేరేపిస్తూ స్వీయ అభ్యసనానికి అలవాటుచేస్తుంది.
6. ఇందులో తార్కిక ఆలోచనలకు హేతుబద్ధ సమాధానలకు స్థానం ఉంది.
7. విద్యార్థులలో సామూహిక స్పృహను పెంపొందించవచ్చు
8. ఇది స్వీయ మూల్యాంకనానికి దారితీస్తుంది.
9. దీని ద్వారా విద్యార్థులలో విషయం పట్ల సంపూర్ణ అవగాహన, ఆవిష్కరణలను పెంపొందించవచ్చు.
10. సాధారణంగా తరగతిలో నిశ్శబ్దంగా ఉండే పిల్లలు సైతం చురుకుగా పాల్గొంటారు.

(C) పరిమితులు :

1. అభ్యసన లోపం గల విద్యార్థులకు సరిఅయిన సూచనలు ఇవ్వకపోతే వారు అననుకూల వైఖరిని పెంపొందించుకొంటారు.
2. తరగతి గదిలో విద్యార్థుల సంఖ్య తక్కువగా ఉండాలి.
3. అన్ని పాఠ్యాంశాలను ఈ పద్ధతి ద్వారా బోధించలేం.

సహకార అభ్యసనం ప్రకల్పన పద్ధతిలో ఒక భాగం. దీని ద్వారా విద్యార్థి బోధనాభ్యాసన ప్రక్రియలో చురుకుగా పాల్గొని విషయ అవగాహనను సామాజిక స్పృహను పెంపొందించుకొంటారు. దీనిలో ఉపాధ్యాయుడు నాయకుడిగా, మార్గదర్శకుడిగా, అవకాశం కల్పించేవాడుగా ఉండాలి. ఇది కేవలం జ్ఞానాత్మక రంగానికే కాకుండా భావావేశ, మానసిక చలనాత్మక రంగాలకు ప్రాధాన్యత ఇస్తుంది.

2.5 బోధనాభ్యసన దోషాలు – అధిగమించడం :

బోధనాభ్యసన కార్యక్రమంలో అప్పుడప్పుడు పిల్లలు తప్పులు చేయడం గమనిస్తూ ఉంటాం. అయితే పిల్లలు తప్పులు చేయడమనేది అభ్యసన ప్రక్రియలో ఒక సహజమైన, తప్పనిసరైన భాగం. పిల్లలు కొత్త భావనలు నేర్చుకొనే ప్రక్రియలో వారిలో అప్పటికే ఉన్న అవగాహనను ఉపయోగిస్తారు. అయితే కొన్ని సందర్భాలలో సాధారణ బోధన యొక్క విషయం మరియు పద్ధతులతో అవి సరిపోలక పోవచ్చు.

పిల్లలు చేసే తప్పులనేవి వారు ఏవిధంగా ఆలోచిస్తారు? ఏ విధంగా నేర్చుకుంటారు? అనే అంశాలను ప్రతిబింబిస్తాయి. అవి తరచుగా పిల్లల ప్రపంచానికి తెరచిన కిటికీ వంటివి. ఉదాహరణకు విద్యార్థి 14కు బదులుగా 41 అని రాస్తే, ఆ విద్యార్థికి స్థాన విలువల భావన అర్థం కాలేదని, మరి కొంత ఎక్కువ అలవాటు అవసరమని తెలుస్తుంది.

పిల్లలు చేసే తప్పులను విశ్లేషణ చేయడమనేది అభ్యాసకునిలో గణితపరమైన ఆలోచనను అభివృద్ధి పరచడానికి తగిన మార్గదర్శకత్వం ఇవ్వడానికి ఉపాధ్యాయునికి సహకరించడంలో నిర్మాణాత్మక పాత్రను పోషిస్తుంది. తప్పులు చేయడం, దాని నుంచి నేర్చుకోవడం అనేది బాగా అర్థం చేసుకోవడాన్ని అభివృద్ధి చేసే ప్రక్రియలలో ఒక భాగం. ఐతే బోధన–అభ్యసన అనేవి ఒకే నాణేనికి ఉన్న బొమ్మ–బొరుసు లాంటివి. పిల్లలు అభ్యసనలో తప్పులు చేయడానికి పిల్లల అవగాహన లోపంతోపాటు బోధనా విధానంలోని లోపాలు కూడా కారణం కావచ్చు. కాబట్టి పాఠశాల స్థాయి గణిత అభ్యసనలో సాధారణంగా పిల్లలు చేసే తప్పులను గుర్తించి, వాటిని అధిగమించే మార్గాల గురించి తెలుసుకుందాం.

కొన్నింటిని ఉదాహరణలుగా చూడండి.

ఎ) సంఖ్యలను గుర్తించడంలో పిల్లలు చేసే దోషాలు :

1. విద్యార్థులు 1, 2 తరగతులలో సంఖ్యలను వరుసక్రమంలో చెప్పగలుగుతారు, రాయగలుగుతారు. కాని వాటిని విడివిడిగా గుర్తించలేరు.
2. 1, 2 తరగతులలో పిల్లలకు ఒక సంఖ్య ఇచ్చి దాని ముందు / తరువాత సంఖ్య (ల)ను చెప్పమంటే చెప్పలేరు.
3. సంఖ్యల ఫ్లాష్ కార్డులు ఇస్తే 51 బదులు 15 తీస్తాడు.
4. ప్రారంభంలో సంఖ్యలను ఆరోహణ, అవరోహణ క్రమంలో రాయడంలో పొరపాట్లు చేస్తారు.

పరిష్కార మార్గాలు :

సంఖ్యలను ప్రత్యక్ష అనుభవాల ద్వారా పరిచయం చేయకపోవడమే, పిల్లలు సంఖ్యలను గుర్తించలేకపోవడానికి ముఖ్యకారణం. కాబట్టి ప్రాథమిక స్థాయిలో పిల్లలకు సంఖ్యాభావన పరిచయం చేసేటప్పుడు వస్తువులు లెక్కించడం, పూసలదండ, ఫ్లాష్‌కార్డులు మొదలగు ఉపకరణాల ద్వారా ప్రత్యక్ష అనుభవం కలిగించాలి.

బి. సంఖ్యలను చదవడం, రాయడంలో పిల్లలు చేసే దోషాలు :

5. "నాలుగు వందల నాలుగు" అని చెబితే 4004 అని, "నలభై నాలుగు" అని చెబితే 404 అని రాస్తారు.
6. "నాలుగు వందల నాలుగు" అని చెబితే 44 అని రాస్తారు.
7. 608ని పదాల్లో రాయమంటే 'అరవై ఎనిమిది" అని రాస్తారు.
8. 23 (ఇరవై మూడు)ను రెండు, మూడు అని చదువుతారు.

పరిష్కార మార్గాలు :

విద్యార్థికి స్థాన విలువలపై సరైన అవగాహన లేకపోవడమే, సంఖ్యలను చదవడం, రాయడంలో తప్పులు చేయడానికి ప్రధాన కారణం.

కాబట్టి పుల్లల కట్టలు, అబాకస్, కరెన్సీల ద్వారా స్థాన విలువలపై అవగాహన కలిగించాలి.

సి. స్థాన విలువలు గుర్తించడంలో పిల్లలు చేసే దోషాలు :

9. స్థాన విలువలను కుడి నుండి ఎడమకు బదులుగా ఎడమ నుండి కుడికి లెక్కిస్తారు.
10. 776లో మొదటి 7కు రెండవ 7కు తేడా చెప్పలేరు.
11. సంఖ్యలను విస్తరణ రూపంలో రాయడంలో పొరపాటు చేస్తారు. ముఖ్యంగా ఏదైనా స్థానంలో '0' ఉన్న సంఖ్యలను విస్తరణ రూపంలో రాయలేరు.
    ఉదాహరణకు : 306 = 30+6 గా రాస్తారు.
12. విస్తరణ రూపంలో ఉన్న సంఖ్యలను సంక్షిప్తరూపంలో రాయడంలో పొరపడతారు.
    ఉదా॥ కు : 4000 + 60 + 3 = 463గా రాస్తారు.

పరిష్కార మార్గాలు :

స్థాన విలువలు గుర్తించడంలో తప్పులు చేయడానికి ప్రధాన కారణం, విద్యార్థికి సహజ విలువ, స్థాన విలువలపై అవగాహన లేకపోవడం.

పుల్లల కట్టలు, పూసల చట్రం, 1, 10, 100, 1000 కరెన్సీ నోట్ల ఆధారంగా స్థాన విలువలపై అవగాహన కలిగించాలి. విస్తరణ, సంక్షిప్త రూపాలలో రాయడంపై ప్రత్యేక అభ్యాసం చేయించాలి.

డి. చతుర్విధ పరిక్రియలు చేయడంలో పిల్లలు చేసే దోషాలు :

13. ఎత్తి కూడే పద్ధతిలో సంకలనం చేసేటప్పుడు సాధారణంగా పిల్లలు తప్పులు చేస్తారు.

ఉదాహరణకు :

```
    2  6  8
+   3  2  7
-----------
    5  8 15
-----------
```
అని రాస్తారు.

14. అప్పు తెచ్చుకోవడం ద్వారా తీసివేత చేయడంలో (ముఖ్యంగా) '0' ఉండే సంఖ్యలు పొరపాట్లు చేస్తారు.

ఉదాహరణకు :

```
    8  0  5
-   3  4  7
-----------
    5  5  8
-----------
```
అని రాస్తారు.

15. కూడికలు, తీసివేతలు చేసేటప్పుడు స్థానవిలువల ప్రకారం సంఖ్యలను వేసుకోవడంలో పొరపాటు చేస్తారు.

ఉదాహరణకు : 348 + 25 ను

```
    3  4  8
+   2  5
-----------
    5  9  8
-----------
```
అని రాస్తారు.

476 + 32 ను

```
    4  7  6
-   3  2
-----------
    5  9  8
-----------
```
అని రాస్తారు.

16. గుణకారం చేసేటప్పుడు లబ్ధం వేయడంలో పొరపాట్లు చేస్తారు.

ఉదాహరణకు : 36 + 3 = **918 గా రాస్తారు.**

17. రెండంకెల సంఖ్యలతో గుణకారం చేసేటప్పుడు స్థాన విలువలను తప్పుగా వేస్తారు.

ఉదాహరణకు :

```
24 × 15
-------
  1 2 0
    2 4
-------
  1 4 4
-------
```
గా రాస్తారు.

18. భాగహారం చేసేటప్పుడు భాగఫలంలో '0' వేయవలసి వచ్చేటప్పుడు పొరపాటుగా వేయడం మానేస్తారు.

ఉదాహరణకు :

```
6) 6 1 2 (12
   6
   -----
   0 1 2
   -----
     1 2
   -----
       0
   -----
```

అంటే భాగఫలంలో '102' బదులు '12'గా రాస్తారు.

పరిష్కార మార్గాలు :

చతుర్విధ పరిక్రియలు చేయటంలో పిల్లలు తప్పులు చేయడానికి కారణం వారికి ఆ భావనలపై సరైన అవగాహన లేకపోవడం. దీనితో పాటు స్థాన విలువలపై అవగాహన లేకపోవడం కూడా ఒక కారణం.

కాబట్టి ఎత్తికూడే పద్ధతి ద్వారా కూడికకు, అప్పుతెచ్చి తీసివేతలు చేయడానికి పుల్లల కట్టలు ద్వారా / అబాకస్ ద్వారా అవగాహన కలిగించాలి.

అలాగే స్థాన విలువల ప్రకారం సంకలన వ్యవకలనాలు చేయలేనప్పుడు విస్తరణ రూపం ద్వారా అవగాహన కలిగించాలి.

గుణకార, భాగహారాలలో చేసే పొరపాట్లకు కూడా విస్తరణరూపం ద్వారా అవగాహన కలిగించాలి.

యి) గణిత భాష, గుర్తులను ఉపయోగించడంలో పిల్లలు చేసే దోషాలు :

19. 1వ తరగతి పిల్లలు 1 నుంచి 9 సంఖ్యలు చెప్పగలుగుతారు. కాని వాటిని సంజ్ఞలలో 1 అంకెలలో సరిగా చూపలేరు.
20. +, × గుర్తులను తారుమారుగా రాస్తారు.
21. >, < గుర్తులను ఒకదానికి బదులు మరొకటి వాడతారు.
22. $2\ ^{3}/_{4}$ ను 2 3/4 గా రాస్తారు.
23. 3 చే 21ని భాగించడాన్ని 3 ÷ 21గా సూచిస్తారు.

పరిష్కార మార్గాలు :

గణితంలో వివిధ భావనల అవగాహనకు, గణిత ప్రక్రియలు చేయడానికి, సమస్యల సాధనకు ప్రత్యేక భాష, గుర్తులు ఉపయోగిస్తాం. అయితే గణిత భాష, గుర్తులకు ఉపయోగించటంలో పిల్లలు తప్పులు చేయడానికి కారణం వాటిపై సరైన అవగాహన లేకపోవడమే.

కాబట్టి గణిత భాష, గుర్తులను ఉపయోగించటంలో పిల్లలకు తగిన అలవాటు కలిగించాలి.

ఎఫ్) పద సమస్యల సాధనలో పిల్లలు చేసే పొరపాట్లు :

24. పద సమస్యల సాధనలో గుణకారానికి బదులు పొరపాటున సంకలనం చేస్తారు.

ఉదాహరణకు : ఒక తోటలో వరుసకు 12 చొప్పున 8 వరుసలలో మామిడి చెట్లు కలవు. అయిన ఆ తోటలోని మొత్తం చెట్లెన్ని?

మొత్తం అని అడిగాడు కాబట్టి కూడిక చేస్తారు.

12 + 8 = 20 గా రాస్తారు.

25. గుణకారం చేయవలసి వచ్చేటప్పుడు భాగహారం చేస్తారు.

పరిష్కార మార్గాలు :

పద సమస్యల సాధనలో పిల్లలు పొరపాట్లు చేయడానికి కారణం పిల్లలు సమస్యను చదివి, ఏమి కనుక్కోవాలో అర్థం చేసుకోలేకపోవడం. ఇటువంటి సమస్యల సాధనకు విశ్లేషణ విధానాన్ని ఉపయోగించి అవగాహన పరచాలి.

జి) భావనల అవగాహనకు సంబంధించిన పొరపాట్లు :

26. ప్రధాన సంఖ్యలు, బేసి సంఖ్యల మధ్య బేధాన్ని గుర్తించలేకపోవడం.
27. క్రమ, అపక్రమ భిన్నాల మధ్య తేడాను గుర్తించలేకపోవడం.
28. సజాతి భిన్నాల కూడికలో లవాలు కలిపినట్లే, హారాలు కూడా కలిపి ఫలితంలో హారంగా రాయడం.
    ఉదాహరణకు : $\frac{1}{8}+\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=\frac{1+3+2}{8+8+8}=\frac{6}{24}$ గా రాస్తారు.

పరిష్కార మార్గాలు :

ఇటువంటి పొరపాట్లకు కారణం, గణిత భావనలపై సరైన అవగాహన లేకపోవడం. కాబట్టి భావనల అవగాహనకు సరైన అభ్యసన అనుభవాలు కలిగించాలి.

సరి, బేసి సంఖ్యల సంయుక్త, ప్రధాన సంఖ్యల అవగాహనకు గ్రిడ్ పేపరు, సంఖ్యా చార్టులు ఉపయోగించాలి.

క్రమ, అపక్రమ భిన్నాల భావనను వస్తువులు, గ్రిడ్ పేపరు ద్వారా అవగాహన పరచాలి.

సజాతి భిన్నాల సంకలన భావనను గ్రిడ్ పేపరు / సంఖ్యారేఖపై అవగాహన పరచాలి.

హెచ్) కొలతలు / వివిధ ప్రమాణాలకు సంబంధించిన దోషాలు :

29. సంవత్సరాలను నెలలలోనికి, నెలలను రోజులలోనికి మార్చడంలో పొరపాట్లు చేస్తారు.

30. గంటలు – నిమిషాలకు సంబంధించిన సమస్యల సాధనలో పొరపాట్లు చేస్తారు.
    ఉదాహరణకు : 3 గం॥ 54 ని॥ + 4 గం॥ 59 ని॥ ఎంత?

గం॥		ని॥
3	–	54
4	–	59
8	**–**	**13**

అని రాస్తారు.

పరిష్కార మార్గాలు :

వివిధ మానాలకు సంబంధించిన ప్రమాణాలు తెలియకపోవడమే దీనికి కారణం.
కాబట్టి వివిధ మానాలు, వాటి ప్రమాణాలపై సరైన అవగాహన కలిగించాలి.

ఐ) జ్యామితికి సంబంధించిన దోషాలు :

31. చతురస్రం దీర్ఘ చతురస్రాలను ఒకదానికి బదులు మరొకటి గుర్తిస్తారు.
32. దీర్ఘ చతురస్ర చుట్టుకొలతకు బదులు వైశాల్యం కనుక్కొంటారు.

పరిష్కార మార్గాలు :

జ్యామితీయ ఆకారాలకు సంబంధించిన భావనలు అవగాహన లేకపోవడంవల్ల ఇటువంటి పొరపాట్లు చేస్తారు.

చతురస్రం, దీర్ఘచతురస్రంల ఆకారాలను జియో బోర్డు, గ్రిడ్ పేపర్‌పై దృశ్యీకరణ చేయటం.

తరగతిలోని టేబుల్ / బ్లాక్ బోర్డు వంటి దీర్ఘ చతురస్రాకార వస్తువుల చుట్టుకొలత, వైశాల్యాలను కొలిపించడం ద్వారా వైశాల్యం, చుట్టుకొలత భావనలను అవగాహన పరచడం.

ఆలోచించండి : మీరు ఇంటర్న్‌షిప్‌కు పాఠశాలకు వెళ్ళినప్పుడు విద్యార్థులు గణిత అభ్యసనంలో చేయు సాధారణ దోషాలను గుర్తించి వాటిని అధిగమించే మార్గాలను తెల్పండి. తరగతి ఉపాధ్యాయునితో చర్చించండి.

మూల్యాంకనం :

I. వ్యాసరూప సమాధాన ప్రశ్నలు :

1. పియాషే ప్రతిపాదించిన సంజ్ఞానాత్మక వికాస దశలను వివరించండి.
2. గణితంలో పిల్లలు వెనుకబడడానికి కారణాలను, నివారణ చర్యలను తెలపండి.
3. వైగోస్కి సాంఘిక అభ్యసన సిద్ధాంతపరంగా చెప్పిన అంశాలను వివరించండి.
4. పిల్లలు గణితాన్ని ఎలా అభ్యసిస్తారో వివరించండి.
5. గణిత బోధనతో ఆగమన – నిగమన పద్ధతిని సోదాహరణంగా వివరించండి.
6. గణిత బోధనలో విశ్లేషణ – సంశ్లేషణ పద్ధతిని సోదాహరణంగా వివరించండి.
7. గణిత బోధనలో ఆగమన, నిగమన పద్ధతుల మధ్య తారతమ్యాలను తెలపండి.
8. గణిత బోధనలో విశ్లేషణ, సంశ్లేషణ పద్ధతుల మధ్య తారతమ్యాలను తెలపండి.
9. గణిత బోధనలో అన్వేషణ పద్ధతి విశిష్టతను తెలపండి. ఈ పద్ధతిలో బోధించడానికి ఒక అంశాన్ని ఎన్నుకొని, ఎలా బోధిస్తారో వివరించండి.
10. ప్రయోగశాల పదతి లక్షణాలను తెల్పి, గణితంలో ఒక అంశాన్ని ఎన్నుకొని ప్రయోగశాల పద్ధతిలో విద్యార్థులు ఎలా అభ్యసిస్తారో తెలపండి.
11. గణిత బోధనలో కృత్య పద్ధతులు సోదాహరణంగా వివరించండి.
12. నిర్మాణాత్మక ఉపగమాన్ని వివరించండి. గణిత బోధనలో నిర్మాణాత్మక అభ్యసనం ఏవిధంగా జరుగుతుందో ఒక ఉదాహరణ ద్వారా సన్నివేశాలను వివరించండి.
13. సహచర్య అభ్యసనాన్ని వివరించండి. అందలి సోపానాలను వివరించండి.
14. గణిత అభ్యసనలో ప్రాథమికస్థాయి పిల్లలు చేసే తప్పులను గుర్తించి వాటిని అధిగమించే మార్గాలను తెలపండి.

II. సంక్షిప్త సమాధాన ప్రశ్నలు :

1. ప్రాథమిక స్థాయి పిల్లల స్వభావాన్ని తెలపండి.
2. పిల్లలలో ఉండే అంతర్గత శక్తులను సందర్భోచితంగా తెలియజేయండి.

3. ప్రతిభావంతులైన విద్యార్థులను ప్రోత్సహించడానికి ఉపాధ్యాయుడుగా నీవు ఏయే కార్యక్రమాలను రూపొందించి, అమలు చేస్తావు?
4. పియాషే సిద్ధాంతం – విద్యావిషయక ప్రాధాన్యతను తెలపండి.
5. పియాషే సిద్ధాంతం ప్రకారం మూర్తప్రచాలక దశలో పిల్లల సంజ్ఞానాత్మక వికాసం గురించి రాయండి.
6. గణిత బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలో "సహజ అభ్యసన వాతావరణం"ను నీవు ఎలా కల్పిస్తావు?
7. బోధనాభ్యసన ప్రక్రియ సమర్థవంతంగా జరగడానికి పాటించవలసిన సూత్రాలను తెలపండి.
8. గణిత బోధనలో విశ్లేషణ – సంశ్లేషణ పద్ధతుల సమ్మేళనాన్ని ఉపయోగించు సందర్భాలను తెలపండి.
9. చతుర్విధ ప్రక్రియలు చేసేటప్పుడు పిల్లలు చేసే దోషాలను, వాటిని అధిగమించే మార్గాలను తెల్పండి.
10. "ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార స్థలం పొడవు 20 మీ, వెడల్పు 15 మీ దానిని చదును చేయడానికి చ.మీ.కు రు.50 చొప్పున ఎంత ఖర్చు అవుతుంది?" – ఈ సమస్యకు విశ్లేషణ – సంశ్లేషణ పద్ధతిలో ఎలా బోధిస్తావు?
11. ప్రకల్పనా పద్ధతిలోని సోపానాలను వివరించండి?
12. సమస్యా పరిష్కార పద్ధతులను వివరించండి?
13. కిండర్ గార్డెన్, మాంటిస్సోరి పద్ధతుల మధ్య భేదాలు తెలపండి?
14. నిర్మాణాత్మక బోధనాశాస్త్ర ముఖ్య కారణాలను తెలపండి?
15. సహకార అభ్యసనంలో విద్యార్థులను జట్లుగా విభజించేటప్పుడు పాటించవలసిన జాగ్రత్తలేవి?
16. మేధో మదనాన్ని ఎలా నిర్వహించాలి? ఒక ఉదాహరణను తీసుకొని తద్వారా అభివృద్ధి చెందే నైపుణ్యాలను గుర్తించండి.

III. లఘు సమాధాన ప్రశ్నలు :

1. అభ్యాసకులలో సాధారణంగా ఏయే అంశాలలో వైయక్తిక భేదాలు కనపడతాయి?
2. పిల్లల్లో వైయక్తిక భేదాలకు ప్రధాన కారణాలేవి?
3. "అంతర్గత శక్తులు" అంటే ఏమిటి? పిల్లల్లో ఉండే అంతర్గత శక్తులను తెల్పండి.
4. Zone of Proximal Development (ZPD) అంటే ఏమిటి?
5. స్కఫోల్డింగ్ అంటే ఏమిటి? వివరించండి.
6. పరస్పర బోధన గురించి రాయండి.
7. సహజ అభ్యసన వాతావరణం అంటే ఏమిటి?
8. సహజ అభ్యసన వాతావరణ లక్షణాలను తెల్పండి.
9. "బోధనా పద్ధతి" అంటే ఏమిటో వివరించండి.
10. బోధనా పద్ధతిని ఎంపిక చేసుకోవడంలో ప్రభావితం చేసే అంశాలను తెలపండి.
11. బట్లర్, రెన్ ల ప్రకారం బోధనా దశలు తెలపండి.
12. ఆగమన పద్ధతి సూత్రాలు తెలపండి.
13. ఆగమన పద్ధతి గుణాలు తెలపండి.
14. గణిత బోధనలో ఆగమన పద్ధతి ఉపయోగించు సందర్భాలను తెలపండి.
15. నిగమన పద్ధతి సూత్రాలు తెలపండి.

16. నిగమన పద్ధతి, పరిమితులు తెలపండి.
17. గణిత బోధనలో నిగమన పద్ధతి ఉపయోగించదగు సందర్భాలను తెలపండి.
18. విశ్లేషణ పద్ధతి లక్షణాలు/సూత్రాలను తెలపండి.
19. విశ్లేషణ పద్ధతి గుణాలు తెలపండి.
20. సంశ్లేషణ పద్ధతి లక్షణాలు/సూత్రాలను తెలపండి.
21. సంశ్లేషణ పద్ధతి పరిమితులు తెలపండి.
22. గణితభాష, గుర్తులను ఉపయోగించడంలో పిల్లలు చేసే ఏవేని రెండు దోషాలను, వాటిని అధిగమించే మార్గాలను తెలపండి.
24. కిల్‌పాట్రిక్ వర్గీకరణ ప్రకారం ప్రాజెక్టు ఎన్ని రకాలు? అవి ఏవి?
25. సమస్య, సమస్యా పరిష్కారాలను నిర్వహించండి.
26. ప్రాథమిక స్థాయి గణితంలో ప్రయోగశాల పద్ధతిలో బోధించడానికి అనువుగా ఉండే అంశాలను తెలపండి?
27. మాంటిస్సోరి విద్యా విధానంలోని ముఖ్యభాగాలను తెలపండి.
28. విద్యార్థులకు ఇచ్చే కృత్యాలు ఏవిధంగా ఉండాలి?
29. నిర్మాణాత్మక ఉపగమంలో మార్గదర్శకం వహించే మూలాధారాలను పేర్కొనండి.
30. సహచర్య అభ్యసన సూత్రాలను తెలపండి.

Reference Books:

1. S.K. Kocher, Methods and Technologies of Teaching, sterling publishers Pvt. Ltd, New Delhi, 1986,1988.
2. Anice James, Skills and Stratagies of Teaching Methamatics, Neel Kamal Publishers.
3. Venkateswara Rao, M.et.al, Ganitham - Budhini ...., Telugu Academy, Hyderabad.
4. Nalla Tirupathi Naidu, et.al. Ganitham Shastra Bodhini .... (B.Ed.), Telugu Academi, Hyderabad.
5. Ravuluri Durga Prasad, Ganitham - Bodhana Paddatulu (TTC) Telugu Akadami, Hyderabad. (1978)
6. IGNOU Study Material
7. Karnataka Source Book, D.El.Ed.
8. Bodhana, Abhyasana Manovignanasastram (B.Ed) Telugu Academi (2014)
9. Sundaraiah G, et.al, Ganitha Shastra Boodhana Paddathulu (B.Ed.), Telugu Academi (2010)
10. Bondu Raju, et.al, Pedagogy of Mathematics (B.Ed), Neelkamal Publications Pvt. Ltd., Hyderabad (2016)
11. Narayana Reddy K, et.al. Pedagogy of Mathematics (B.Ed), Telugu Academi (2016)

3 లెక్కించుట, సంఖ్యలు మరియు సంఖ్యాప్రక్రియలు

"సంఖ్య విశ్వశాసనకర్త" - పైథాగరస్

విషయక్రమం

3.0 లక్ష్యాలు

3.1 పరిచయం

3.2 సంఖ్యా పూర్వభావనలు

3.3 సంఖ్యలు మరియు సంకేతాల అవగాహన

3.4 అంకెలు, సంఖ్యలు రాయడం / సూచించడం

3.5 స్థానవిలువలు, గణన - వివిధ ఆధారాలు

3.6 భిన్నం భావన, రాయు విధం

3.7 సంఖ్యా సమితులు, ప్రక్రియలు

3.8 సంఖ్యా వ్యవస్థ - అభ్యసన సామగ్రి

3.0 లక్ష్యాలు

ఈ అధ్యాయాన్ని చదివిన తరువాత ఉపాధ్యాయ-విద్యార్థులు

1. సంఖ్యా పూర్వభావనలను అవగాహన చేసుకుంటారు.
2. సంఖ్యలు మరియు సంకేతాలను అవగాహన చేసుకుంటారు.
3. అంకెలు మరియు సంఖ్యలు సూచించు జ్ఞానాన్ని పొందుతారు.
4. వస్తువులను లెక్కించుట మరియు స్థానవిలువల గురించి అవగాహన పొందుతారు.
5. వివిధ ఆధారాలకు సంఖ్యలను గణన చేస్తారు.

6. భిన్నం భావన, రాయు విధానాలను అవగాహన చేసుకుంటారు.
7. సంఖ్యా సమితుల జ్ఞానాన్ని పొందుతారు.
8. సంఖ్యలతో గణిత ప్రక్రియల విధానాన్ని అవగాహన పొందుతారు.
9. సంఖ్యావ్యవస్థ బోధనకు అవసరమైన అభ్యసన వనరులను గుర్తిస్తారు / తయారుచేయగలరు.

3.1. పరిచయం

పిల్లలు పూర్వప్రాథమిక పాఠశాలకు రాకముందే గణిత భావనలు కల్గియుంటారా? పిల్లలు పూర్వ ప్రాథమికస్థాయి పాఠశాలకు రాకముందే పరిశీలించడం, ప్రశ్నించడం, పునశ్చరణ చేయడం, తార్కికంగా ఆలోచించడం, ఊహించడం, తేడాలు గుర్తించుట, ప్రయోగాలు చేయడం, ఒకేరకమైన లక్షణాలు కలిగిన వస్తువులను వర్గీకరించడం, అంచనా వేయడం, సాధారణీకరించడం లాంటి పలు సామర్థ్యాలు పొందిఉంటారు. అందుకే వాటిని అంతర్గతశక్తులు (సామర్థ్యాలు) అంటారు. పిల్లలు తమకున్న అంతర్గత శక్తులను ఉపయోగించుకొని అనేక గణిత విషయాలను, వారు ఆడుకుంటున్నప్పుడు (లేదా) ఏదో ఒక పని చేస్తున్నప్పుడు తమంతట తామే నేర్చుకుంటారు. పిల్లలు పాఠశాలకు రాకమునుపే గణిత పూర్వభావనలైన పెద్దది-చిన్నది, పొడవు-పొట్టి, దూరము-దగ్గర, ఎక్కువ-తక్కువ, లావు-సన్నము, లోపల-వెలుపల మొదలగునవేకాక, లెక్కించడం, వర్గీకరించడం, క్రమంలో ఉంచడం, సమానంగా పంచుకోవడం మొదలైన గణిత భావనలు కల్గిఉంటారు.

వీటి గురించే కాక ఈ అధ్యాయంలో ఉపాధ్యాయ-విద్యార్థులు అంకెలు, సంఖ్యలు, వాటి సంజ్ఞలు, భిన్నాల భావన, సంఖ్యాసమితుల భావన మొదలగువాటి గురించి అవగాహన ఏర్పరచుకోవడమే కాక బోధనపరంగా కల్పించవల్సిన అభ్యసనానుభవాలు, ఉపయోగించాల్సిన బోధనోపకరణాలు గూర్చి పూర్తి అవగాహన ఏర్పరచుకోవడం జరుగుతుంది.

3.2. సంఖ్యా పూర్వభావనలు (Pre-number Concepts)

పాఠశాలకు రాకముందే పిల్లలలో గణిత పూర్వభావనలు ఏర్పడతాయి. ఇలా ఏర్పడటానికి కారణం పిల్లలకు వారి కుటుంబసభ్యులతో, స్నేహితులతో పరిసరాలతో ప్రతిరోజు జరుగు చర్య - ప్రతిచర్యలు మరియు అనుభవాలే ప్రధాన కారణం.

శిశువు తన జ్ఞానేంద్రియాలతో తన సమీపంలో ఉన్న భౌతిక వస్తువుల గురించి తెలుసుకోవడానికి ప్రయత్నిస్తాడు. తరువాత వస్తువులకు సంబంధించిన పదాలు ఉచ్ఛరించడం నేర్చుకుంటాడు. మూడవ దశలో వస్తువుకు సంబంధించిన పటాలను, నమూనాలను గుర్తిస్తాడు. నాల్గవ దశలో ఆ వస్తువులకు సంబంధించి రాసిన పదాల గుర్తులను జతచేయడం జరుగుతుంది. ఈ అభివృద్ధిచెందే విధానాన్ని కింది విధంగా రాయవచ్చు.

E - Experience (భౌతిక వస్తువులతో అనుభవం)
L - Language (అనుభవాన్ని భాషలో వ్యక్తపరచడం)
P - Picture (అనుభవానికి సంబంధించిన చిత్రాన్ని గుర్తించడం)
S - Symbols (తన అనుభవాలను సాధారణీకరించి రాత సంకేతాలను గుర్తించడం)

గణిత పూర్వ భావనలపై అవగాహన

1. **ఒక విషయానికి సంబంధించి సామాన్య ధర్మాన్ని గుర్తింపజేయడం :** శిశువు తన అనుభవాలతో వస్తువులు/ విషయాలకు సంబంధించిన సామాన్య ధర్మాన్ని జ్ఞానేంద్రియాల ద్వారా గుర్తిస్తాడు. వెనువెంటనే ఆ విషయానికి/ వస్తువులకు సంబంధించిన భావన కూడా అభివృద్ధి చెందుతుంది. ఇలా సామాన్యధర్మాన్ని గుర్తించడం ద్వారా తగిన పదాలు కూడా నేర్చుకోవడం జరుగుతుంది.

   ఉదా : పొడవుకు సంబంధించిన పొడవు, పొట్టి, ఒకే పొడవు ఉన్న మొదలగు పదాలను అవగాహనపరుచుటకు కింది కృత్యాలను ఇవ్వవచ్చు.

   1. మీలో అందరికన్నా పొడవైన వారెవరు?
   2. మీలో అందరికన్నా పొట్టివారెవరు?
   3. సీత చేతిలో గల కర్రముక్కకు సమానమైన పొడవుగల కర్రముక్క ఎవరిచేతిలో ఉన్నది?

   పిల్లలు పరిశీలించి సీతచేతిలో ఉన్న కర్రముక్కను ఇతరుల వద్ద ఉన్న కర్రముక్కలతో జతచేసి ఒకే పొడవుగల దానిని గుర్తించగలరు.

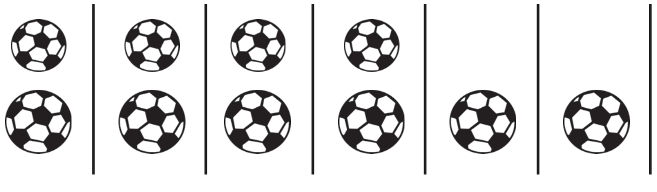
2. **సామాన్య ధర్మాన్ని బట్టి వేరుచేయడం :** ఒక పెద్ద సమూహం నుండి సామాన్యగుణం కలిగిన వాటిని వేరుచేయడానికి తగిన కృత్యాలు ఇవ్వాలి.

   ఉదా: 1. వివిధ ఆకారాలు గల వస్తువులనుండి ఒకే ఆకారం గల వాటిని వేరుచేయడం.
   2. వివిధ పొడవులు గల కర్రముక్కలనుండి ఒకే పొడవు గల కర్రముక్కలను వేరుచేయడం.

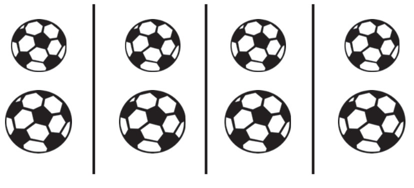
3. **జతలు చేయడం (లేదా) అన్వేక సంబంధం ఏర్పరచడం :** ఈ కృత్యాలు సంఖ్యాభావన ఏర్పరచడానికి ఉపయోగపడతాయి.

   ఉదా : సంఖ్యకు సంబంధించిన 'ఎక్కువ', 'తక్కువ', 'సమాన' మొదలగు పదాల అవగాహనకు కింది కృత్యాలు ఇవ్వవచ్చు.

   (a) రెండు రకాల బంతులను తీసుకొని ఏ రకం బంతులు ఎక్కువ, ఏరకం బంతులు తక్కువ అని గ్రహించడానికి కింది విధంగా చూపించి అవగాహనపరచవచ్చు.



   (b) 'సమానం' అని తెలుసుకొనుటకు అన్వేక సంబంధం ఏర్పరచడం ద్వారా అవగాహన పరచడం.



4. **క్రమంలో ఉంచడం :** పొడవు-పొట్టి, పెద్దది-చిన్నది, లావు-సన్నం మొదలగునవి అవగాహన పరచుటకు వస్తువులను క్రమంలో ఉంచడం ద్వారా గ్రహించగలరు.

ఉదా: (1) పిల్లలను ఎత్తుల ప్రకారం వరుసలో నిలబెట్టి అందరికంటే ఎత్తున్నవాడిని (పొడవైనవాడిని), అందరికంటే పొట్టిగా ఉన్నవాడిని గుర్తింపచేయుట.

(2) పిల్లలకు ఆకులున్న కొమ్మనిచ్చి చిన్న ఆకునుండి పెద్ద ఆకువరకు క్రమంలో ఉంచుటద్వారా చిన్న-పెద్ద భావన గుర్తింపచేయుట.

(3) పిల్లల వద్ద గల పుస్తకాలను సన్నపుస్తకం నుండి లావుపుస్తకం వరకు క్రమంలో నుంచుట ద్వారా సన్నం-లావు భావన గ్రహింపచేయుట.

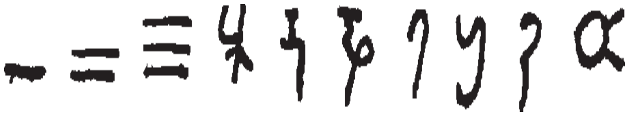
పైన వివరించిన విధంగా వివిధ వస్తువులను, వివిధ సందర్భాలలో ఎన్నుకొని పిల్లలలో భావనల అవగాహన కలుగజేయడానికి ప్రయత్నించాలి. మనం ఎన్నుకొనే వస్తువులు, సందర్భాలు నిజజీవితంలో పిల్లవాడి అనుభవానికి సంబంధించినవై ఉండాలి. పిల్లలలోని గణిత పూర్వభావనల దృష్ట్యా పూర్వప్రాథమిక పాఠశాలలో గణితాన్ని ఎలా నిర్వహించగలవని భావిస్తున్నావు?

3.3. సంఖ్యలు మరియు సంకేతాల అవగాహన : (Understanding Numbers and Notations)

గణిత శాస్త్రానికి సంఖ్యలే ఆధారభూతాలు. మానవుడి అవసరాలకొరకు వస్తువులను, పశువులను గణించడం, వాటికి సంజ్ఞారూపము ఇవ్వడం జరిగినది. కొన్ని గుర్తులతో మొదలైన లెక్కింపు, నేడు అనంతంగా అభివృద్ధిచెంది లెక్కించుటకు గణనయంత్రాలను వినియోగించుట జరుగుచున్నది.

3.3.1 సంఖ్యామానం

హిందూ సంఖ్యామానంలో సంఖ్యలు సుమారు 2000 సంవత్సరాల క్రితం ఇలా ఉండేవి.



భారతీయ ప్రాచీన గ్రంథాలలో శూన్యం గురించి ప్రస్తావన ఉంది. భారతీయ గణిత శాస్త్రవేత్త ఆర్యభట్ట తన ప్రసిద్ధ గ్రంథం ఆర్యభట్టీయం (క్రీ.శ. 499) లో ఉపయోగించిన సంజ్ఞా విధానంలో సున్న మరియు స్థానవిలువలు తెలిపాడు.

బ్రహ్మగుప్త క్రీ.శ. 598 ప్రసిద్ధ గ్రంథం బ్రహ్మస్ఫుట సిద్ధాంతం అరబిక్ భాషలోకి సింథ్-హింద్‌గా అనువదింపబడుట ద్వారా హిందూ సంఖ్యామానం, 'సున్న' వినియోగం అరబ్బులకు తెలిసింది. వారి ద్వారా యూరోపియన్లకు తెలిసిందనేది చారిత్రక సత్యం.

అందుకే మనం ఉపయోగించే సంఖ్యాపద్ధతిని 'హిందూ అరబిక్ సంఖ్యామానం' అనికూడా అంటారు. ఈ సంఖ్యావిధానానికి '10' అంకెలు ఆధారమవుతాయి. అవి 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. అందుకే దీనిని దశాంశ సంఖ్యావిధానం (లేదా) పది ఆధారంగా ఉన్న సంఖ్యావిధానం అంటారు.

9వ శతాబ్దానికి చెందిన భారతీయ గణిత శాస్త్రవేత్త మహావీర సున్న నియమాలను రచించాడు.

హిందూ గణిత శాస్త్రవేత్త భాస్కరాచార్యుడు స్థానవిలువల విధానాన్ని వివరించాడు. అందులో సున్నకు ఒక సంజ్ఞ ఉంది. ఇది చాలా శాస్త్రీయమైన విధానమని క్లుప్తమైన విధానమని ప్రపంచవ్యాప్తంగా అంగీకరించడం, అనుసరించడం జరిగింది.

హిందూ అరబిక్ సంఖ్యామానానికి 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 అనే సంజ్ఞలే ఆధారం. వీటినే అంకెలంటారు.

సున్నకు విలువలేదు. కాని సంఖ్యలోని అంకెల కుడిప్రక్కన ఉన్నపుడు ఆ సంఖ్యలకు విలువ వస్తుంది. సంఖ్యలో స్థానాన్ని కలిగిఉంటుంది.

ఉదా : 206 లో 2 వందలస్థానాన్ని సూచిస్తుంది. సున్న పదుల స్థానాన్ని ఆక్రమించడం వలన పదులు ఏమిలేవని '0' సూచిస్తుంది.

"సున్నను ప్రవేశపెట్టి గణితానికి చుక్కానిని బిగించారు భారతీయులు." – హార్డీ

3.3.2 సంఖ్యలు

అంకెలతో సంఖ్యలు ఏర్పడతాయి. 1, 2, 3, ... 9, 0 లను ఉపయోగించి సంఖ్యలను రాస్తాం. 'గుర్తులు' గా ఉపయోగిస్తున్నాం కనుక వీటిని సంజ్ఞలు అంటాం. వీటిని 'అంకెలు' అని పిలుస్తాం.

ఉదా : 24, 30, 47.... సంఖ్యలు.

సంఖ్యలను బోధించేటపుడు సంఖ్యను గుర్తింపచేయడం, 0, 1, 2, ... 9 లను కూడా సంఖ్యలుగా వ్యవహరిస్తాం. సంఖ్యాక్రమాన్ని ఎక్కువ, తక్కువ క్రమంలో గుర్తింపచేయడం జరగాలి.

సాధారణంగా పిల్లలు ఒకటో తరగతికి వచ్చేసరికి వస్తువులను వరుసగా లెక్కించడం, సంఖ్యలను 1 నుండి 20 వరకు మౌఖికంగా చెప్పడం జరుగుతుంది. అయితే కొన్నిసార్లు సంఖ్యాభావన సరిగ్గా ఏర్పడకపోవడంవల్ల వస్తువులను లెక్కించడంలో పొరపాట్లు చేయడం జరుగుతుంది. అంటే వస్తువులను లెక్కించేటపుడు సంఖ్యలను వరుసగా చెప్పకపోవడం. ఉదా : ఒకటి, రెండు, నాలుగు, ఐదు, ... (మూడు వదలి నాలుగు చదవడం). అలాగే లెక్కించిన సంఖ్యనే మళ్ళీ లెక్కించడం అంటే ఒకటి, రెండు, మూడు, మూడు, నాలుగు, ఐదు.... (మూడు అన్న తరువాత మళ్ళీ మూడు చదవడం). ఈ పొరపాట్లు చేయడానికి కారణం పిల్లల్లో మౌఖికంగా సంఖ్యలను వల్లెవేసి చెప్పడం తెలుసు గాని లెక్కించడం తెలియదు. అంటే సంఖ్య పేరుకు సమూహంలోని వస్తువుల సంఖ్యకు మధ్య ఏర్పడే అన్వేక సంబంధం చాలా బలహీనంగా ఉందని చెప్పవచ్చు.

3.3.3 గణిత భాష గుర్తులు / సంకేతాలు :

ఇతర పాఠ్య విషయాలతో పోల్చినపుడు గణితానికి కొన్ని ప్రత్యేక లక్షణాలున్నట్లు తెలుస్తుంది. అవి గణిత భాష, గుర్తులు లేక సంకేతాలు. ఒక విషయం గణితభాష ద్వారా క్లుప్తంగా అర్థవంతంగా సరియైన పద్ధతిలో వ్యక్తపరచ బడుతుంది.

ఉదా : రెండు పదాల మొత్తం మీద వర్గం, మొదటిపదం వర్గం, రెండవపదం వర్గం మరియు రెండుపదాల లబ్ధానికి రెట్టింపు మొత్తానికి సమానం.

దీనిని గణిత భాషలో $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ అని రాస్తారు.

గణిత గుర్తులతో కఠినమైన సమస్యలను సాధించవచ్చు. విజ్ఞాన శాస్త్రాధారమైన పరిశోధనలలో కూడా గణితభాష, గుర్తులు ఉపయోగిస్తారు. ప్రాథమిక స్థాయిలో కింది గుర్తులు/సంకేతాలను విరివిగా ఉపయోగించడం జరుగును.

=	:	సమానం	>	:	ఎక్కువ
≠	:	అసమానం	<	:	తక్కువ
+	:	సంకలనం	∝	:	అనంతం
−	:	వ్యవకలనం	%	:	శాతం
×	:	గుణకారం	₹	:	రూపాయి
÷	:	భాగహారం	Π	:	$\frac{22}{7}$ (సుమారు విలువ)
√	:	వర్గమూలం			
N	:	సహజ సంఖ్యల సమితి			
W	:	పూర్ణాంకాల సమితి			
Z	:	పూర్ణసంఖ్యల సమితి			
Q	:	అకరణీయ సంఖ్యల సమితి			
Q'	:	కరణీయ సంఖ్యల సమితి			
R	:	వాస్తవ సంఖ్యల సమితి			

గణిత గుర్తులు లేక సంకేతాల నుపయోగించి లెక్కలు చేయడం చాలా సులభం. విద్యార్థులతో సూక్ష్మపరిశీలన, అవగాహన, తార్కిక ఆలోచన, గణితంపట్ల ఆసక్తి, అభిరుచి పెంపొందించడం ఈ గుర్తుల వినియోగం వల్ల సులభ మవుతుంది.

3.4 అంకెలు, సంఖ్యలను రాయడం, సూచించడం (Digits and representation of numbers)

3.4.1 సంజ్ఞలు :

మానవుడు తన అవసరాల కొరకు గణించడం, వాటికి సంజ్ఞారూపం ఇవ్వడం జరిగింది. సంజ్ఞలను వివిధ దేశాలలో వివిధ రకాల గుర్తులతో సూచించడం జరిగింది. క్రింది పట్టికలో వివిధ ప్రాంతాలలో, వివిధ భాషల్లో సంజ్ఞలను సూచించిన గుర్తులు ఇవ్వబడినవి.

హిందూ–అరబిక్ సంఖ్యామానం అంతర్జాతీయ సంజ్ఞలు	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
హిందూసంజ్ఞలు											
బాబిలోనియన్ సంజ్ఞలు											
రెడ్ఇండియన్ సంజ్ఞలు											
గ్రీకుల సంజ్ఞలు		α	β	γ	δ	ϵ	ε	ζ	η	θ	ϑ
రోమన్ సంజ్ఞలు		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
హిందీ సంజ్ఞలు	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९	१०
తెలుగు సంజ్ఞలు	౦	౧	౨	౩	౪	౫	౬	౭	౮	౯	౧౦

3.4.2 సంఖ్యలను సూచించడం (Representation of numbers)

నేడు సంఖ్యలను సూచించడానికి అంతర్జాతీయ సంజ్ఞలు వాడుకలో ఉన్నాయి. ఈ అంతర్జాతీయ సంజ్ఞలు మరియు అంతర్జాతీయ సంజ్ఞామానం హిందూ అరబిక్ సంఖ్యామానంపై ఆధారపడి ఉంది.

0, 1, 2, 3, ... 9 వరకు ఒక అంకె సంఖ్యలు.

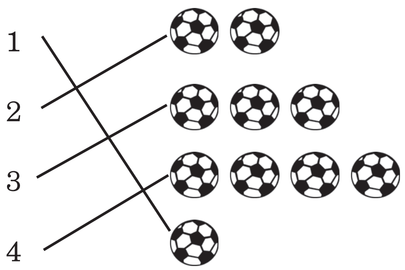
10, 11, 12, 13, ... 99 వరకు రెండు అంకెల సంఖ్యలు.

100, 101, 102, ... 999 వరకు మూడు అంకెల సంఖ్యలు.

1000, 1001, 1002, ... 9999 వరకు నాలుగు అంకెల సంఖ్యలు.

విద్యార్థులకు సంజ్ఞలను నేర్పేముందు, ఆయా సంజ్ఞలను సూచించే వస్తువుల సంఖ్యను జతపరిచే కృత్యాలు ఇవ్వాలి. ఇలా చేయడం వలన సంఖ్య–సంజ్ఞల మధ్య సంబంధం ఏర్పడుతుంది. ఆతరువాత సంజ్ఞలు రాయడం నేర్పాలి.

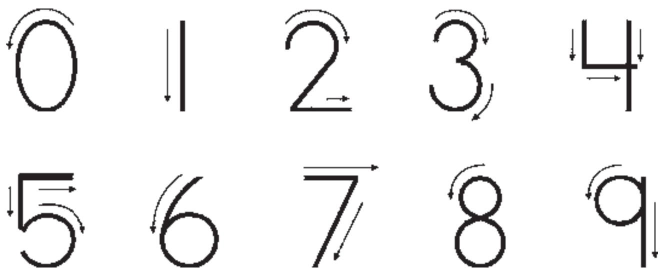
ఉదా :



సంఖ్యలు రాయడంపై విద్యార్థులకు తగిన అభ్యాసం ఇవ్వాలి. ఇందుకు చేయి సక్రమంగా తిరగడంపై అభ్యాసం చేయించాలి.

ఉదా : (1) సంఖ్యలు రాసేముందుగా గాలిలో వేలును సంఖ్య ఆకారాన్ని గుర్తుంచుకొని తిప్పడం.
(2) రాసిన సంఖ్యలపై క్రమంగా గింజలు ఉంచడం.

సంఖ్యలు రాసేటపుడు సరియైన చోటనుండి ప్రారంభించడంపై అవగాహన కల్పించాలి.



3.4.3 రోమన్ సంఖ్యా పద్ధతి

రోమన్ సంఖ్యా పద్ధతిని ఒకప్పుడు అంతర్జాతీయంగా విరివిగా ఉపయోగించేవారు. దీనిని మొదట Priscion ఉపయోగించినట్లు చెబుతారు. ఈ పద్ధతిలో ఉపయోగించే సంజ్ఞలకు సరిపోయే హిందూ-అరబిక్ సంఖ్యలు క్రింది పట్టికలో సూచించడం జరిగింది.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

ఈ సంఖ్యా విధానంలో అంకెలకు స్థానవిలువ లేదు. '0' కు సంజ్ఞ లేదు. ఈ విధానంలో చతుర్విధ ప్రక్రియలు చేయలేం.

రోమన్ సంఖ్యలు రాయడానికి నియమాలు :

(1) ఒక అంకె ఎక్కువసార్లు వచ్చిన, ఆ అంకె విలువను అన్నిసార్లు కూడాలి.

ఉదా : I I I = 1 + 1 + 1 = 3

XX = 10 + 10 = 20

(2) ఏ సంఖ్యలోనైనా I, X, C, M అంకెలు మూడుసార్లు మాత్రమే తిరిగి వాడవచ్చు. V, L, D లు ఒకసారి మాత్రమే వాడవచ్చు.

(3) రోమన్ సంఖ్యలలో పెద్ద అంకెకు ఎడమవైపున చిన్నఅంకె వచ్చునట్లు రాస్తే, పెద్దఅంకె నుండి చిన్నఅంకె విలువను తీసివేయాలి.

ఉదా : I X = 10 - 1 = 9

X L = 50 - 10 = 40

(4) పెద్దఅంకెకు కుడివైపున చిన్నఅంకె వచ్చునట్లు రాసినపుడు పెద్దఅంకె విలువకు చిన్నఅంకెను కూడుకోవాలి.

ఉదా : V I I = 5 + 1 + 1 = 7

X V I = 10 + 5 + 1 = 16

(5) I, X, C సంజ్ఞలు కూడికలో, తీసివేతలో ఉపయోగించవచ్చు.

(6) V, L, D లను ఏ పెద్దఅంకెకు ఎడమవైపున రాయకూడదు. పెద్దఅంకెకు కుడివైపున మాత్రమే రాయవలెను.

ఉదా : 95 ను VC = 100 - 5 = 95 అని రాయకూడదు.

XCV = 100 - 10+5 = 95 అని రాయాలి.

(7) I సంజ్ఞను V, X లనుండి మాత్రమే సంకలనం, వ్యవకలనం చేయాలి.

(8) X సంజ్ఞను దీని తరువాత వచ్చే L, C లతో మాత్రమే సంకలనం, వ్యవకలనం చేయాలి.

(9) C సంజ్ఞను దీని తరువాత వచ్చే D, M లతో మాత్రమే సంకలనం, వ్యవకలనం చేయాలి.

ఉదా : MM CM XC IV ఏ సంవత్సరాన్ని సూచిస్తుంది?

MM	=	1000 + 1000	=	2000
CM	=	1000 - 100	=	900
XC	=	100 - 10	=	90
IV	=	5 - 1	=	4

జవాబు : 2994వ సంవత్సరం

ఈ సంఖ్యావిధానం చాలా పొడవైంది, క్లిష్టమైంది. చతుర్విధ ప్రాథమిక ప్రక్రియలకు అనుకూలమైంది గాదు. అందుకే దీని వాడకం ప్రాధాన్యత కోల్పోయింది.

3.5 స్థానవిలువలు, గణన - వివిధ ఆధారాలు

3.5.1 లెక్కించుట

సాధారణంగా పిల్లలు ప్రాథమిక పాఠశాలకు వచ్చేసరికి వస్తువులను వరుసగా లెక్కించడం, సంఖ్యలను 1 నుండి 20 వరకు మౌఖికంగా అప్రయత్నంగా చెప్పడం అనేది జరుగుతుంది. అయితే కొన్నిసార్లు సంఖ్యాభావన సరిగ్గా ఏర్పడకపోవడం వలన వస్తువులను లెక్కించడంలో పొరపాట్లు చేయడం జరుగుతుంది. పొరపాట్లు చేయడానికి ప్రధాన కారణం పిల్లలు మౌఖికంగా సంఖ్యలను వరుసగా వల్లెవేసి చెప్పడం తెలుసుగాని, లెక్కించడం తెలియదు.

ఉదా : వస్తువులను లెక్కించేటపుడు సంఖ్యలను వరుసగా చెప్పకపోవడం (1, 2, 3, 4, 5, 7, ...) అలాగే ఒక్కొక్కసారి లెక్కించిన దానినే మళ్ళీ లెక్కించడం (1, 2, 3, 4, 4, 5, 6, ...) లాంటి పొరపాట్లు చేస్తుంటారు.

మనకు చూసేందుకు లెక్కించడం సులభమనిపిస్తుంది. కాని లెక్కించడం నేర్పడంలో చాలా చిక్కులున్నాయి. వస్తువులను లెక్కించడంలో మరొక విషయాన్ని గమనిద్దాం.

స్థానసూచిక : ఒక సమూహంలో ఉన్న పెన్సిళ్ళను విద్యార్థి వరుసగా లెక్కిస్తాడు. ఉపాధ్యాయుడు 5వ పెన్సిల్ ఇవ్వమంటే విద్యార్థి 5 పెన్సిల్స్ తీసిఇస్తాడు. ఇలా ఇవ్వడానికి కారణం పిల్లవానికి సంఖ్యలో ఉండే రెండు లక్షణాలైన

స్థానాన్ని సూచించే స్థానసూచిక (ordinal number), కార్డినల్ విలువ (cardinal number) మధ్య తేడా తెలియకపోవడమే.

మొత్తం బొమ్మల సంఖ్య 3. బ్యాటు రెండో స్థానంలో ఉంది.

3.5.2 స్థానవిలువలు (Place Values)

సాధారణంగా విద్యార్థులు 1వ తరగతి పూర్తిఅయ్యేసరికి 100 వరకు, 2వ తరగతి పూర్తిఅయ్యే సరికి 999 వరకు పేర్లు చెప్పగలరు. అయితే కొందరు విద్యార్థులు 104 ని పద్నాలుగు అని, 205 ని ఇరవైఐదు అని చదువుతారు. కాని 125 ని మాత్రం నూట ఇరవై ఐదు అని సరిగ్గా చదువగలరు. ఇలా చదవడానికి కారణం '0' కు విలువ ఏమీలేదనే భావన ఉండటం (లేదా) స్థానవిలువలపై సరియైన అవగాహన లేకపోవడం.

ఒక అంకెకు ఎల్లప్పుడు రెండు విలువలు ఉంటాయి. 1. సహజ విలువ, 2. స్థానవిలువ.

(1) సహజవిలువ : ఒక అంకెకు ఉండే అసలు (సహజ) విలువ : సహజవిలువ లేక ముఖవిలువ అంటారు. ఇది ఎప్పటికి మారదు.

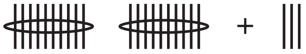
(2) స్థానవిలువ : ఒక సంఖ్యలోని అంకె విలువ అది వున్న స్థానాన్నిబట్టి మారుతుంది. దానిని స్థానవిలువ అంటారు.

ఉదా: (1) 347 లో 3 యొక్క స్థానవిలువ - 300, ముఖ (సహజ) విలువ 3.

(2) 652 లో 5 యొక్క స్థానవిలువ - 50, ముఖ (సహజ) విలువ 5.

స్థానవిలువలపై అవగాహన కల్పించడానికి విద్యార్థులతో కింది కృత్యాలు చేయించాలి.

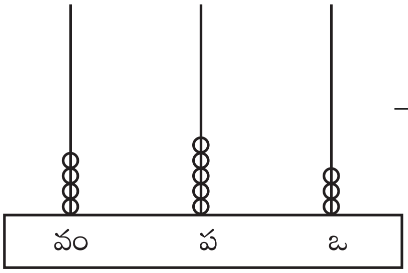
1. పదేసి పుల్లల కట్టలు పదుల స్థానాన్ని, విడిపుల్లలు ఒకట్ల స్థానాన్ని తెలియజేయడం.



→ 20 + 3 = 23

2 పదులు 3 ఒకట్లు

2. పూసల చట్రాన్ని ఉపయోగించి ఇచ్చిన సంఖ్యలకు సరిపడే పూసలు పేర్చడం. పూసల చట్రంపై అమర్చిన పూసల ఆధారంగా సంఖ్యలను తెలపడం.



→ 453

3. సంఖ్యలను విస్తరణ రూపంలో రాయించడం. విస్తరణరూపంలో ఉన్న సంఖ్యలను సంక్షిప్త రూపంలో రాయించడం.

ఉదా : 345 = 300 + 40 + 5

400 + 50 + 2 = 452

ఒక సంఖ్యలోని అంకె స్థానవిలువ కుడినుండి ఎడమవైపునకు జరిగేకొలది ముందున్న స్థానవిలువ కంటే పదిరెట్లు పెరగడం, అలాగే ఎడమవైపునుండి కుడివైపుకు జరిగేకొలది పదవవంతు చొప్పున తగ్గుతుంది.

ఉదా : 345 లో 5 యొక్క స్థానవిలువ 5.

354 లో 5 యొక్క స్థానవిలువ 50.

543 లో 5 యొక్క స్థానవిలువ 500.

దశాంశమానం ప్రకారం స్థానవిలువల పట్టిక

పదిలక్షలు	లక్షలు	పదివేలు	వేలు	వందలు	పదులు	ఒకట్లు	దశాంశం	శతాంశం
10,00,000	1,00,000	10,000	1,000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$
10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}

3.5.3 ద్విసంఖ్యామానం

ప్రాచీన చైనా, ఈజిప్ట్, భారతీయ నాగరికతలలో ద్విసంఖ్యామానమును ఉపయోగించిన సందర్భాలు ఉన్నాయి. చైనాలో ఇ.చింగ్ (క్రీ.పూ. 9వ శతాబ్దం) 6బిట్, 3బిట్ అనే పద్ధతిలో; అదేకాలానికి చెందిన షాహెూయంగ్ 2-విభాలుగా సంఖ్యామానాన్ని ఉపయోగించారు. ప్రాచీన ఈజిప్ట్‌లో గుణకార పద్ధతులలో ద్విసంఖ్యామానాన్ని అనుసరించారు.

క్రీ.పూ 2వ శతాబ్దానికి చెందిన 'పింగళ' అనే భారతీయ వ్యాకరణవేత్త ఛందస్సు-పద్యరీతులు అనే అంశాల్లో ద్విసంఖ్యామానాన్ని 2 నుండి 2^{26} వరకు ఉపయోగించాడు. అక్షరాలను లఘువు (1), గురువు (U) అను రెండు 'మాత్ర' (పలికేందుకు పట్టే కాలవ్యవధి) లుగా వర్గీకరించి ఛందోనియమాలు రూపొందించాడు.

లైబ్నిట్జ్ 1703 లో రచించిన అనే 'Explanation of Binary Arithematic' అనే వ్యాసంతో ద్విసంఖ్యామాన వివరణ; 0, 1 గుర్తుల వినియోగం ప్రాచుర్యంలోకి వచ్చింది. జార్జి బులే 1854 లో ప్రచురించిన Boolean Algebra సిద్ధాంతాలు ద్విసంఖ్యామానాన్ని Digital Electronic Circuits లో అనువర్తించడానికి వీలు కల్పించాయి. ఆధునిక కాలంలో కంప్యూటర్ ప్రోగ్రామింగ్ రూపకల్పనలో ద్విసంఖ్యామానము వినియోగంలో ఉంది.

0, 1 అనే అంకెలను ఉపయోగించి సంఖ్యలను వ్రాసే సంఖ్యామానాన్ని ద్విసంఖ్యామానం అంటారు. ఈ పద్ధతిలో భూమి లేదా ఆధారం '2'.

ద్విసంఖ్యామానంలో స్థానవిలువలు

రెండువందల యాభైయారుల	నూట ఇరవై ఎనిమిదుల	అరవై నాలుగుల	ముప్పై రెండ్ల	పదహార్లు	ఎనిమిదుల	నాలుగుల	రెండ్లు	ఒకట్లు
$256=2^8$	$128=2^7$	$64=2^6$	$32=2^5$	$16=2^4$	$8=2^3$	$4=2^2$	$2=2^1$	$1=2^0$

ద్విసంఖ్యామానములో ఆ సంఖ్యలు వరుసక్రమంలో ఇలా ఉంటాయి.

0 1 10 11 100 101 110 111 ....

(0) (1) (2) (3) (4) (5) (6) (7)

గమనిక : బ్రాకెట్‌లలో సూచించిన సంఖ్య ద్విసంఖ్యామానం సంఖ్యకు సమానమైన దశాంశ సంఖ్య.

ద్విసంఖ్యామానంతో అంకెలను క్రింది విధంగా చదవాలి.

0	1	10	11	100	101
సున్న	ఒకటి	ఒకటి సున్నా	ఒకటి ఒకటి	ఒకటి సున్నా సున్నా	ఒకటి సున్నా ఒకటి

ద్విసంఖ్యామానాన్ని సూచించే పద్ధతి : సంఖ్యలు ద్విసంఖ్యామానంలో ఉన్నాయని సూచించడానికి

$10_{(2)}$, $100_{(2)}$, $111_{(2)}$ అని రాస్తారు.

3.5.4 ఒక మానంలోని సంఖ్యలను వేరొక మానంలోనికి మార్చుట

(1) దశాంశ సంఖ్యలను ద్విసంఖ్యామానంలోనికి మార్చడం.

ఉదా : $28_{(10)}$ ని ద్విసంఖ్యామానంలోనికి రాయడం.

ఇచ్చిన సంఖ్యను '2' తో భాగించాలి. భాగిస్తే వచ్చే భాగఫలాన్ని ఉదాహరణలో సూచించిన విధంగా సంఖ్యకు కింద వేయాలి. శేషాన్ని కుడిప్రక్కన వేయాలి. వచ్చిన భాగఫలాన్ని మళ్ళీ '2' తో భాగించాలి. ఇలా భాగఫలం '0' అయ్యేవరకు భాగించాలి. శేషాలన్నీ 0, 1 రూపంలో వస్తాయి. వాటిని కిందినుంచి పైరూపంలో రాసిన సంఖ్యలు ద్విసంఖ్యారూపంలో ఉంటాయి.

2 | 29
2 | 14 – 1
2 | 7 – 0
2 | 3 – 1
2 | 1 – 1
0 – 1

$29_{(10)} = 11101_{(2)}$

(2) ద్విసంఖ్యామానంలోని సంఖ్యలను దశాంశ మానంలోనికి మార్చడం.

ఉదా : $1010_{(2)}$ ను దశాంశమానంలోనికి మార్చండి.

1	0	1	0
2^3	2^2	2	1

$$1010_{(2)} = (1 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (1 \times 2) + (0 \times 1)$$
$$= (1 \times 8) + 0 + 2 + 0$$
$$= 8 + 2 = 10_{(10)}$$

ద్విసంఖ్యామానంలో రాసిన సంఖ్య దశాంశ మానంలో రాసిన సంఖ్యకన్నా పొడవైనది. కాని గణనలు చేయడం సులభం. అందుకే ఆధునిక గణన యంత్రాలలో ఈ పద్ధతిని విరివిగా ఉపయోగిస్తుంటారు.

కొన్ని ప్రత్యేక అవసరాలు, సందర్భాల దృష్ట్యా 7 ఆధారానికి సప్తాంశమానం, 12 ఆధారానికి ద్వాదశాంశమానం మొదలుగా వివిధ ఆధారాలను సంఖ్యలు రాయడం జరుగుతుంది.

★ పిల్లలు అంకెల స్థానవిలువలు సరిగా గుర్తించేందుక కొన్ని ప్రత్యామ్నాయ పద్ధతులు సూచించండి.
★ వివిధ ఆధారాలకు సంఖ్యామానాలు ఎందుకు అవసరమైనాయో గమనించండి.

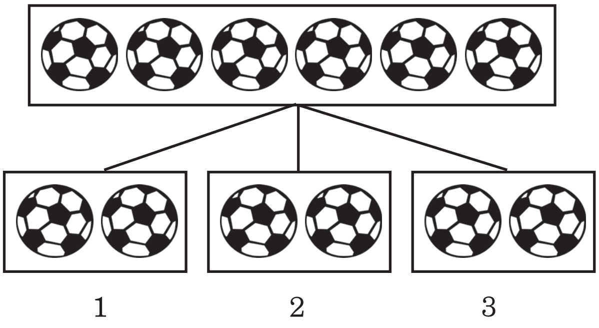
3.6 భిన్నం భావన రాయు విధం (Concept of fractions and its presentation)

నిత్యజీవితంలో వస్తువులను సమానంగా పంచుకోవడం చూస్తుంటారు. సరిసంఖ్యలో గల వస్తువులను ఇద్దరు పంచుకోవలసివస్తే ఇద్దరికి సమాన సంఖ్యలో వస్తువులు తీసుకుంటారు. ఉదాహరణకు రెండు వస్తువులను ఇద్దరు వ్యక్తులు ఒక్కొక్క వస్తువు చొప్పున పంచుకుంటారు. కాని బేసిసంఖ్యలో (1, 3, 5, ...) వస్తువులను ఇద్దరు పంచుకొనవలసివస్తే ఒక వస్తువును సమాన భాగాలు చేసి ముక్కలను తీసుకోవలసి వస్తుంది. ఈ సందర్భంలో ఒక్కొక్కరు తీసుకున్న భాగం సంఖ్యారూపంలో రాయవలసినపుడు భిన్నరూపంలో రాయడం జరుగుతుంది. ఆవిధంగా భిన్నాల అవసరం ఏర్పడింది.

3.6.1 భిన్నాలు - పరిచయం (Fractions - Introduction)

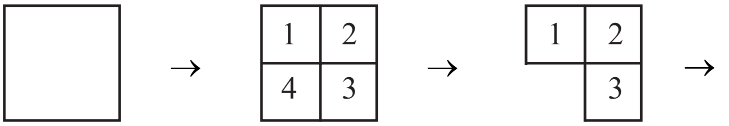
ఒకే పరిమాణం గల కొన్ని వస్తువులనుగాని (లేక) ఒక వస్తువునుగాని సమాన భాగాలుగా చేయు సందర్భాలను పరిశీలిద్దాం.

ఉదా-1 : 6 బంతులను ముగ్గురకు సమానంగా పంచగా ఒక్కొక్కరికి $\frac{6}{3}$ (రెండు) బంతులు వస్తాయి.



భిన్నరూపం : $\frac{6}{3} = 2$

ఉదా–2 : ఒక చతురస్రాకార అట్టముక్కను 4 సమభాగాలుగా చేసి అందులో 3 సమభాగాలు తీసుకుంటే ఆ భాగాన్ని $\frac{3}{4}$ సూచిస్తాం.



$\frac{3}{4}$

వస్తువుల సమూహంగాని / వస్తువుగాని ఎన్ని సమభాగాలుగా చేస్తామో ఆ భాగాల సంఖ్యను హారంగాను, మనం తీసుకున్న భాగాల సంఖ్యను లవంగాను సూచిస్తాము.

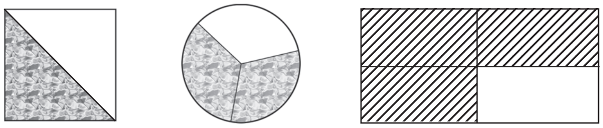
$$\text{భిన్నం} = \frac{\text{లవం (తీసుకున్న భాగాల సంఖ్య)}}{\text{హారం (చేసిన భాగాల సంఖ్య)}}$$

3.6.2 భిన్నాల రకాలు (Types of fractions)

భిన్నాల రకాలను పరిచయం చేయునపుడు వస్తువుల సమూహంను సమభాగాలుగా విభజించడం లేదా కాగితం అట్టలను ముక్కలుగా కత్తిరించి అవగాహన పరచవచ్చు.

I. క్రమభిన్నం (Proper fraction)

క్రింది పటాలను పరిశీలించండి. షేడ్ చేసిన భాగాన్ని భిన్నరూపంలో రాయించండి. చదివించండి.



$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$

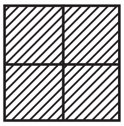
పై భిన్నాలను పరిశీలించిన హారంకన్నా లవం చిన్నదిగా ఉన్నవి. ఇలాంటి భిన్నాలను క్రమభిన్నాలంటారు.

హారం కన్నా లవం చిన్నదిగా గల భిన్నాలను క్రమభిన్నాలు అంటారు.

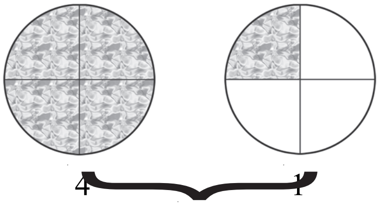
ఉదా : $\frac{1}{4}, \frac{2}{7}, \frac{6}{11}, \frac{13}{27}$ ..... మొదలగునవి.

II. అపక్రమభిన్నాలు (Improper fractions)

హారం కన్నా లవం పెద్దదిగా (లేదా) లవహారాలు సమానంగా గల భిన్నాలను అపక్రమ భిన్నాలు అంటారు.

ఉదా : (1)  $\frac{4}{4}$

ఉదా : (2)



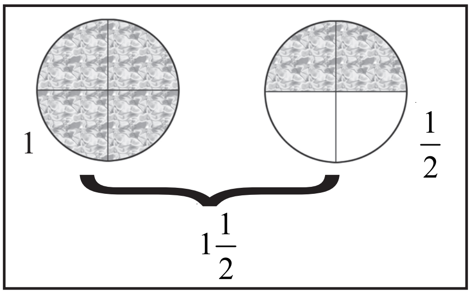
$\frac{4}{4}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{1}{4}$

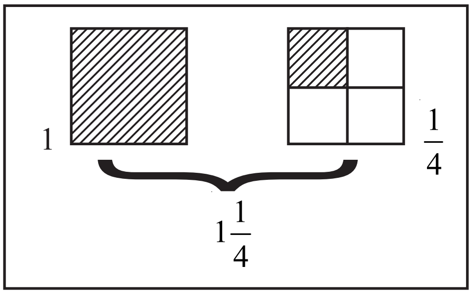
అపక్రమ భిన్నం విలువ ఎల్లప్పుడు ఒకటిగాని, ఒకటికంటే ఎక్కువగాని ఉంటుంది.

ఉదా : $\frac{2}{2}, \frac{5}{4}, \frac{4}{4}, \frac{6}{5}, \frac{7}{3}$ ..... మొ॥ నవి

III. మిశ్రమ భిన్నం (Mixed fraction)

పూర్ణాంకంతో కూడిన క్రమభిన్నాన్ని మిశ్రమ భిన్నం అంటారు. ఇది అపక్రమ భిన్నం యొక్క మరొక రూపమే.

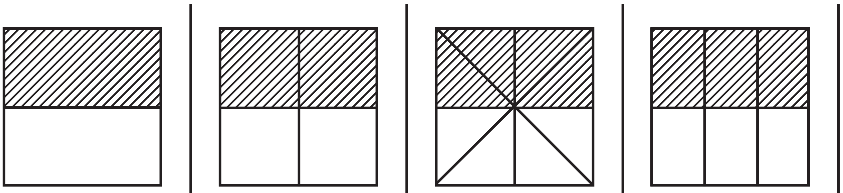




ఉదా : $1\frac{1}{3}, 2\frac{1}{2}, 2\frac{2}{4}$, ... మొ॥ నవి.

3.6.3 భిన్నాలు - మరికొన్ని రకాలు (Fractions - Some more types)

I. సమాన భిన్నాలు (Equivalent fractions)



$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{3}{6}$

పై పటాలను పరిశీలిస్తే అన్ని పటాలలో షేడ్ చేయబడిన ప్రాంతం సమానం. కావున

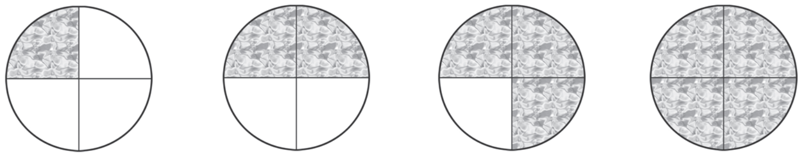
$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$ అని అవగాహన అగును. ఇలాంటి భిన్నాలను సమాన భిన్నాలు అంటారు.

ఒక భిన్నంలోని లవ హారాలను ఒకే సంఖ్యచే గుణించగా లేదా భాగించగా ఏర్పడే భిన్నాన్ని మొదటి భిన్నానికి సమాన భిన్నం అంటారు.

ఉదా-1 : $\frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{2} = \frac{6}{8}$ $\therefore$ $\frac{3}{4}, \frac{6}{8}$ లు సమాన భిన్నాలు.

ఉదా-2 : $\frac{10}{15} = \frac{10 \div 5}{15 \div 5} = \frac{2}{3}$ $\therefore$ $\frac{10}{15}, \frac{2}{3}$ లు సమాన భిన్నాలు.

II. సజాతి / విజాతి భిన్నాలు (Like / Unlike fractions)



$\frac{1}{4}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{4}$

పై భిన్నాలను పరిశీలిస్తే అన్నింటిలో కూడా హారాలు సమానంగా ఉన్నవి.

హారాలు సమానంగా గల భిన్నాలను సజాతి భిన్నాలు అంటారు.

ఉదా : $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{5}{5}, ...$

వేరు వేరు (విభిన్న) హారాలు గల భిన్నాలను విజాతి భిన్నాలు అంటారు.

ఉదా : $\frac{2}{7}, \frac{6}{5}, \frac{3}{11}, \frac{4}{15}, ...$ మొ॥ నవి.

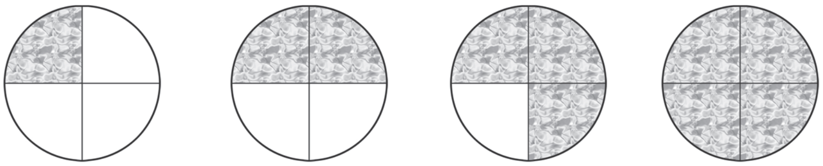
III. ఏకాంక భిన్నాలు (Unit fractions)

లవము '1' గా గల భిన్నాలను ఏకాంక లేక యూనిట్ భిన్నాలు అంటారు.

ఉదా : $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}, ...$ మొదలైనవి.

3.6.4 భిన్నాలను పోల్చడం (Comparision of fractions)

I. సజాతి భిన్నాలు :



$\frac{1}{4}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{4}$

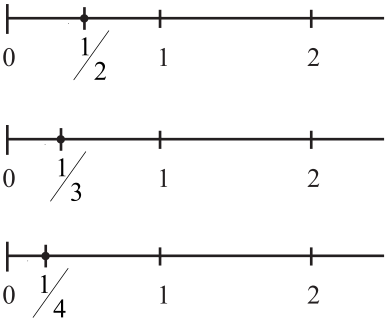
పై పటాలను పరిశీలిస్తే $\frac{1}{4}$ కంటే $\frac{2}{4}$ పెద్దభిన్నం, అలాగే $\frac{3}{4}$ కంటే $\frac{4}{4}$ పెద్దభిన్నం.

$$\frac{1}{4} < \frac{2}{4} < \frac{3}{4} < \frac{4}{4}$$

సజాతి భిన్నాలలో దేని లవం ఎక్కువ అయితే అదే పెద్దభిన్నం అవుతుంది.

II. విజాతి భిన్నాలు :

క్రింది సంఖ్యారేఖపై సూచించిన భిన్నాలను పరిశీలించండి.



పై భిన్నాలను పరిశీలించి $\frac{1}{2}$ కంటే $\frac{1}{3}$ చిన్నది. ($\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$)

$\frac{1}{3}$ కంటే $\frac{1}{4}$ చిన్నది. ($\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$)

$\therefore \frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$ లవాలు సమానంగా ఉన్నపుడు ఏ భిన్నం హారం పెద్దదిగా ఉంటుందో దాని విలువ తక్కువ అని గుర్తించాలి.

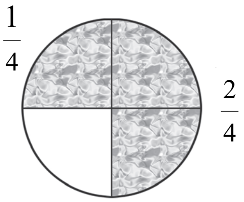
గణిత బోధనాపేటిక (O.B.B. Kit) లోని భిన్నాల చక్రంను ఉపయోగించి

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ ...... లలో ఏది పెద్దభిన్నమో, ఏది చిన్నభిన్నమో చక్కగా అవగాహనపరచవచ్చు.

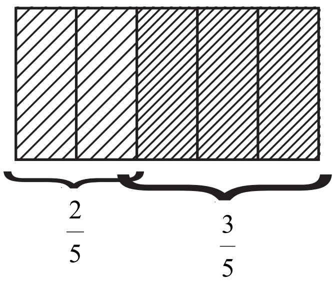
3.6.5 సజాతి భిన్నాల సంకలనం, వ్యవకలనములు

I. సజాతి భిన్నాల సంకలనం :

గణిత బోధనాపేటిక (O.B.B. Kit) లోని భిన్నాల చక్రం సహాయంతో సజాతిభిన్నాల సంకలనంను అవగాహన పరచవచ్చు.



ఉదా : $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

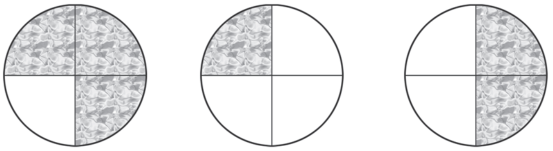


ఉదా : $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{5}{5}$

సజాతి భిన్నాల సంకలనంలో లవాలను కలిపి అదే హారాన్ని రాయాలి.

II. సజాతి భిన్నాల అవకలనం :

ఉదా : $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$



$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$

సజాతి భిన్నాల వ్యవకలనంలో లవాల భేదం రాసి అదే హారాన్ని వేసుకోవాలి.

3.6.6 భిన్నాల గుణకారం

I. సజాతి భిన్నాల సంకలనం :

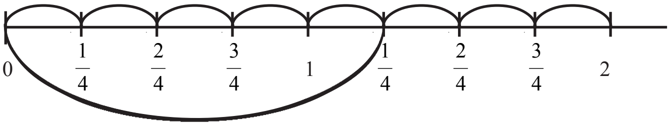
$\frac{1}{4} \times 5 = \frac{5}{4}$

ఆవర్తన సంకలనమే గుణకారం. కావున

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1+1+1+1+1}{4} = \frac{5}{4}$

సంఖ్యారేఖపై ఇట్లా చూపవచ్చు.

$\frac{1}{4} \times 5 = \frac{5}{4}$ లేక $1\frac{1}{4}$ అగును.



★ నిత్యజీవితంలో భిన్నాలు ఉపయోగించే సందర్భాలను విద్యార్థులతో చర్చించండి.

3.7 సంఖ్యాసమితులు, ప్రక్రియలు

3.7.1 సంఖ్యాసమితులు

1. సహజ సంఖ్యలు :

లెక్కించడానికి ఉపయోగించే 1, 2, 3, 4, ... సంఖ్యలను సహజ సంఖ్యలు అంటారు. సహజసంఖ్యా సమితిని 'N' చే సూచిస్తారు.

$$N = \{1, 2, 3, 4, ...\}$$

2. పూర్ణాంకాలు :

సహజసంఖ్యా సమితికి సున్నాను చేర్చిన పూర్ణాంకాల సమితి అవుతుంది. దీనిని 'W' చే సూచిస్తారు.

$$W = \{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$$

3. పూర్ణసంఖ్యలు :

పూర్ణాంకాలు, రుణసంఖ్యలు కలిపిన పూర్ణసంఖ్యలు అవుతాయి. ఈ సంఖ్యలను 'Z' తో సూచిస్తారు.

$$Z = \{\underbrace{...., -3, -2, -1}_{\text{రుణపూర్ణసంఖ్యలు}}, 0, \underbrace{1, 2, 3, ...}_{\text{ధనపూర్ణసంఖ్యలు}}\}$$

గమనిక : '0' ధనసంఖ్య కాదు, రుణసంఖ్య కాదు.

ఈ సంఖ్యాసమితిని సంఖ్యారేఖపై ఇట్లా సూచించవచ్చు.

సముద్రమట్టం నుండి లోతులను పోల్చినపుడు, '0' కంటే తక్కువ ఉష్ణోగ్రతలను రుణసంఖ్యలతో సూచిస్తారు.

అకరణీయ సంఖ్యలు :

a, b లు పూర్ణసంఖ్యలై, $b \neq 0$ గా ఉన్నపుడు $\frac{a}{b}$ రూపంలో రాయ వీలైన సంఖ్యలను అకరణీయ సంఖ్యలు అంటారు. ఈ సంఖ్యల సమితిని 'Q' తో సూచిస్తారు.

$$Q = \left\{ \frac{p}{q} \mid p, q \in Z, \; q \neq 0 \right\}$$

కరణీయ సంఖ్యలు :

a, b లు పూర్ణసంఖ్యలు, $b \neq 0$ అయి, $\frac{a}{b}$ రూపంలో రాయలేని సంఖ్యలను కరణీయ సంఖ్యలు అంటారు.

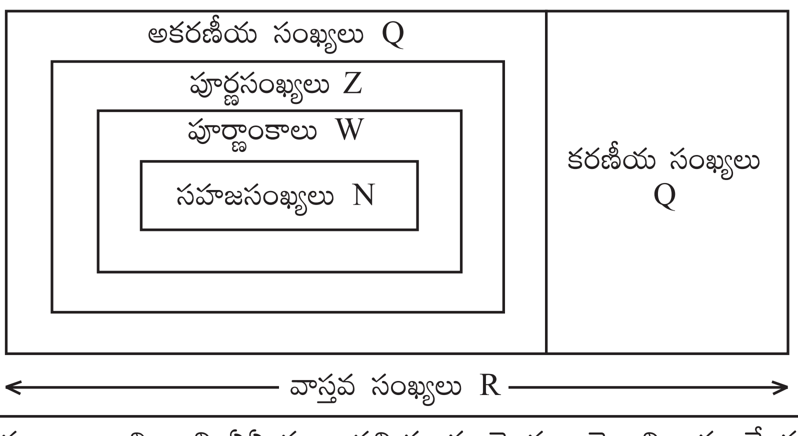
లేదా

కచ్చితమైన వర్గమూలం లేని సంఖ్యలను కరణీయ సంఖ్యలు అంటారు. కరణీయసమితిని 'Q' తో సూచిస్తారు.

వాస్తవ సంఖ్యలు :

అకరణీయ సంఖ్యలు మరియు కరణీయ సంఖ్యలను కలిపి వాస్తవసంఖ్యలు అంటారు. వాస్తవ సంఖ్యాసమితిని 'R' అనే అక్షరంతో సూచిస్తారు.

$$R = Q \cup Q'$$



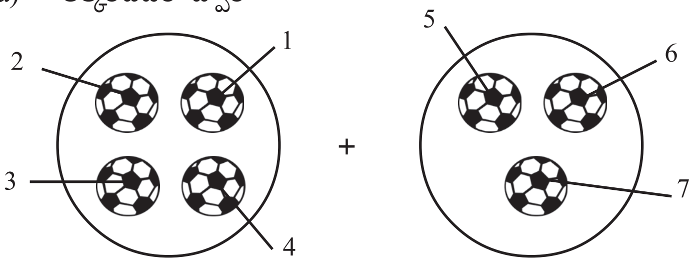
★ తగినన్ని సంఖ్యలు ఇచ్చి అవి ఏఏ సంఖ్యాసమితులకు చెందుతాయో విద్యార్థులచే గుర్తింపజేయండి.

3.7.2 సంఖ్యల చతుర్విధ ప్రాథమిక ప్రక్రియలు

1. **సంకలనం :** విద్యార్థులకు సంకలనం అనే పదం ఉపయోగించేముందు వారికి వ్యవహారిక భాషఅయిన కలపడం, కూడడం, మొత్తం లాంటి పదాలు ఉపయోగించి సంకలన భావన కలుగజేయాలి.

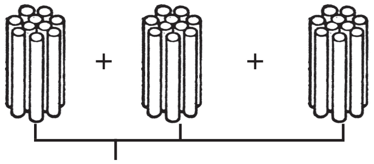
సంకలనంలో వివిధ పద్ధతులు :

(a) లెక్కించడం ద్వారా

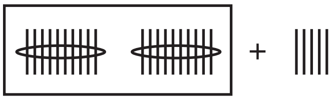


= 7

(b) స్కిప్ కౌంటింగ్ ద్వారా



10 20 30

(c) 

20 + 5 = 25

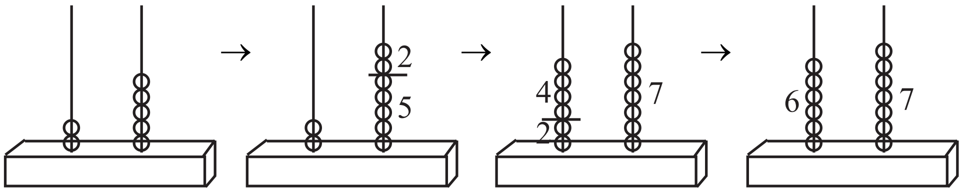
స్థానమార్పిడి లేకుండా (విస్తరణ రూపంను ఉపయోగించి)

33	=	30 + 3
24	=	20 + 4
	=	50 + 7 = 57

(d) స్థానమార్పిడి లేకుండా (పూసలచట్రంను ఉపయోగించి)

ఉదా 25 = 20 + 5 → 2 పదులు + 5 ఒకట్లు

+ 42 = 40 + 2 → 4 పదులు + 2 ఒకట్లు

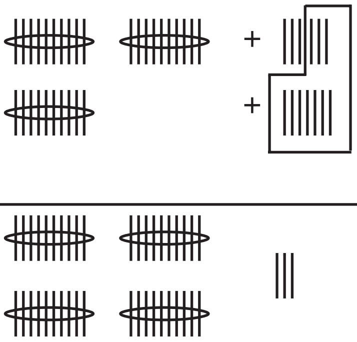


ఒకట్ల స్థానంలో 2 పూసలు కలిపితే

పదుల స్థానంలో 4 పూసలు కలిపితే

6 7

(e) స్థానమార్పిడి కూడికలు (పుల్లలకట్టలు, విడిపుల్లల ద్వారా)

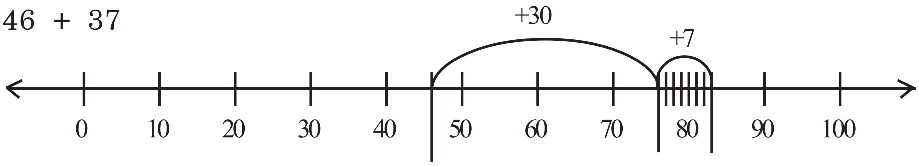
ఉదా : 26 = 

\+ 17 =

	20 + 6
	10 + 7
	30 + 13
	30 + 10 + 3
	40 + 3 = 43

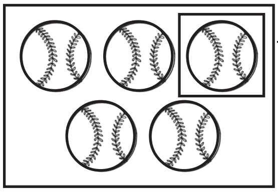
(f) సంఖ్యారేఖ ద్వారా (స్థానమార్పిడి కూడిక)

46 + 37



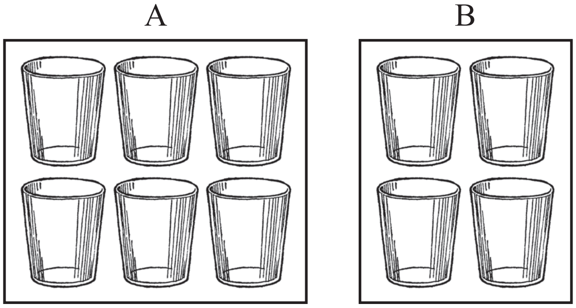
2. **వ్యవకలనం :** వ్యవకలనం పదం ఉపయోగించేముందు పిల్లలకు "మిగిలినవి", "ఎంత ఎక్కువ", "ఎంత తక్కువ", "తేడా ఎంత", "తీసివేస్తే" లాంటి వాడుక పదాలను ఉపయోగించి వ్యవకలన భావనను కలిగించాలి.

(a) ఇవ్వగా మిగిలినవి :



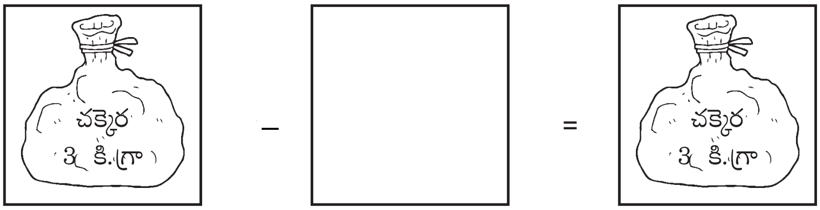
→ ఇచ్చినవి '5' బంతులనుండి '1' బంతిని మీ స్నేహితునికి ఇస్తే మిగిలినవి ....

(b)



ఏ సమూహంలో ఎక్కువ గ్లాసులు ఉన్నాయి ? ఎంత ఎక్కువ ?

(c)



3 కి.గ్రా – 0 కి.గ్రా = 3 కి.గ్రా

(d)

తీసివేస్తే

33 – 12 = 21

★ రెండు సంఖ్యల మొత్తం కనుగొనుటలో ఆరెండు సంఖ్యలను ఏ క్రమంలో తీసుకొని కూడినా ఒకే ఫలితం వస్తుంది.

ఉదా: 39 + 42 = 81

42 + 39 = 81

∴ 39 + 42 = 42 + 39

★ ఏ సంఖ్యకైనా 'సున్న' ను కలిపిన అదే సంఖ్య వస్తుంది.

ఉదా: 12 + 0 = 12

0 + 5 = 5

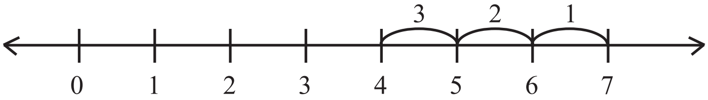
★ రెండు సంఖ్యలను కూడగా వచ్చు మొత్తం ఆ రెండు సంఖ్యల లబ్దం దేనికన్నను పెద్దది.

ఉదా: 10 + 14 = 24 ⇒ 24 > 10 & 24 > 14

★ ఒక సంఖ్యకు అదే సంఖ్యను కలిపిన దాని విలువ రెట్టింపు (రెండు రెట్లు) అగును.

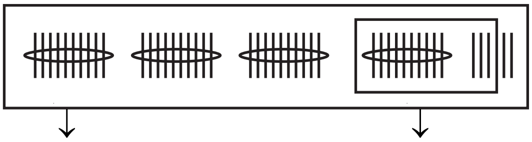
ఉదా: 8 + 8 = 16 (∵ 8 కి రెండురెట్లు 16)

(e) వెనుకకు లెక్కించడం ద్వారా



7 – 3 = 4

(f) పుల్లల కట్టలు, విడిపుల్లల ద్వారా



మొత్తం = 45 ఇచ్చినవి = 13

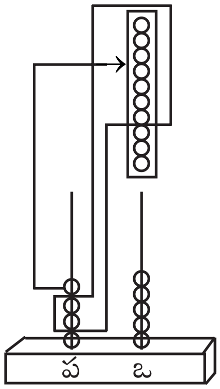
మిగిలినవి = 32

45 – 13 = 32

(g) విస్తరణ పద్ధతి ద్వారా

45	=	40 + 5	=	4 పదులు + 5 ఒకట్లు
24	=	20 + 4	=	2 పదులు + 4 ఒకట్లు
		20 + 1	=	2 పదులు + 1 ఒకటి → 21

(h) పూసలచట్రం నుపయోగించి



45 – 27 = ?

1 పది = 10 ఒకట్లు

ప	ఒ
4	5
3	15
–2	7
1	8

★ 8 – 5 = 3 లో 8 ని వియోగం (వియోజ్యం) అని, 5ని వియోగ్యం అని మరియు 3 ని భేదం (తేడా, వ్యత్యాసం) అని అంటారు.

★ ఒక సంఖ్యనుండి అదే సంఖ్యను తీసివేసిన భేదం 'సున్న'.
ఉదా : 8 – 8 = 0

★ ఒక సంఖ్యనుండి '0' ను తీసివేసిన ఆ సంఖ్యయే వచ్చును.
ఉదా : 7 – 0 = 7

గమనిక : సంకలనం, వ్యవకలనం పరస్పరం విలోమ ప్రక్రియలు.

ఉదా : 4 + 5 = 9
9 – 4 = 5 లేదా 9 – 5 = 4

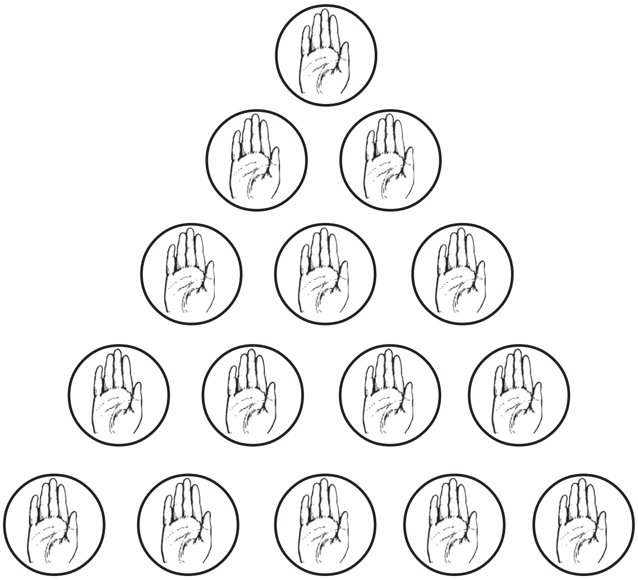
ప్రతి సంకలనానికి రెండు వ్యవకలన సత్యాలు ఉంటాయి.

3. **గుణకారం :** గుణకారం అంటే ఆవర్తన సంకలనమే. లెక్కించడంలో కూడా గుణకార ప్రక్రియ ఇమిడి ఉంది. పండ్లు లెక్కించేటపుడు జతలుగా, 5 లలో, 10 లలో, డజనులలో లెక్కించి తిరిగి మొత్తాన్ని లెక్కగడతాం. ఉదా: ఒక గంపలో 5 డజన్ల అరటిపండ్లు గలవు. అయినా గంపలోగల అరటిపండ్లు ఎన్ని?

జ : 5×12 = 60 పండ్లు

గుణకారం నేర్పడంలో మొదట వస్తువులు, రాళ్ళు, పుల్లలు, చింతగింజలు మొదలయిన వాటిని ఉపయోగించి ఆసక్తికరమైన ఆటలు ఆడించాలి. అలాగే ఎక్కాలు నేర్పడం అంటే యాంత్రికంగా పట్టికలను వల్లెవేయడం కాదు. కొన్ని ఎక్కాల పట్టికలపైనా వస్తువుల సమూహాలను ఉపయోగించి కృత్యాల ద్వారా

అభ్యసన అనుభవాలను కల్పించి క్రింది ఉదాహరణను గమనింపచేసి '5' గుణకార పట్టికను తయారు చేయించాలి.

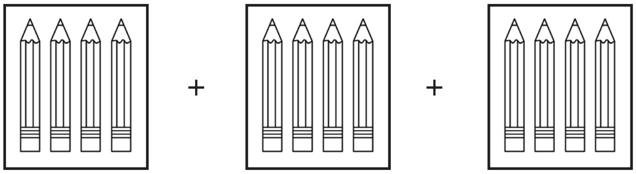


ఒక చేతికి వేళ్ళు	=	5 = 1 × 5 = 5
రెండు చేతులకు వేళ్ళు	=	5 + 5 = 2 × 5 = 10
మూడు చేతులకు వేళ్ళు	=	5 + 5 + 5 = 3 × 5 = 15
నాలుగు చేతులకు వేళ్ళు	=	5 + 5 + 5 + 5 = 4 × 5 = 20
ఐదు చేతులకు వేళ్ళు	=	5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 5 × 5 = 25
పది చేతులకు వేళ్ళు	=	5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 50

పై పద్ధతి ద్వారా అన్ని సంఖ్యల గుణకార పట్టికలను తయారుచేయించవచ్చు. ఇలా చేయించడం వలన కేవలం గుణకార పట్టికలను వల్లెవేయడం అనేది కాకుండా, అవి ఎలా తయారుచేయడం జరిగిందో అర్థమవుతుంది.

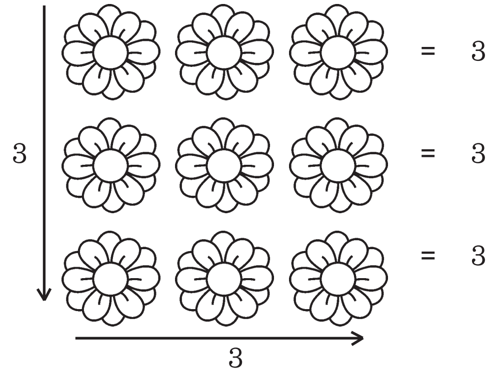
గుణకార ప్రక్రియ ఆవర్తన సంకలనాన్ని సంక్షిప్తంగా రాయడానికి, వేగంగా గణన చేయడానికి ఉపయోగపడుతుంది. గుణకార ప్రక్రియను క్రింది సందర్భాలలో ఉపయోగించవచ్చు.

(a) సమూహంలో వస్తువుల సంఖ్య సమానంగా ఉన్నపుడు :



3 × 4 = 12

(b) వస్తువులను చతురస్ర (లేదా) దీర్ఘచతురస్ర ఆకారంలో పేర్చినపుడు



$3 \times 3 = \underline{\overline{9}}$

(c) ఒక వస్తువు ధర తెలిసినపుడు, కావలసిన వస్తువుల మొత్తం ధర కనుగొనుటకు

ఉదా : ఒక కలము వెల రు. 12/- అయిన 6 కలముల వెల ఎంత?

జవాబు : ఒక కలము వెల = రు. 12/-

6 కలముల వెల = 6×12 = రు. 72/-

(d) పోలిక రెట్లలో ఉన్న సందర్భములో

ఉదా : రాము బరువు 17 కి.గ్రా. అతని తండ్రి బరువు రాము బరువుకు నాలుగురెట్లు. అయిన తండ్రి బరువు ఎంత?

జవాబు : రాము బరువు = 17 కి.గ్రా

తండ్రి బరువు = రాము బరువుకు నాలుగు రెట్లు

= 17×4 = 68 కి.గ్రా

(e) గుణకార పద్ధతి

(i) అడ్డువరుసలో :

$15 \times 3 = (10+5) \times 3$

$= (10\times3) + (5\times3)$

$= 30 + 15 = 45$

(ii) నిలువ వరుసలో :

```
  15          10 + 5
× 3              × 3
-----       ---------
            30 + 15    = 45
-----       ---------
```

(iii) సంక్షిప్త రూపంలో :

```
   ①
   15      5 × 3 = 15
 ×  3      1×3 = 3, ① = 4
 ----
   45
```

(iv) $45 \times 23 = ?$

40 + 5		×
800	100	20
120	15	+ 3

$45 \times 23 = 800 + 100 + 120 + 15 = 1035$

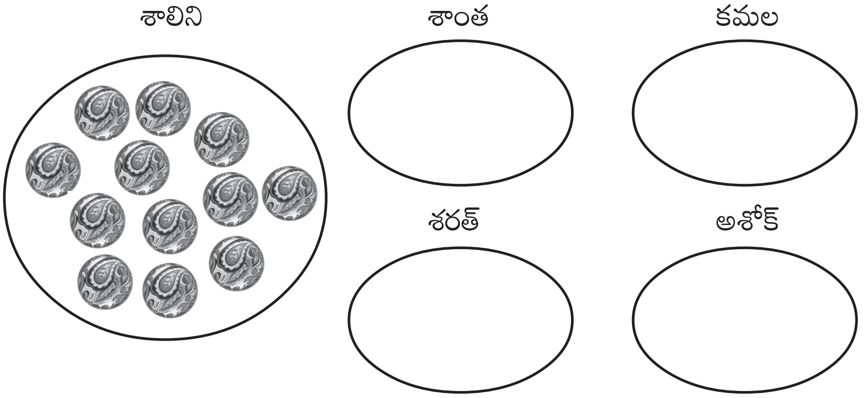
> గుణ్యము అనగా గుణింపబడునది. గుణకం అనేది గుణించునది.
> ఉదా : 5 × 7 = 35. ఇందులో 5-గుణ్యము, 7-గుణకం, 35-గుణిజం (లబ్ధం)

4. **భాగహారం :** భాగహారం అనేది సమానంగా పంచడం, సమాన భాగాలు చేసే ప్రక్రియ అనే భావనను పిల్లలకు కలిగించాలి. ఈ భావనను కలుగజేయుటకు క్రింది కృత్యాలను విద్యార్థులతో చేయించాలి.

(i) ఇచ్చిన వస్తువులను సమానంగా పంచుకుంటే, ఒక్కొక్కరికి ఎన్ని వస్తువులు వస్తాయి ?

(ii) ఇచ్చిన వస్తువులను కావలసిన రాశిలో పంచగా ఎంతమందికి పంచవచ్చును ?

భాగహారం అంటే "సమాన భాగాలుగా పంచడం" అని అర్థం. క్రింద చూపిన విధంగా 12 గోళాలను 4 గురు స్నేహితులకు సమానంగా పంచండి.



శాలిని గోళీలను తీసుకొని ఒక గోళీని శాంతకు, ఒక గోళీని కమలకు, ఒక గోళీని శరత్‌కు, ఒక గోళీని అశోక్‌కు ఇచ్చింది. ఈవిధంగా ఒక్కొక్కరికి ఒక గోళీ ఇచ్చిన తరువాత, మళ్ళీ ఒక్కొక్కటి చొప్పున ఇచ్చుకుంటూ పోయింది. ఇలా గోళీలన్నీ అయిపోయేదాకా పంచింది.

మొత్తం గోళీలు	=	12
మొదటిసారి పంచిన గోళీలు	=	−4
మిగిలిన గోళీలు	=	8
రెండవసారి పంచిన గోళీలు	=	−4
మిగిలిన గోళీలు	=	4
మూడవసారి పంచిన గోళీలు	=	−4
మిగిలిన గోళీలు	=	0

దీనిని $12 \div 4 = 3$ గా రాయవచ్చు

పై ఉదాహరణ ద్వారా భాగహారప్రక్రియ ఆవర్తన వ్యవకలనం అని విద్యార్థులకు గ్రహింపచేయాలి.

భాగహారం - గుణహారం

$15 \div 5$

15 ను 5 తో భాగించాలంటే గుణకార పట్టిక సహాయంతో సులభంగా చేయవచ్చు.

$5 \times 1 = 5$

$5 \times 2 = 10$

$\boxed{5 \times 3 = 15} \rightarrow 15 \div 5 = 3$ అదేవిధంగా $\boxed{15 \div 3 = 5}$

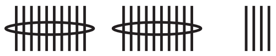
$5 \times 4 = 20$

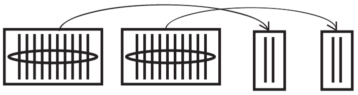
పై పరిశీలన ద్వారా గుణకార ప్రక్రియనుండి భాగహారం కనుగొనవచ్చు. అలాగే భాగహార ప్రక్రియనుండి గుణకారం కనుక్కోవచ్చు. ఇవి పరస్పరం విలోమాలు.

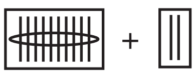
భాగహార ప్రక్రియ : భాగహారం చేసే పద్ధతిని కింద సూచించిన విధంగా చేస్తే విద్యార్థులు సులభంగా అవగాహన పొందుతారు.

ఉదా : $24 \div 2$

(1) పుల్లల కట్టలు, విడిపుల్లల ద్వారా

24 = 

$24 \div 2$ = 

ఒక్కొక్కరికి వచ్చే పుల్లలు =  = 10 + 2 = 12

(2) విస్తరణ రూపంలో రాయడం ద్వారా

24 = 20 + 4

2) 2 పదులు + 4 ఒకట్లు (1 పది + 2 ఒకట్లు = 10 + 2 = 12

2 పదులు

0 పదులు + 4 ఒకట్లు

4 ఒకట్లు

0 ఒకట్లు

$\therefore$ 24 ÷ 2 = 12

(3) సంక్షిప్త పద్ధతి

2) 24 (12   2 × 1 = 2

2   2 × 2 = 4

0 4

4

(0)

24 ÷ 2 = 12

గమనిక : భాగహార ప్రక్రియకు సంఖ్యల ఎడమ ప్రక్కనుండి మొదలై కుడివైపుకు ప్రయాణిస్తాం. కాని మిగతా ప్రక్రియలలో కుడివైపునుండి ఎడమవైపునకు ప్రయాణిస్తాం. ఎందుకంటే స్థానవిలువలు ఎక్కువ ఉన్నవైపునుంచి భాగించడం సులభంగా ఉంటుంది. విద్యార్థులకు సరియైన అవగాహన కల్గి తప్పులు లేకుండా భాగహారం చేసేందుకు కింది పద్ధతి ఉపయోగపడుతుంది.

ఉదా : 505 ÷ 5

(500 + 5) ÷ 5 = $\frac{\text{5 వందలు + 0 పదులు + 5 ఒకట్లు}}{5}$

= 1 వంద + 0 పది + 1 ఒకటి

= 100 + 0 + 1

= 101

సంక్షిప్తరూపం

5) 505 (101

5

0 0

0

0 5

5

(0)

$\therefore$ 505 ÷ 5 = 101

★ చతుర్విధ ప్రాథమిక క్రియల అభ్యసనకు, అవగాహనకు ఉపయోగపడే క్రీడలు, పాటలు గురించి వివరాలు సేకరించండి. వాటి వినియోగం, ప్రయోజనం గురించి మీ సహవిద్యార్థులతో చర్చించండి.

చతుర్విధ ప్రాథమిక ప్రక్రియలపై రాతసమస్యలు :

విద్యార్థులు చతుర్విధ ప్రాథమిక సమస్యలపై పట్టు సాధించినప్పటికి, పాఠ్యపుస్తకంలో ఇచ్చే పదసమస్యల సాధనలో ఇబ్బందిపడుతుంటారు. సాధారణంగా ఈ పదసమస్యలు వాస్తవిక జీవిత సమస్యలను ప్రతిబింబిస్తాయి. ఈ సమస్యల్లో నేరుగా కూడండి, తీసివేయండి, గుణించండి అని చెప్పడానికి అవకాశం లేదు. విద్యార్థులు సమస్యను పూర్తిగా చదివి, అవగాహన చేసుకొని, విశ్లేషణతో సమస్య సాధనకు తగిన పద్ధతిని ఎన్నుకొని సాధించడం జరుగుతుంది. పదసమస్యల సాధనలో ఈకింది సోపానాలు పాటించాలి.

1. ఇచ్చిన సమస్యను పూర్తిగా చదివి, అవగాహన చేసుకోవడం.
2. సమస్యను విశ్లేషణ చేయాలి – ఏమి కనుగొనాలి? దత్తాంశంలో ఇవ్వబడిన రాశులు ఏవి? ఇవ్వబడిన రాశలకు, కనుగొనవలసిన రాశులకు మధ్య సంబంధాన్ని ఏర్పరచడం.
3. ఈ సంబంధాలను గణిత వాక్యాలుగా రాయడం.
4. సమస్యను సోపానయుక్తంగా తగిన ప్రక్రియలనుపయోగించి సాధించడం.
5. వచ్చిన సాధనా విలువను సరైన రీతిలో వ్యాఖ్యానించడం.

ఉదా : ఒక సైకిలు ధర రు.2850. రామయ్య 3 సైకిళ్ళు కొని దుకాణదారునికి రు.9000 ఇచ్చారు. దుకాణదారుడు రామయ్యకి ఎంత డబ్బు తిరిగి ఇవ్వాలి?

సాధన: (i) సమస్యలో ఏమి కనుగొనాలి?

(జ) దుకాణదారుడు రామయ్యకు తిరిగి ఇచ్చిన సొమ్ము.

(ii) రామయ్యకు తిరిగి ఇచ్చు సొమ్ము ఎలా వస్తుంది?

(జ) దుకాణదారునికి ఇచ్చిన సొమ్ము నుండి 3 సైకిళ్ళ ధరను తీసివేసిన వస్తుంది.

(iii) 3 సైకిళ్ళ ధర ఎలా వస్తుంది?

(జ) ఒక సైకిల్ ధరను 3 చే గుణించిన వస్తుంది.

(iv) ఒక సైకిల్ ధర ఎంత?

(జ) రు. 2,850/–

సాధన విధానం :

ఒక సైకిల్ ధర = 2,850/–

3 సైకిళ్ళ ధర = 2,850 × 3 = రు.7550/–

దుకాణదారునికి ఇచ్చిన సొమ్ము = రు.8,000/–

దుకాణదారుడు రామయ్యకు తిరిగి ఇచ్చు సొమ్ము = రు.8,000 – 7,550

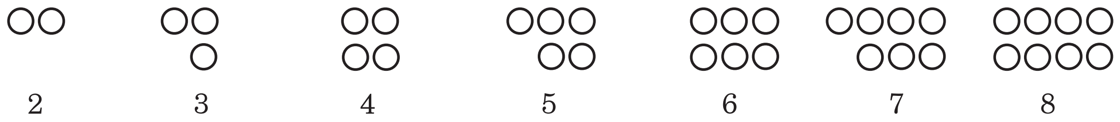
= రు.450/–

ఇలా సమస్యను విశ్లేషణాత్మకంగా తర్కించి సమస్యను సాధించడం జరుగుతుంది. కావున ఇలాంటి రాతసమస్యలు సాధించు విధానాన్ని విశ్లేషణ – సంశ్లేషణ, సమస్యా పరిష్కార పద్ధతులలో వివరంగా చర్చించడం జరిగింది.

★ విద్యార్థులు వారి నేపథ్యంలో కొన్ని పదసమస్యలు చెప్పేట్లు ప్రోత్సహించండి. ఆ సమస్యా సాధనలకు తగిన విశ్లేషణను వారితో చేయించండి.

సరిసంఖ్యలు – బేసిసంఖ్యలు

సరి, బేసి సంఖ్యల గురించి విద్యార్థులకు అవగాహన కలిగించడానికి రాళ్ళు (లేదా) చింతగింజలను జతలుగా పేర్పించాలి. చింతగింజలను జతలుగా పేర్చినపుడు సరిగ్గా జతలుగా ఏర్పడిన గింజల సంఖ్యను సరిసంఖ్యగా, ఒక చింతగింజ మిగిలిన బేసిసంఖ్యను విద్యార్థులకు అవగాహన కల్పించాలి.



★ జతలుగా పేర్చగలిగిన గింజల సంఖ్యలు – 2, 4, 6, 8, ... ఈ సంఖ్యలను '2' చేత నిశ్శేషంగా భాగించవచ్చు.

★ జతలుగా పేర్చిన ఒక గింజ మిగిలిన సంఖ్యలు 3, 5, 7, ... ఈ సంఖ్యలను '2' చే భాగిస్తే '1' శేషం వస్తుంది.

'2' చేత నిశ్శేషంగా భాగించబడే సంఖ్యలను సరిసంఖ్యలు అంటారు (లేదా) '2' గుణిజాలు సరిసంఖ్యలు.

'2' చేత భాగిస్తే '1' శేషం వచ్చే సంఖ్యలను బేసిసంఖ్యలు అంటారు (లేదా)
2 గుణిజాలు కానివి బేసిసంఖ్యలు. 1 ని కూడా బేసిసంఖ్యగా తీసుకుంటాం. ఉదా : 1, 3, 5, 7

గమనిక : వరుసక్రమంలో గల సహజ సంఖ్యలలో సరి, బేసి సంఖ్యలు ఒకదాని తరువాత ఒకటి వస్తాయి.
ఉదా : (1), [2], (3), [4], (5), [6], (7), [8], ...

◯ – బేసిసంఖ్యలు, ☐ – సరిసంఖ్యలు

గుణిజాలు : ఏ సంఖ్యనైనా 1, 2, 3, ... లతో గుణిస్తే వచ్చే లబ్ధాలను ఆ సంఖ్యయొక్క గుణిజాలు అంటారు.

ఉదా : $5 \times 1 = 5$

$5 \times 2 = 10$

$5 \times 3 = 15$

కావున '5' యొక్క గుణిజాలు 5, 10, 15, ...

గమనిక : (1) ప్రతి సంఖ్యకు దానికదే గుణిజం

(2) ఒక సంఖ్య యొక్క గుణిజాలు అనంతం.

సామాన్య గుణిజాలు : రెండుగాని, అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల గుణిజాలు పోల్చినపుడు వానిలో ఉమ్మడిగా ఉండే గుణిజాలని సామాన్య గుణిజాలు అంటారు.

ఉదా : 3 యొక్క గుణిజాలు – 3, 6, 9, 12, 15, 18, ...

6 యొక్క గుణిజాలు – 6, 12, 18, 24, ...

3, 6 ల సామాన్య గుణిజాలు – 6, 12, 18, ...

3.8 సంఖ్యావ్యవస్థ - అభ్యసన సామగ్రి

ప్రాథమిక స్థాయిలో ఉండాల్సిన కనీస బోధనాభ్యసన సామగ్రి

అభ్యసన సామగ్రి	పెంపొందించే భావనలు
1. పూసల దండ	★ సంఖ్యాభావన ★ సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారం ★ భాగహారం
2. సంఖ్యా రిబ్బను	★ ముందు, తరువాత, మధ్య సంఖ్యలు ★ సంఖ్యాక్రమం ★ ఆరోహణ, అవరోహణ క్రమాలు ★ ఎంత ఎక్కువ, ఎంత తక్కువ
3. గోళీలు	★ లెక్కించుట ★ సంఖ్యా భావన ★ సంఖ్యలు ఏర్పరుచుట ★ సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారం, భాగహారం ★ గుండ్రని ఆకారం
4. సంఖ్యాచార్టు	★ సంఖ్యలను గుర్తించుట ★ సంఖ్యాక్రమం ★ ముందు, తరువాత, మధ్య సంఖ్యలు ★ సంకలనం, వ్యవకలనం ★ 100 వరకు సరి, బేసి సంఖ్యలను గుర్తించుట
5. ఐస్ పుల్లలు	★ లెక్కించుట ★ సంఖ్యలు ఏర్పరచడం ★ సంకలనం ★ వ్యవకలనం ★ గుణకారం ★ భాగహారం ★ స్థానవిలువలు ★ సంక్షిప్త, విస్తరణ రూపాలు

అభ్యసన సామగ్రి	పెంపొందించే భావనలు
6. పరమపదసోపానం	★ చతుర్విధ ప్రక్రియలు
7. 0 నుండి 9 వరకు సంఖ్యా కార్డులు	★ సంఖ్యాభావన ★ స్థాన విలువలు
8. డమ్మీనోట్లు	★ ద్రవ్యం ★ స్థానవిలువలు ★ విస్తరణ, సంక్షిప్త రూపాలు ★ సంఖ్యా భావన
9. పూసల చట్రం	★ సంఖ్యాభావన ★ స్థాన విలువలు
10. డైస్ (పాచికలు)	★ చతుర్విధ ప్రక్రియలు
11. పెగ్ బోర్డు	★ స్థాన విలువలు ★ ఎక్కాలు
12. జియోబోర్డు	★ సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారం

★ భావనలు పెంపొందించేందుకు అభ్యసన సామాగ్రి ఎలా ఉపయోగపడుతుంది? – ఆలోచించండి.

★ సూచించిన అభ్యసన సామాగ్రితోపాటు అదనంగా అభ్యసన సామాగ్రి ఉపయోగించు సందర్భాలు గుర్తించండి.

ప్రాజెక్టు పని

1. వివిధ సంఖ్యారూపాలను (Pattern of numbers) సేకరించిండి (లేదా) తయారుచేయండి.
2. సంఖ్యలతో గమ్మత్తైన ఆటలను సేకరించి విద్యార్థులతో ఆడించండి. దీనిద్వారా విద్యార్థుల ప్రతిస్పందనలు నమోదుచేయండి.
3. 3×3, 4×4 మాయా చదరాలను (Magic Squares) తయారుచేయండి. విద్యార్థులతో చేయించండి.
4. వివిధ వార్తాపత్రికలు, మ్యాగజైన్ల నందు ప్రచురించబడిన పజిల్స్, వింతచదరాలు, గణిత ఆటలు, చిక్కు ప్రశ్నలను సేకరించి, స్క్రాప్‌బుక్‌ను తయారుచేయండి. విద్యార్థులు ఆయా సమస్యలకు సమాధానాలు కనుగొనునట్లు చూడండి.
5. భాగహార సమస్యలు తగినన్ని సమస్యలను సేకరించి, సాధనా ప్రక్రియల ఆధారంగా వాటిని వర్గీకరించండి. తగిన వ్యూహాల ననుసరించి బోధించి మీ అనుభవాల నివేదిక రాయండి.

నియోజనాలు (Assignments)

1. పూర్వగణిత భావనలను విద్యార్థులలో అభివృద్ధి పరచడానికి తగిన కృత్యాలను సూచించండి.
2. విద్యార్థులతో సంఖ్యాభావన ఏర్పరిచే విధానాన్ని వివరించండి.
3. సంఖ్యల గురించి బోధించేటప్పుడు విద్యార్థులతో ఆసక్తి కలిగించే కొన్ని ఆటలు వివరించండి.
4. స్థానవిలువలు బోధించుటకు తగిన కృత్యాలను సూచించండి.
5. 1, 2 తరగతుల విద్యార్థులు సంఖ్యలను నేర్చుకొనే విధానాన్ని పరిశీలించి, వారు చేసే తప్పులను గుర్తించండి. వాటి నివారణకు తగిన కృత్యాలను సూచించండి.
6. లెక్కించడంలో చతుర్విధ ప్రక్రియలు ఎట్లా ఇమిడిఉన్నాయి? వివరించండి.
7. హిందూ-అరబిక్ సంఖ్యామానంలో '0' ప్రాముఖ్యతను వివరించండి.
8. విద్యార్థులకు సంకలన, వ్యవకలన భావనను ఎలా కలుగజేస్తారో వివరించండి.
9. విద్యార్థులకు గుణకార, భాగహార భావనలను ఏవిధంగా పెంపొందిస్తారో తెలియజేయండి.
10. విద్యార్థులు పదసమస్యల సాధనలో ఎదుర్కొనే ఇబ్బందులు, వాటిని అధిగమించడానికి ఉపాధ్యాయునిగా మీరు చేపట్టే చర్యలను పేర్కొనండి.

4 జ్యామితీయరూపాలు, అంతరాళాలు, నమూనాలు (అమరికలు), మాపనముల దృశ్యీకరణం

విషయక్రమం :

4.0 లక్ష్యాలు

4.1 ఆకారాలు - రకాలు - ద్విమితీయ (2D) - త్రిమితీయ (3D)

4.2 జ్యామితీయ - ఆకారాలు - అవగాహన - నిర్వచనం - ఆవశ్యకత మరియు భేదాలు (2D మరియు 3D)

4.3 ప్రాదేశిక అవగాహన

4.4 వైశాల్యం, చుట్టుకొలత

4.5 వివిధ కొలతలు

4.6 అమరికలు (నమూనాలు) - నిర్వచనం - అవసరం, రకాలు

లక్ష్యాలు :

ఈ అధ్యాయాన్ని చదివిన తరువాత ఉపాధ్యాయ-విద్యార్థులు

★ వివిధ రకాల వస్తువులు, ఆకారం, పరిమాణం అంతరాళంలోని నమూనాల గురించి అవగాహన కలిగియుంటారు.

★ ప్రాథమిక జ్యామితీయ భావాలైన, బిందువు, తలము, రేఖ, అంచు, వైశాల్యం, మొ॥ భావాలను గురించి అవగాహన కలిగియుంటారు.

★ వివిధ రకాలైన అమరికలు; అమరికలు మరియు కొలతల మధ్య సంబంధాన్ని అవగాహన చేసుకుంటారు.

★ వివిధ జ్యామితీయ పటాల ప్రాదేశిక అవగాహన కల్గియుంటారు.

★ వివిధ జ్యామితీయ పటాల వైశాల్యాలు, చుట్టుకొలతల అవగాహన కల్గిఉంటారు.

★ జ్యామితీయ భావనలకు సంబంధించిన జ్ఞానమును నిత్యజీవితంలో వినియోగించు అవగాహన కల్గియుంటారు.

★ దూరమానం, తులామానం, ద్రవమానం, ద్రవ్యమానం, కాలమానం సంబంధించిన అంశాలపై అవగాహన కల్గియుంటారు.

★ పై అంశాల బోధన-అభ్యసనకు అవసరమగు సామాగ్రిని ఎంపిక చేసి వినియోగించగలుగుతారు.

పరిచయం:

అంతరాళము దాని విస్తృతికి చెందిన గణితశాస్త్రమును **జ్యామితి** అంటారు. ఇది వస్తువుల స్థానము, ఆకారము, పరిమాణాల గురించి తెలియజేస్తుంది. 'జ్యామితి' అనే పదం గ్రీకు భాష నుండి తీసుకోబడింది. గ్రీకు భాషలో 'జియో' అనగా 'భూమి' మరియు 'మెట్రిన్' అనగా కొలమానం అని అర్థం. విద్యార్థులు తమ చుట్టూఉన్న వస్తువులను గమనిస్తూ కొన్ని ప్రాథమిక జ్యామితీయ భావాలైన బిందువు, తలము, రేఖ, అంచువైశాల్యం, ఘనపరిమాణం మొ॥ భావనలను తెలుసుకుంటారు.

జ్యామితి కొన్ని నిత్య జీవిత సందర్భాలు, వాటి నిర్వచనాలు, నిరూపకాలు, తార్కిక ఆలోచనల ద్వారా రూపొందించిన గణితాంశం, ప్రాథమిక స్థాయి నుంచే జ్యామితీయ ఆకారాల పట్ల అవగాహన కల్గించడం ఎంతో అవసరం. వీటి ద్వారా జ్యామితీయ గణిత భావనలను విద్యార్థులు పెంపొందించుకుంటారు.

4.1 ఆకారాలు - రకాలు - జ్యామితీయ (2D) - త్రిమితీయ (3D) :

మనం దైనిందిక జీవితంలో అనేకరకాల వస్తువులను చూస్తుంటాము. పుస్తకాలు, డస్టర్, బీరువా, టేబుల్, బంతి మొదలైనవి కొన్ని ఉదాహరణలు. ఇవన్నీ వేరువేరు ఆకారాలలో ఉంటాయి. కానీ, ఉమ్మడిగా వాటికున్న ధర్మం ఏమిటి ప్రశ్నించుకుంటే, పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తు లేక లోతు అనే మూడు కొలతలు ఉండటం. అంతేకాక, అంతరాళంలో ఈ వస్తువులు కొంత ప్రదేశాన్ని ఆక్రమించడం అనే అంశాలు గమనించవచ్చు. పొడవు, వెల్పు, ఎత్తు లేక మందం లేక లోతు అనే మూడు కొలతల దృష్ట్యా ఆ వస్తువులు మూడు పరిమాణాలు కల్గిఉన్నాయని తెలుసుకుంటాం. అందుచే అంతరాళంలో అస్తిత్వం గల ఈ వస్తువులను త్రిపరిమాణ (3D) ఆకారాలు అంటాం. అయితే బంతి వంటి వస్తువులకు పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తు అనే కొలతలు ఉన్నట్లు అనలేం. కాని మూడు పరిమాణాల్లో కొలతలు (సమానంగా) ఉండి, అంతరాళంలో ప్రాదేశికత కల్గిఉన్న బంతి, గోళి వంటి వస్తువులు కూడా త్రిపరిమాణ (3D) ఆకారాలే. కొలతల దృష్ట్యా త్రిపరిమాణ వస్తువులను త్రిమితీయ (3D) వస్తువులని అంటాం.

> పొడవు, వెడల్పు మరియు ఎత్తు అనే మూడు కొలతలు కల్గియున్న రేఖీయ పటాలు / వస్తువులను త్రిమితీయ రూపం (3D) అంటారు. ఉదా:- ఘనము, దీర్ఘఘనము, శంకువు, స్థూపము మరియు గోళము.

ఘనము, దీర్ఘఘనము వంటి త్రిమితీయ వస్తువులు, తలాలను కల్గి వుంటాయి. ప్రతీ తలము పొడవు, వెడల్పు లేదా పొడవు, ఎత్తు లేదా వెడల్పు, ఎత్తుగా రెండు కొలతలు కల్గి వుంటాయి. ఘనము యొక్క తలాలు చతురాస్రాకారంలోను, దీర్ఘఘనము యొక్క తలాలు దీర్ఘచతురాస్రాకారంలో ఉండటం గమనించవచ్చు. ఈవిధంగా రెండు కొలతలు లేక పరిమాణం కల్గి చతురస్రం, దీర్ఘచతురస్రం వంటి పటాలను ద్విపరిమాణ లేక ద్విమితీయ (2D) పటాలు అంటాం. వృత్తం, త్రిభుజం కూడా ద్విమితీయ పటాలే. ద్విమితీయ పటాలను ఒకే తలంలో అనగా ఒక పేపర్ పై లేక నల్లబల్ల పై గీయగలము. దానికి కారణం అవి ఒక తలంలో కొంత ప్రదేశాన్ని ఆక్రమించడమే. ద్విమితీయ పటాలు ఒక తలంలో కొంత ప్రదేశాన్ని ఆక్రమిస్తే త్రిమితీయ పటాలు అంతరాళంలో కొంత ప్రదేశాన్ని ఆక్రమిస్తాయి.

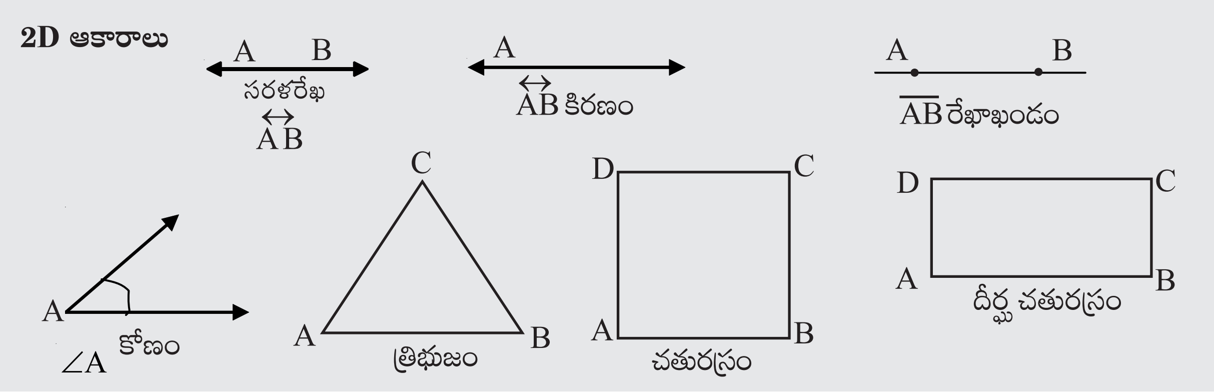
> వెడల్పు మరియు పొడవు అనే రెండు కొలతలు మాత్రమే కలిగియున్న రేఖీయ చిత్రాలను ద్విమితీయ (2D) పటాలు అంటారు. ఉదా:- చతురస్రం, వృత్తం, త్రిభుజం మొ॥నవి.

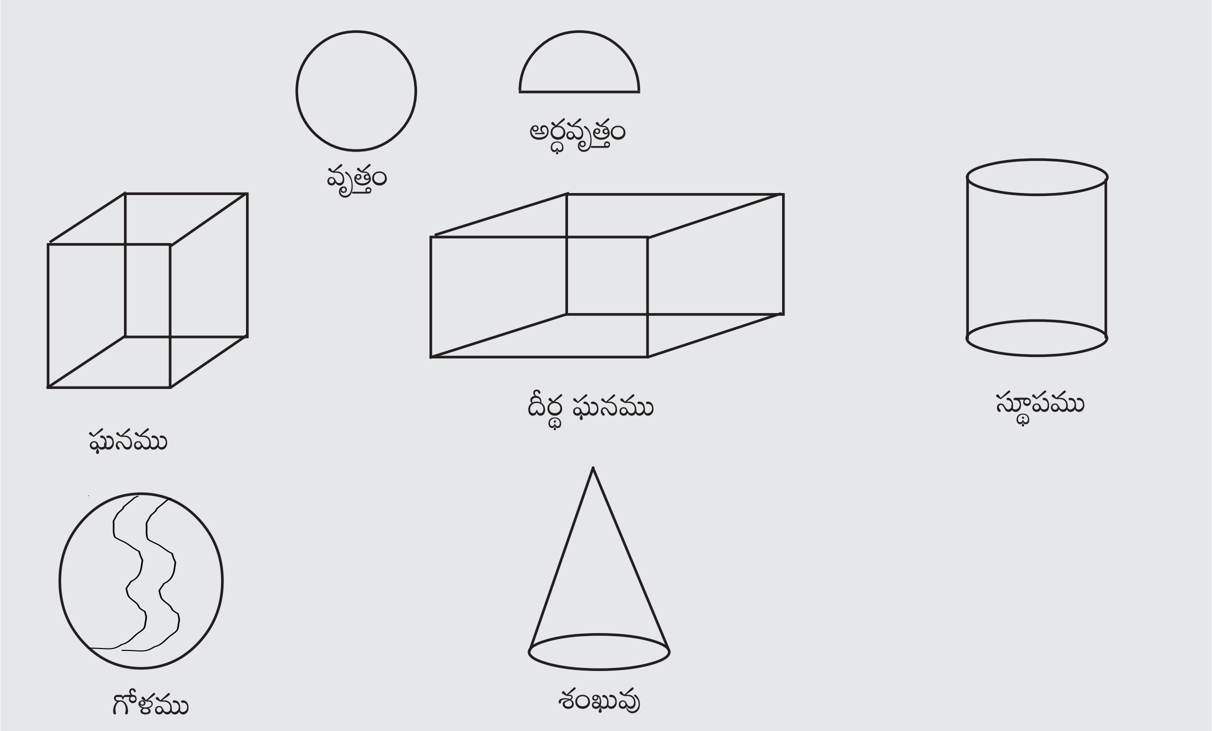
కొన్ని ఉదాహరణలు :

2D రేఖీయ చిత్రాలు	3D రేఖీయ చిత్రాలు
చతురస్రం	ఘనం
దీర్ఘచతురస్రం	దీర్ఘఘనం
త్రిభుజము	శంఖువు
వృత్తం	స్థూపం
చతుర్భుజం	గోళము
బహుభుజాలు	

★ మరికొన్ని 2D, 3D పటాల పేర్లను రాయండి.

★ నీ పరిసరాల్లో నీవు గమనించే వస్తువులను 2D, 3D పటాలుగా గుర్తించండి.



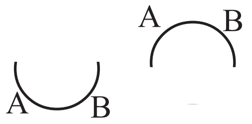


4.2 జ్యామితీయ ఆకారాలు – అవగాహన, నిర్వచనము, ఆవశ్యకత – బేధాలు.

జ్యామితి కొన్ని స్వానుభవ విషయాలు, నిర్వచనాలు, నిర్ధారణాలు, తార్కిక ఆలోచనల ద్వారా రూపొందిన గణితాంశం, జ్యామితీయ ప్రాథమిక భావనలను గురించి అవగాహన చేసుకుంటాం.

బింధువు : 'బిందువు' ఒక స్థానాన్ని సూచిస్తుంది. ఇది అనిర్వచితమైంది. రేఖాఖండం, వక్రరేఖ, సరళరేఖ ఏదైన ప్రారంభమయ్యేది బిందువుతోనే అనే భావన ద్వారా 'బింధువు' అనే పదాన్ని అవగాహన పరచవచ్చు.

వక్రరేఖ : ఒకేదశలో అమరిక పొందని బిందు సముదాయాన్ని వక్రరేఖ లేక చాపరేఖ అంటాము.



సరళరేఖ : ఒకే దిశలో అమర్చిన బిందు సముదాయాన్ని సరళరేఖ అంటారు.

$\overleftrightarrow{AB}$

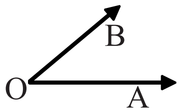
రేఖాఖండము : ఒక సరళరేఖలోని ఒక భాగాన్ని రేఖా ఖండము అంటారు. దీనికి రెండు అంత్యబిందువులు ఉంటాయి.

$\overline{AB}$

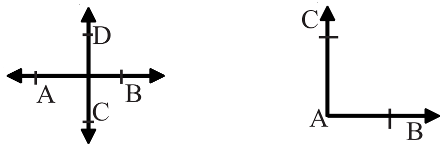
కిరణం : ఒక బిందువు నుంచి ప్రారంభమై ఒక తిన్నని మార్గంలో అనంతంగా ప్రయాణించేది.

$\overrightarrow{AB}$

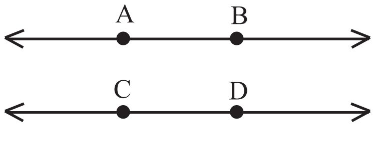
కోణం : ఒకే మూలబిందువును కలిగిఉన్న రెండు కిరణాల మధ్యఉన్న ప్రదేశాన్ని కోణం అంటారు.



లంబం : ఒకే తలంలో ఉన్న రెండు సరళరేఖల మధ్యకోణం 90^0. దీనిని '⊥' తో సూచిస్తారు.

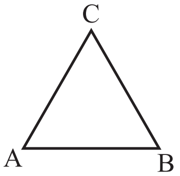


సమాంతర రేఖలు : ఒకే తలంలో ఉన్న రెండు సరళరేఖలు రెండు పక్కల కు పొడిగించిన అవి ఖండించుకోకపోతే అటువంటి సరళరేఖలను సమాంతర రేఖలు అంటారు. వీటిమధ్య దూరం ఎక్కడైనా సమానంగా ఉంటుంది. సమాంతరాన్ని '||' గుర్తుతో సూచిస్తారు.

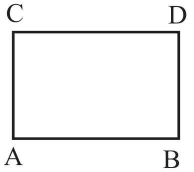


$AB \parallel CD$

త్రిభుజము : ఒకే తలంలో మూడు భుజాలు కలిగి ఉండే సంవృత పటాన్ని త్రిభుజం అంటారు. లేదా మూడు భుజాలు, మూడు కోణాలు కలిగి ఉన్న బహుభుజిని త్రిభుజం అంటారు. దీనిని '**Δ**' గుర్తుతో సూచిస్తారు.

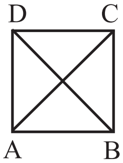


దీర్ఘచతురస్రం : ఒక చతుర్భుజంలో ఎదురెదురు భుజాలు సమానంగా ఉండి ఒక్కొక్క కోణం 90^0 ఉంటే, ఆ చతుర్భుజాన్ని దీర్ఘచతురస్రం అంటారు.



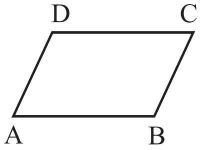
$\overline{AB} = \overline{CD}, \ \overline{AC} = \overline{BD}$

చతురస్రం : నాల్గు భుజాలు సమానమైన చతుర్భుజాన్ని చతురస్రం అంటారు.



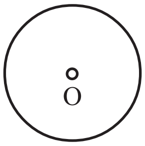
$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}, \ \overline{AC} = \overline{BD}$

సమాంతర చతుర్భుజం : ఒక చతుర్భుజంలోని ఎదురెదురు భుజాలు సమాంతరమైతే దానిని సమాంతర చతుర్భుజం అంటారు.

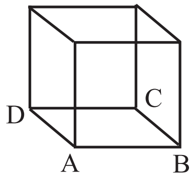


$\overline{AB} \parallel \overline{CD}, \ \overline{AD} \parallel \overline{BC}$

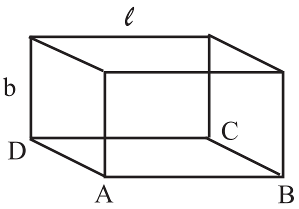
వృత్తం : ఒక స్థిర బిందువు నుంచి సమాన దూరంలో గీసిన ఒక సంవృత వక్రరేఖను వృత్తం అంటారు.



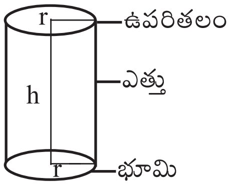
సమఘనము : ఒక క్రమ ఘనాకారం వస్తువు పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తుల కొలతలు సమానంగా ఉంటే దానిని ఘనం/ సమఘనం అంటాం. దీని తలాలు అన్నీ చతురస్రాలే.



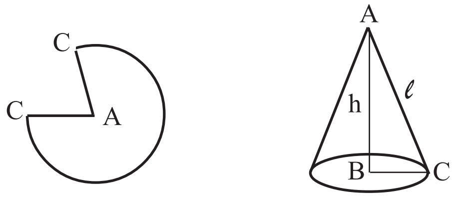
దీర్ఘఘనము : ఒక క్రమ ఘనాకార దీర్ఘ ఘన తలాలు దీర్ఘ చతురస్రాలు.



స్థూపం : స్థూపం ఒక క్రమ ఘనాకారం. పక్కతలం వక్రంగా ఉంది, ఉపరితలం, భూమి, సమాంతరంగా సమాన వృత్తాలు కలిగివున్న వస్తువును స్థూపం అంటారు. దీర్ఘ చతురస్రాకారపు పలుచని అట్టముక్కను పొడవు వెంబడి మడిస్తే రెండు వెడల్పులు కలుసుకొని స్థూపాకారం ఏర్పడుతుంది.

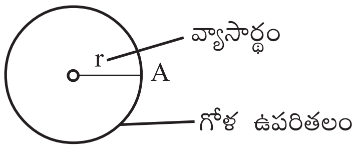


శంకువు : పలుచని అట్టముక్కను పటం (1) లో చూసినట్లు వృత్తాకారంగా కత్తిరించి దానిని పటం (2) లో చూపిన విధంగా వ్యాసార్ధాలు కలిసినట్లు మడిస్తే శంకువు ఏర్పడడాన్ని గమనించండి.



(i) (ii)

గోళం : విద్యార్థులు ఆడుకొనే గోలీలు, బంతులు, గుండ్రని గాలిబుగ్గలు మొ॥నవి చూపిస్తు, ఇటువంటి గుండ్రని ఆకారాన్ని గోళం అంటారని తెలపాలి. గోళానికి ఒకే ఒక కొలత ఉంటుంది. అది దాని వ్యాసార్థం.



ఆకారాలు, అవగాహన :

- సరళరేఖ భావనను, గది అంచు, టేబుల్ చివరలు, పుస్తకం చివరలు, నల్లబల్ల అంచులు మొ॥నవి చూపుతూ అవగాహన పరచాలి.
- కిరణం భావనను, సూర్యకిరణాలతో వచ్చే వెలుగు రేఖలను చూపిస్తూ అవగాహన పరచాలి.
- నాణేలు, గుండ్రని మూతల తలాలు మొ॥నవి వృత్తాకార ఆకారాలు అని అవగాహన పరచాలి.
- కిటికి చువ్వలు, రైలు పట్టాలు మొ॥నవి చూపుతూ సమాంతర రేఖలను అవగాహన పరచాలి.
- గది మూలలో ఏర్పడే కోణం లంబకోణం అని అవగాహన పరచాలి.
- పుస్తకం పై ఉండే అట్టలు, చార్టులు మొ॥నవి దీర్ఘచతురస్రాలను చూపిస్తాయి.
- నిజజీవితంలో కనిపించే వస్తువులు వివిధ ఆకారాలను కల్గిఉంటాయని తెల్సుకుంటారు.

- వివిధ ఆకారాల అందమైన అమరికలను తయారుచేయాలి.
- వివిధ ఆకారాల కలయికలో కొత్త ఆకారాలను సృష్టించవచ్చు.
- ఆకారాలను అవగాహన చేసుకోవడం వలన జ్యామితీయంగా ఆలోచించగల్గుతారు.

4.3 ప్రాదేశిక అవగాహన

ద్విమితీయ వస్తువులు ఒక తలముపై గీయదగినవి. కావున ఆ పటాల తాలూకు వైశాల్యాల అవగాహన సూత్రముల సహాయంగా పొందుట కొంతవరకు సులభము. కాని త్రిమితీయ వస్తువులు అంతరాళంలో కేవలం కొంతప్రదేశాన్ని ఆక్రమించుటయే గాక, వాటి ఉపరితలాలు, సంపూర్ణ తలాలు గురించి అవగాహనకు కొంత పరిశ్రమ అవసరం. ఈవిధంగా త్రిమితీయ వస్తువులు ప్రాదేశికతను సమగ్రంగా అర్థం చేసుకోవడాన్ని ప్రాదేశిక అవగాహన అంటారు. త్రిమితీయ వస్తువు అంతరాళంలో ఆవరించియుండు ప్రదేశాన్ని ఆ వస్తువు ఘనపరిమాణంగా భావిస్తారు.

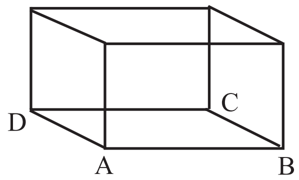
కొన్ని త్రిమితీయ వస్తువులు–వాటి ప్రాదేశిక అవగాహన :

దీర్ఘఘనము : ఒక దీర్ఘఘనాకారం పొడవు l, వెడల్పు b, మరియు ఎత్తు h, అయిన దాని ఘనపరిమాణం.

దీర్ఘఘనము ఘనపరిమాణం = $l.b.h$

దీర్ఘఘనము ప్రక్కతల వైశాల్యం = $2h(l+b)$

దీర్ఘఘనము సంపూర్ణతల వైశాల్యం = $2(lb+bh+lh)$

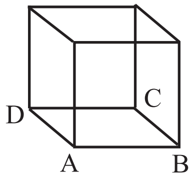


సమఘనము : ఒక సమఘనము భుజం 'a' అయితే

సమఘనము ఘనపరిమాణం = a^3

సమఘనము ప్రక్కతల వైశాల్యం = $4a^2$

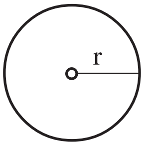
సమఘనము సంపూర్ణతల వైశాల్యం = $6a^2$



గోళము : ఒక గోళము వ్యాసార్థం, 'r' యూ॥ అయిన

గోళము ఘనపరిమాణం = $\frac{4}{3}\pi r^3$

గోళము ఉపరితల వైశాల్యం = $4\pi r^2$

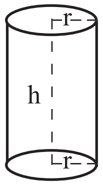


స్థూపం : స్థూపం వ్యాసార్థం r, ఎత్తు h యూనిట్లు అయిన

స్థూపం ఘనపరిమాణం = $\pi r^2 h$

స్థూపం ప్రక్కతల లేక వక్రతల వైశాల్యం = $2\pi r h$

స్థూపం సంపూర్ణతల వైశాల్యం = $2\pi r(r+h)$

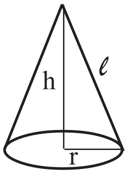


శంకువు: ఒక శంకువు నిలువుటెత్తు 'h', వాలు పై ఎత్తు 'l' మరియు భూవ్యాసార్ధం 'r' యూనిట్లైతే, $l^2 = h^2+r^2$

శంకువు ఘనపరిమాణం = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

శంకువు వక్రతల లేక ప్రక్కతల వైశాల్యం = $\pi r l$

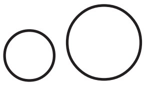
శంకువు సంపూర్ణతల వైశాల్యం = $\pi r(l+r)$

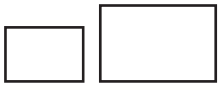


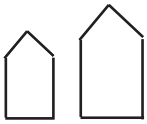
4.4 వైశాల్యం, చుట్టుకొలత :

క్షేత్ర గణితంలో 'వైశాల్యం' ఒక ముఖ్యభావన. పటంలో దీర్ఘచతురస్రాకారం కొంతభాగాన్ని ఆక్రమిస్తుంది. దీనిని దీర్ఘచతురస్ర ప్రదేశం అంటాం. ఈ ప్రదేశం ఎంతో తెలిపే కొలతను వైశాల్యం అంటాం. దీనిని చదరపు ప్రమాణాల్లో కొలుస్తారు.

కృత్యం : క్రింది సంవృత పటాలను పరిశీలించి, వీనిలో ఏవి ఎక్కువ ప్రదేశమును ఆక్రమిస్తాయో గుర్తించండి.

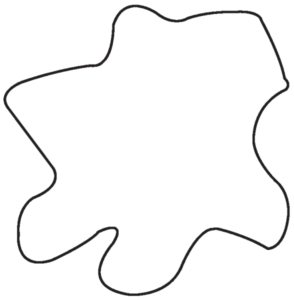

(a)

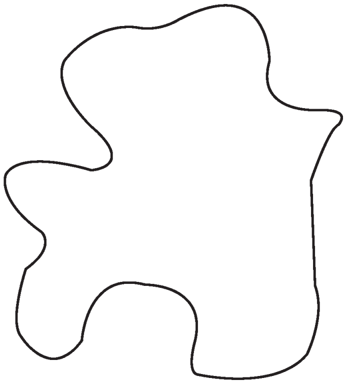

(b)


(c)

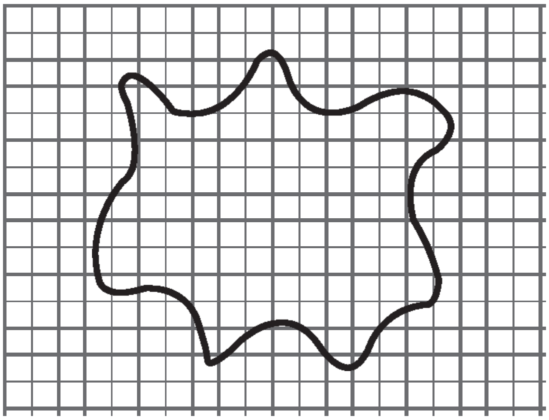
నిర్వచనం : ఏదైన సంవృత పటం ఆక్రమించే ప్రదేశాన్ని "వైశాల్యం" అంటాం. విద్యార్థులచే అనేక కృత్యాలు చేయించడం ద్వారా వైశాల్య భావనను పెంపొందించవచ్చు.

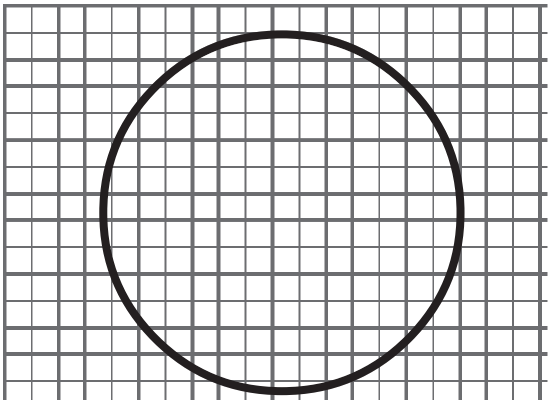
ఈక్రింది పటాలను గమనించండి.


(d)


(e)

ఈ చిత్రాలలో ఎక్కువ వైశాల్యం గలదేదో చెప్పగలరా? అయితే ఇలాంటి అక్రమాకార వస్తువులు ఆక్రమించిన స్థలాన్ని కొలవడానికి గ్రాఫ్ పేపర్ ద్వారా సాధ్యపడుతుందని పిల్లలకు వివరించాలి.


(f)

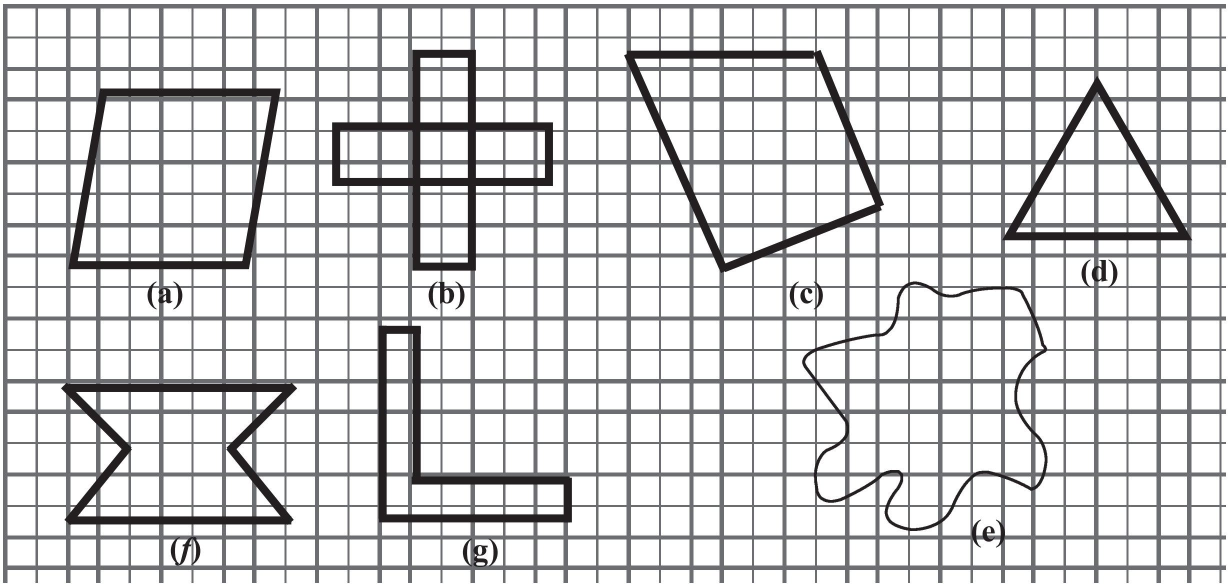

(g)

గ్రాఫ్ పేపర్‌లో 1 సెం.మీ × 1 సెం.మీ భుజం గల చతురస్రాలుంటాయని మనకు తెలుసుకదా! ఈ గ్రాఫ్ పేపర్‌పై పై ఆకారాన్ని ఉంచి అంచుల వెంబడి గీయమనడం, ఎన్ని గడులు ఆ ఆకారానికి అవసరమవుతాయో ఆ సంఖ్యను ఆ ఆకారం యొక్క వైశాల్యం అంటామని పిల్లలకు అవగాహన కల్గించవచ్చును.

ప్రయత్నించండి :

వైశాల్యము అంటే ఏమిటో, ఎలా కనుగొనాలో తెలుసుకున్నాం కదా! మరిప్పుడు కొన్ని పటాల వైశాల్యాలను కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి.

చతురస్ర గళ్ళను లెక్కించుట ద్వారా క్రింది పటాల వైశాల్యాలు కనుగొనండి. ఒక్కొక్క గడి వైశాల్యము 1చ.సెం.మీ.



ఇవి చేయండి :

1. ఆకులను, పూలరేకులను, గళ్ళ కాగితం పై వుంచి వాటి అంచులవెంబడి గీచి వాని వైశాల్యములను కనుగొనుము?
2. గ్రాఫ్ పేపర్ పై రేఖీయ ఆకృతులను గీచి, ఆ ఆకృతులు ఆక్రమించిన చతురస్రాలను లెక్కించుట ద్వారా వాటి వైశాల్యమును అంచనావేయండి.
3. ఒకే చుట్టుకొలత కలిగిన రెండు వేర్వేరు దీర్ఘచతురస్రాలను గీయుమ. వాటి వైశాల్యములను పోల్చుము. అవి సమానమేనా?
4. నీ తరగతి గది యొక్క వైశాల్యం కనుగొనుము.
5. మీ ఇంటి తలుపు వైశాల్యం కనుగొనుము.
6. నీ తరగతి గదిలో నల్లబల్ల వైశాల్యం కొలవండి.

చతురస్ర వైశాల్యము :

4 భుజాలు సమానముగానున్న రేఖీయపటాన్ని చతురస్రమంటారు. ఉదాహరణకు 4 సెం.మీ భుజం గల ఒక చతురస్రాన్ని తీసుకుందాం. దీనిని గళ్ళకాగితముపై గీయమందాం.

చతురస్ర భుజం 4 సెం.మీ. గా గమనించగలరు. మరియు పొడవు వెడల్పులను సమానంగా గల దీర్ఘచతురస్రమునే చతురస్రం అంటారు అని కూడా గమనించగలరు. ఈ ఫలితం నుండి చతురస్రవైశాల్యానికి సూత్రమును ఊహించమనడం.

భుజం × భుజం = పొడవు × వెడల్పు = 4×4 = 16 చ.సెం.మీ.

దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము : గళ్ళ కాగితంపై పొడవు 7 సెం.మీ, వెడల్పు 4 సెం.మీ. కొలతలు గల దీర్ఘచతురస్రము యొక్క వైశాల్యమును లెక్కించమనడం.

దీర్ఘచతురస్రం ఆక్రమించిన ప్రదేశంలో అడ్డువరసను 7 చదరాలు, నిలువు వరుసకు 4 చదరాలు కలవు. కావున మొత్తం చదరాల సంఖ్య = 7×4 = 28. అదేవిధంగా దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము = పొడవు (అడ్డువరుస) × వెడల్పు (నిలువు వరుస) = 7సెం.మీ × 4సెం.మీ = 28చ.సెం.మీ. గమనింపజేయవచ్చు.

కృత్యము : క్రింది కొలతలతో దీర్ఘచతురస్రాలను గళ్ళ పేపర్‌పై నిర్మించి అది ఆక్రమించిన గళ్ళ(చదరాలు)ను లెక్కించుట ద్వారా దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యాన్ని కనుగొనుము. దీర్ఘచతురస్రాల పొడవు, వెడల్పుల లబ్ధాన్ని కనుగొనుము. ఫలితాల నుంచి నీవేమి గ్రహింపగలవు ?

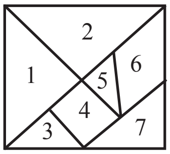
క్రమసంఖ్య	పొడవు	వెడల్పు	చదరాల సంఖ్య	పొడవు × వెడల్పు = వైశాల్యం
1	4	3	?	?
2	7	4	?	?
3	6	5	?	?

పై ఫలితాలు మరియు చర్చ నుంచి దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము = పొడవు × వెడల్పు అని నిర్ధారించగలవు.

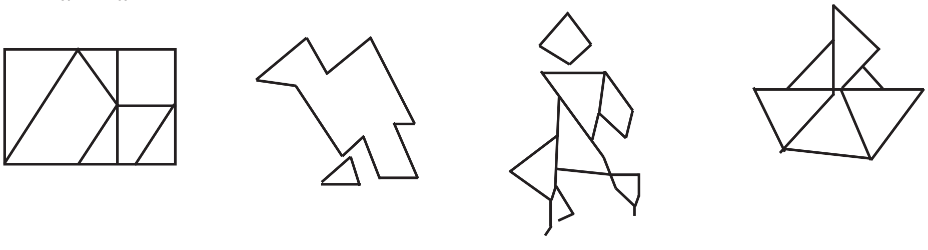
ఆలోచించండి : చతురస్ర వైశాల్యానికి సూత్రాన్ని రాబట్టండి.

మాదిరి సమస్య : ఒక దీర్ఘచతురస్రము, ఒక చతురస్రముల వైశాల్యములు సమానము. దీర్ఘచతురస్రము యొక్క పొడవు, వెడల్పులు వరుసగా 16 సెం.మీ, 9 సెం.మీ అయిన చతురస్ర భుజము ఎంత?

4.4 వైశాల్యం బహురూప నిత్యత్వ సూత్రం పాటిస్తుంది



చైనీస్ టాన్ గ్రామ్ ద్వారా ఆకారాలు వేరువేరుగా ఉన్నప్పటికీ వైశాల్యం ఒకటియగు అనే భావన రకరకాల పటాలను గమనించి అవగాహన చేయవచ్చు. టాన్‌గ్రామ్ చతురస్రంలోని 7 ముక్కలతో వివిధ రకాల ఆకారాలను ఏర్పర్చవచ్చు. అన్ని ఆకారాల వైశాల్యముల మొత్తం, చతురస్ర వైశాల్యానికి సమానం అని చెప్పవచ్చు.



చుట్టుకొలత (Perimeter)

ఒక తీగను తీసుకొని ఒక్కొక్క పటానికి అవసరమైన ముక్కలుగా సరిపడేట్లు కత్తిరించండి. ఈ తీగ ముక్కలను ఒక్కొక్క సంవృత పటం యొక్క అన్ని భుజాలపై అమర్చండి. ఈవిధంగా ఆకారం యొక్క భుజాలన్నీ తీగముక్కలనే అమర్చబడిన తరువాత వాటిని తొలగించి ఆకారం యొక్క తీగముక్కల మొత్తం పొడవును కనుగొనమనడం. ఈ కోణం ఆ పటం చుట్టూ ఒకసారి తీగను చుట్టుటకు కావలసిన తీగ పొడవును ఇస్తూ, ఈ తీగపొడవునే ఆ సంవృతపటం యొక్క 'చుట్టుకొలత' అంటాము.

నిర్వచనం : ఒక సంవృత పటం చుట్టూ, దాని యొక్క అంచువెంట ఒకసారి చుట్టు తిరిగి రావడానికి ప్రయాణించవలసిన మొత్తం దూరాన్ని చుట్టుకొలత అంటారు.

రేఖా ఖండాలచే ఏర్పడిన సంవృతపటం యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనడానికి దాని భుజాల పొడవుల మొత్తం కనుగొనుము.

ప్రయత్నించండి : 1. ఒక టేబుల్ చుట్టూ అంచు పై భాగముల యొక్క కొలతలు వరుసగా లెక్కించి దాని చుట్టుకొలతను కనుగొనండి.

2. మీ గణిత పాఠ్యపుస్తకం పొడవు, వెడల్పులు కనుగొని వాటి ద్వారా చుట్టుకొలతను లెక్కించమనడం.

ప్రాజెక్టుపని : 41సెం.మీ పొడవు గల తీగనిచ్చి పిల్లల్ని దీనితో ధనపూర్ణ సంఖ్యలయ్యేవిధంగా దీర్ఘచతురస్రాన్ని తయారుచేయమనడం. కారణాల జట్ల వారీగా నివేదించమనడం. చుట్టుకొలతను లెక్కించి సరిచూడుట.

చతురస్రంలో 4 భుజాలు సమానం కావున దాని చుట్టుకొలత = 4 × భుజము అని గ్రహింపచేయాలి. సమబాహు త్రిభుజం చుట్టుకొలత = 3 × భుజం పొడవు.

4.5 వివిధ కొలతలు :

దైనందిన జీవితంలో వివిధ వస్తువులు లేదా రాశులను వివిధ మాసనాలనుగా ఉపయోగించి కొలవడం జరుగుతుందని విద్యార్థులకు కూడా అనుభవం. ఒక బట్టల దుకాణానికి వెళ్ళి కావలసిన గుడ్డ పొడవు మీటర్లలో, సెంటీ మీటర్లలో చెప్పడం, అలాగే బియ్యం, పంచదార మొ॥లగు వస్తువులు కొనవలసి వచ్చినపుడు గ్రాములు, కిలో గ్రాముల రూపంలో బరువులను తూచడం జరుగుతుందని, అలాగే బజారులో వస్తువులను కొనేటప్పుడు, ఒక్కొక్క వస్తువు ఒక్కొక్క ధరలో ఉంటుందని, వానిని కొన్నప్పుడు ధరకు సరిపడే డబ్బులు ఇచ్చి వస్తువులను కొంటామని, అలాగే పాలు లేక నూనె వంటి ద్రవరూప వస్తువులను లీటర్లలో కొలుస్తామని, విద్యార్థులు స్వానుభవంలో గ్రహిస్తారు. అలాగే కాలాన్ని కొలవడానికి వివిధ రకాల మాసనాలు అంటే సంవత్సరం, నెల, వారం, రోజు, గంట, నిముషం, సెకండ్లు ఉన్నాయని గ్రహిస్తారు.

విద్యార్థులకు కొలతలకు సంబంధించి భావనలు అభివృద్ధి పరచడానికి మూడు స్థాయిల్లో తగిన అనుభవాలు కలిగించాలి.

- పూర్వానుభవం ఏర్పరచడం
- నిర్దిష్టం కాని ప్రమాణాలలో వస్తువులను కొలవడం
- ప్రామాణిక కొలతలు ఉపయోగించడం

4.5.1 దూరమానం, తులమానం, ద్రవమానం

వివిధ కొలమానాలను దశాంశ పద్ధతిలో కొలుస్తాం. దీనిని మెట్రిక్ పద్ధతి అంటాం.

	వేలు	వందలు	పదులు	ఒకట్లు	దశాంశం	శతాంశం	సమస్రాంశం
సంఖ్యామానం	1000	100	10	1	1/10	1/100	1/1000
దూరమానం	కిలోమీటర్	హెక్టామీటర్	డెకామీటర్	మీటర్	డె.సీ.మీటర్	సెంటీమీటర్	మిల్లీమీటర్
తులామానం	కిలోగ్రాము	హెక్టాగ్రాము	డెకాగ్రాము	గ్రాము	డె.సీ.గ్రాము	సెంటీగ్రాము	మిల్లీగ్రాము
ద్రవమానం	కిలోలీటర్	హెక్టాలీటర్	డెకాలీటర్	లీటర్	డె.సీ.లీటర్	సెం.టీ.లీటర్	మిల్లీలీటర్

దూరమానము : మెట్రిక్ పద్ధతిలో దూరమానాన్ని దిగువ ప్రమాణాల్లో రాయవచ్చు.

10 మి.మి	-	1 సెం.మీ	1 కి.మీ	=	1000 మీ
10 సెం.మి	-	1 డె.సెం.మీ	1 హె.మీ	=	100 మీ
10 డెసి మి	-	1 మీటర్	1 డెకా.మీ	=	10 మీ
10 మి	-	1 డెకా.మీ	1 డె.సి.మీ	=	1/10 మీ = 0.1మీటర్
10 డెకా మీ	-	1 హెక్టా మీ	1 సెం.మీ	=	1/100 మీ = 0.01 మీటర్
10 హెక్టా మీ	-	1 కి.మీ॥	1 మిల్లీ.మీ	=	1/1000 మీ = 0.001 మీటర్

దూరమానానికి సంబంధించి వివిధ సామర్థ్యాలకు విద్యార్థులలో అభివృద్ధి పరచడానికి ముందు చెప్పినవిధంగా మూడుస్థాయిల్లో తగిన అనుభవాలు కలిగించాలి.

స్థాయి-1 : పొడవుకు సంబంధించిన పూర్వ అనుభవము ఏర్పరచడం
రెండు వస్తువుల పొడవులకు పోల్చడం
పొడవుల ఆధారంగా వస్తువులను ఆరోహణ క్రమం లేదా అవరోహణ క్రమంలో అమర్చడం
సమాన పొడవులు గల వస్తువులను గుర్తించడం
పొడవుకు సంబంధించి నిత్యత్వ భావన ఏర్పరచడం (పొడవు ఒకటేనని గుర్తించడం)

స్థాయి-2 : నిర్ధిష్టం కాని ప్రమాణాలతో (బెత్తె,జాన,మూర) పొడవులను కొలవడం
పొడవును కొలవడానికి సాధారణంగా మన శరీరభాగాలు పాదం, బెత్తె, జాన, మూర, అడుగు లాంటి కొలతలు వాడుతున్నాం కాని ఈ కొలతలు ఒక్కొక్క వ్యక్తికి ఒక్కొక్కవిధంగా ఉంటాయి. కాబట్టి ఇలా వస్తువులు పొడవు, దూరాలు ప్రామాణికం కానట్టి ప్రామాణిక కొలతలు ఆవశ్యకత ఏర్పడినవి.

స్థాయి-3 : ప్రామాణిక కొలతలైన మీటర్ స్కేలు, సెంటీమీటర్ స్కేలును ఉపయోగించి వివిధ పొడవులను కొలవడం. అదేవిధంగా బరువులను తూచడానికి మరియు ద్రవాలను కొలవడానికి ప్రామానిక కొలతలు గ్రాము, లీటర్‌ను తెలియపరచడం.

4.5.2 ద్రవ్యము : విద్యార్థులకు ద్రవ్యములో క్రింది అంశాలలో సామర్థ్యం పెంపొందింపజేయాలి.

- వాడుకలో ఉన్న మనదేశం యొక్క కరెన్సీనోట్లు, నాణేలు పరిచయం చేయడం
- ఇచ్చిన విలువకు సరిపడే వివిధ కరెన్సీ నోట్లను, నాణేలను చెల్లించడం
- పైసలను, రూపాయల్లోకి మార్చడం, రూపాయలను పైసాల్లోకి మార్చడం
- రూపాయలు-పైసలను దశాంశ రూపంలో రాయడానికి నైపుణ్యం కల్గించడం.

4.5.3 కాలమానం : కాలం అమూల్యమైన భావన. కాలమానులైన రోజు, వారం, నెల, సంవత్సరం, పగలు, రాత్రి, గంట, నిముషం, సెకండ్ వంటి భావనలు కల్గించడానికి నిత్యజీవితంలో కాలానుగుణంగా చేసే పనులను విద్యార్థులతో చర్చించాలి. విద్యార్థులలో కాలానికి సంబంధించిన ఈ క్రింది సామర్థ్యాలు కల్గించడానికి తగిన అభ్యసను భావాలు కల్గించాలి.

- క్యాలెండర్‌ను ఉపయోగించడం
- క్యాలెండర్ ను తయారు చేయడం
- క్యాలెండర్ అవసరము
- సంవత్సరకాలంలో రోజులు, నెలలు, వారాలు
- నెలలో రోజులు
- లీపు సంవత్సరము
- గడియారం సూచించిన సమయాన్ని చదవడం
- 24 గంటల గడియారం ప్రకారం రైల్వే టైంటేబుల్ చదవడం
- సమయాన్ని ఉదయం, సాయంత్రం, am, pm గా సూచించడం

4.6 అమరికలు - నిర్వచనం, ఆవశ్యకత మరియు రకాలు

అమరికలు - భావన, నిర్వచనం

కొన్ని వస్తువులు లేదా అంశాలను చూడగానే ఒకవిధమైన సౌందర్యానుభూతి మనకు కలుగుతుంది. ఇది స్వాభావికంగా ఆ వస్తువు లేదా అంశంలో ఉండే సౌందర్యం కావచ్చు. లేదా, ఆయా వస్తువులను ఒక క్రమపద్ధతిలో అమర్చటం ద్వారా సౌందర్యం ఏర్పడవచ్చు. ఈవిధంగా ఒక నిర్ణీతమైన ఏర్పాటు ద్వారా సౌందర్యానుభూతిని సాధించే క్రమాన్ని అమరిక అంటారు.

మన చుట్టూ ఉన్న ప్రకృతిలో కూడా అనేక రకాలైన అమరికలను మనం గమనించవచ్చు. పుష్పాలు, శిల్పాలు, కట్టడాలు, వాటి ప్రత్యేక అమరికల ద్వారా చూపరుల దృష్టిని ఆకర్షిస్తాయి. ఇళ్ళముందు మహిళలు వేసే ముగ్గుల్లోని సౌందర్యం కూడా ముగ్గు అమరికలో ఉన్న వైవిధ్యం కారణంగానే ఏర్పడుతుంది.

దైనందిన జీవితంలో కూడా ఇంట్లోని కిటికీలు, ప్రహరీ తదితర నిర్మాణాల్లో క్రమత (అమరిక) ఉంటుంది. ఈ అమరిక నియమానుసారంగా జరుగుతుంది. అందువల్లే, ఆయా అంశాలకు చక్కటి ఆకర్షణ ఏర్పడుతుంది.

కాబట్టి, అంశాలను నియమానుసారంగా పేర్చటాన్ని అమరికగా పేర్కొనవచ్చు. గణితశాస్త్రంలో అంకెలు, సంఖ్యలు, రేఖలు, చిత్రాలను నియమానుసారంగా అమర్చడం ద్వారా వాటికి నూతనత్వాన్ని సాధించవచ్చు. గణితంలోని అనేక ప్రాథమిక భావనలు క్రమ అమరికల ద్వారా సాధారణీకరణం చేయటం ద్వారా ఏర్పడినవే. అందుకనే, గణితశాస్త్రాన్ని నమూనాలు లేదా అమరికల శాస్త్రంగా పేర్కొన్నారు.

ఈ మొత్తం చర్చ ఆధారంగా, పునరావృతమయ్యే వరుసక్రమాన్ని అమరికగా నిర్వచించవచ్చు. దీన్నే 'నమూనా' అని కూడా అంటారు.

అమరికలు – ఆవశ్యకత

అమరిక లేదా నమూనా అనేది కొలతల్లో క్రమత్వాన్ని సూచిస్తుంది. మనిషిలో అంతర్గతంగా కలిగే కోరిక లేదా అవసరం వల్ల అమరికను ఏర్పరచటం జరుగుతుంది. అంటే, అమరికను మానవుని ఆలోచనా ప్రక్రియ లేదా ఆలోచన ఫలితంగా పేర్కొనవచ్చు. మనిషి మేధస్సు అతడు తయారుచేసిన అమరికలో ప్రతిబింబిస్తుంది. గణితంలో నమూనాల ఆవిష్కరణ కూడా ఈవిధంగానే అనేక పరిశోధనల ఫలితంగా జరిగింది.

ప్రాథమికస్థాయి / పాఠశాల గణితంలో నమూనాల వినియోగం, విస్తృతి చాలా ఎక్కువగా ఉంటాయి. వరుసక్రమం, అభిసరణ, అంతరాళం వంటి అంశాలు అమరిక పరిధిలోకి వస్తాయి.

అమరికలో ఒకవిధమైన ఆకర్షణ ఉంటుంది. అంకెలు లేదా సంఖ్యలను వివిధ ఆకారాల్లో అమర్చటం ద్వారా చక్కని ఆకృతులు ఏర్పడతాయి. ఇవి ప్రాథమికస్థాయి విద్యార్థుల దృష్టిని ఆకర్షిస్తాయి. వీటిని పరిశీలించటం ద్వారా విద్యార్థుల్లో క్రమబద్ధమైన ఆలోచనలు, తార్కికత, సృజనాత్మకత వృద్ధిచెందుతాయి. ఊహించటం, అనుసంధానించటం, సాధారణీకరణ వంటి నైపుణ్యాలు కూడా పెరుగుతాయి. సమస్యా సాధనకు, బీజగణిత భావనల అవగాహనకు అమరికల పట్ల ఉండే అవగాహన ఉపయోగిస్తుంది. ఈ ప్రయోజనాలన్నిటి దృష్ట్యా ప్రాథమికస్థాయి విద్యార్థులకు అమరికలు తప్పనిసరిగా నేర్పించాలి.

నిత్యజీవితంలో అమరికలు :

మనచుట్టూ ఉండే పరిసరాల్లో ఎన్నో రకాలైన అమరికలు ఉంటాయి. వీటన్నిటిని విద్యార్థులచేత పరిశీలింపజేయటం ద్వారా వారిలో గణిత పఠనాభిలాష పెంపొందింపజేయవచ్చు. ఇంట్లో ఉండే వివిధ వస్తువులు, ఉపకరణాలు, కిటికీలు, ప్రహరీ, ఇతర అలంకరణ వస్తువులు... వీటన్నిటిలో ఉండే అమరికలను బాలల చేత పరిశీలింపజేయాలి.

పసితనంలో ఆడే ఆటల నుంచి ప్రాథమికస్థాయి విద్యార్థిగా పాఠశాలలో చేరిన తర్వాత కూడా అనేక సాధారణ పరిశీలనల ద్వారా అమరికల గురించి అవగాహన పొందవచ్చు. ఇందుకు కొన్ని ఉదాహరణలు చూద్దాం.

★ ఆటలు ఆడేందుకు ఉపయోగించే బొమ్మల్లో అనేక ఆకారాలు, రంగులు ఉంటాయి. ఇవన్నీ ఒక క్రమపద్ధతిలో ఉంటాయి. వీటిని విద్యార్థులచేత పరిశీలింపజేయాలి. వీటిని ఆధారంగా బొమ్మలను గుర్తించటం, వేరు చేయటం వంటివి విద్యార్థులతో సాధన చేయించాలి.

★ అంకెలు, సంఖ్యలు నేర్చుకున్న తర్వాత వాటితో సంకలన, వ్యవకలన, గుణకారాలు చేస్తూ విభిన్న ఆకృతులను తీసుకురావచ్చు. వీటిని కూడా విద్యార్థులచేత పరిశీలింపజేసి, విద్యార్థులు కూడా వీటిని సొంతంగా తయారుచేసేలా ప్రోత్సహించాలి.

★ ఉన్నతస్థాయికి వచ్చేసరికి బీజగణితం, కలనగణితం వంటి విభాగాల నుంచి ప్రమేయాల ఆధారంగా ఒక సంఖ్య మరొక సంఖ్యగా మారే విధానాన్ని పరిశీలింపజేయాలి.

★ ఇచ్చిన తలాన్ని వివిధ ఆకృతులతో నింపటం ద్వారా ఆయా అమరికలకు సంబంధించిన లక్షణాలను విశ్లేషించి అలవాటు చేయాలి.

★ రసాయనశాస్త్రంలో అణువుల ఆకృతులు మొదలైన వాటి ద్వారా అమరికలో ఉన్న ప్రత్యేకతలను గుర్తింపజేయాలి.

అమరిక – రకాలు :

అమరికలు అనేక రకాలుగా ఉంటాయి. గుర్తులు, సంఖ్యలు, ఆకారాలు, పదాలు తదితర రూపాల్లో వీటిని మనం గమనించవచ్చు.

సంఖ్యా అమరికలు :

అంకెలు / సంఖ్యలను ఏదైనా ఒక నియమం ప్రకారం రాయటం ద్వారా అమరిక ఏర్పాటుచేయవచ్చు. ప్రత్యేకించి, ప్రాథమికస్థాయిలో విద్యార్థులను సంఖ్యా అమరికలు విశేషంగా ఆకర్షిస్తాయి.

ఉదా : 4, 6, 8, 10 .... ముందు సంఖ్యకు 2 కలుపగా తరువాతి సంఖ్య

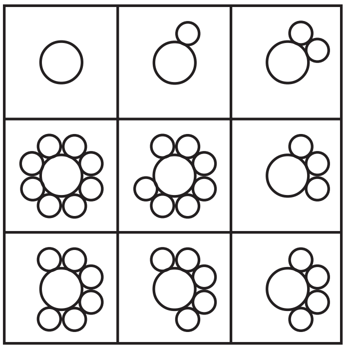
10, 6, 2, –2, –6 .... ముందు సంఖ్యకు –4 చేర్చగా తరువాతి సంఖ్య.

తార్కిక అమరికలు : తార్కిక అమరికలోని 'అమరికలు' సంఖ్యారూపంలోగాని, పటరూపంలోగాని ఉంటాయి. పటరూపంతో ఉండుటవలన విద్యార్థులు అధికంగా చేయటానికి ఆసక్తిని చూపుతారు.

[5] [ ] [15] [ ] [25] ....

[→] [↑] [←] [ ] ....

పద అమరికలు : పద అమరికలోని అమరికలు జ్యామితీయ చిత్రాలలోగాని, డిజైన్‌లలోగాని ఉంటాయి. సాధారణంగా ఇటువంటి అమరికలు చీరలపై డిజైన్లలో చూడవచ్చు. విద్యార్థులు ఇటువంటి అమరికలలో కొద్దిగా సంక్లిష్టతను ఎదుర్కొనవచ్చు.



5 దత్తాంశ నిర్వహణ
(Management of Data)

విషయక్రమం :

5.0 లక్ష్యాలు

5.1 పరిచయం

5.2 దత్తాంశం - రకాలు, సేకరణ

5.3 దత్తాంశ వర్గీకరణ, ప్రదర్శన - పట్టికరూపం, గణనచిహ్నాలు

5.4 దత్తాంశానికి రేఖాచిత్ర ప్రదర్శన - కమ్మీచిత్రాలు, పటచిత్రాలు

5.0 లక్ష్యాలు :

ఈ అధ్యాయాన్ని చదివిన తరువాత ఉపాధ్యాయ-విద్యార్థులు :

1. దత్తాంశ నిర్వహణ ఆవశ్యకతను గుర్తిస్తారు.
2. దత్తాంశం రకాలు, సేకరించు పద్ధతులు తెల్సుకుంటారు
3. దత్తాంశ వర్గీకరణ, పట్టిక రూపంలో ప్రదర్శన విధానాలు తెల్సుకుంటారు.
4. దత్తాంశాన్ని పటరూపంలోను, కమ్మీచిత్ర రూపంలోను ప్రదర్శించగలుగుతారు.

5.1 పరిచయం :

ఆధునిక జీవనంలో మనం వివిధ రంగాలకు సంబంధించిన సంఖ్యాత్మక సమాచారాన్ని, ప్రభుత్వ పరంగా, సమాజపరంగా, వ్యక్తిగతంగా వివిధ రకాలుగా ఉపయోగించుకుంటున్నాం. ఉదాహరణ : పశు జనాభా వివరాలు (Live stock population) వ్యవసాయక్షేత్ర విస్తీర్ణం, సాగునీటి అంచనా, పారిశ్రామిక ఉత్పత్తి, తలసరి ఆదాయం తలసరి వినియోగం లాంటి ఆర్థిక గణాంకాలు. ఇలా వివిధ రంగాల్లో స్థితి గతులను తెలుసుకోవడానికి రానున్న అవసరాలకు అనుగుణంగా ప్రణాళికలు రూపొందించుకోవడానికి సమాచారాన్ని ఉపయోగించుకుంటున్నాం. ఈ సంఖ్యాపరమైన సమాచారం నేటి ఆధునిక సమాజంలో, చాలా ఎక్కువ ప్రాధాన్యతను సంతరించుకొంది. సంఖ్యాపరమైన సమాచార చరిత్రను పరిశీలన

చేస్తే రాజరిక వ్యవస్థలో రాజులు తమ తమ రాజ్యాల స్థితి గతులను తెలుసుకొనేందుకు జనాభా వివరాలు, భూవిస్తీర్ణం, భూమిశిస్తు, జనన – మరణాలు, దేశ రక్షణకు కావాలిసిన సిబ్బంది, పన్నులు, రాబడి, ఖర్చులు మొదలైన విషయాలపై సంఖ్యా వివరాలు సేకరించి, తదనుగుణంగా ప్రజోపయోగ పనుల చేపట్టడం జరిగేది.

ఈవిధంగా సంఖ్యాపరమైన వివరాలు సేకరించడాన్ని "సాంఖ్యకాలు" అంటే "స్టాటిస్టిక్స్" (Statistics) అని అంటారు. ఈ పదం యొక్క మూలం లాటిన్ పదమైన "స్టాటస్" (Status) అంటే "రాజ్యం" నుంచి ఉత్పన్నమైందని ఒక వాదన. మరొక వాదన ఏంటంటే, "స్టాటిస్టా" (Statista) అనే స్థితికి సంబంధించిన ఇటాలియన్ పదం నుంచి లేదా గ్రీకు పదమైన "స్టాటిస్టిక్" (Statistic) అనే పదం నుంచి కూడ ఉత్పన్నమైందని అంటారు.

సాంఖ్యక శాస్త్ర పితామహుడుగా పేరొందిన "సర్ రోనాల్డ్ ఎ.ఫిషర్ (Sir Ronald A. Fisher) (1890-1962) కృషి వల్ల ఈ శాస్త్రానికి ఒక విశిష్ట స్థానం ఏర్పడింది. ఈయన సాంఖ్యక శాస్త్రాన్ని, జన్యుశాస్త్రం, జీవ సాంఖ్యక శాస్త్రం, వైద్య, విద్య మొదలైన రంగాల్లో విస్తరింప చేశాడు. నేడు సాంఖ్యక శాస్త్రం ఉపయోగపడని శాస్త్రం కాని, రంగం కాని లేదని చెప్పడంలో అతిశయోక్తి లేదు.

5.1.1 సాంఖ్యకశాస్త్రం–దత్తాంశ నిర్వహణ

"Statistics" అన్న మాటకు ఏక వచన భావంతో, బహు వచన భావంతో రెండు అర్థాలు స్ఫురిస్తాయి. అన్ని శాస్త్రాల్లాగే సాంఖ్యక శాస్త్రాన్ని ఒక శాస్త్ర విభాగంగా పరిగణిస్తే ఏకవచన భావంతో పరిగణిస్తాం. సేకరించిన దత్తాంశం నుంచి వివిధ సాంఖ్యాక పద్దతుల ద్వారా రాబట్టిన ఫలితాలను లేదా నిర్ణయాలను "సాంఖ్యక దత్తాంశం" లేదా "సాంఖ్యక వివరాలు" అనే బహు వచన భావంతో పరిగణిస్తాం.

ఏదైనా ఒక రంగాన్ని వ్యవస్థను గాని పరిశీలించి దానికి సంబంధించిన సమాచారాన్ని సేకరించి, జల్లెడ బట్టి, వర్గీకరించి, గణితశాస్త్ర సహాయంతో ప్రత్యేక సూత్రాలను ఏర్పరచుకొని గణించి, విశ్లేషించి, అనుమితులును వ్యాఖ్యానాలను, నిర్ణయాలను సూచించగల వైజ్ఞానిక గణిత పద్ధతే సాంఖ్యకశాస్త్రం.

దత్తాంశాన్ని సేకరించడం, దత్తాంశాన్ని వర్గీకరించడం, విశ్లేషణ చేయడం, వాఖ్యానించడం, అనుమితి చేయడం, నిర్ణయాలు చేయడం (Decision making) రాబోయే పరిణామాలు సూచించడం (Prediction) లాంటి వ్యాసక్తులు కూడి ఉన్న పద్ధతిని దత్తాంశ నిర్వహణ అంటాం. ఇది సాంఖ్యాక శాస్త్రంలో ఒక భాగం.

5.1.2 విద్యా రంగంలో సాంఖ్యాక శాస్త్ర ప్రాముఖ్యత

విద్యారంగంలో సాంఖ్యాక శాస్త్రానికి విశిష్ట ప్రాధాన్యం ఉంది. విద్యతో సంబంధిత వ్యక్తులందరికీ ముఖ్యంగా ఉపాధ్యాయులకు అనే సమస్యలు ఎదురవుతూ ఉంటాయి. ఉదాహరణకు విద్యార్థులలో సృజనాత్మకతను పెంచడానికి పరిసరాల ప్రభావం ఉందా? ఉపాధ్యాయుల హాజరు శాతం విద్యార్థుల అభ్యసన పై ప్రభావం చూపుతుందా? విద్యార్థుల సామర్థ్యాలు, సహజ సామర్థ్యాలు, అభిరుచులు వారి నిష్పాదన పై ప్రభావం చూపిస్తాయా? వివిధ సబ్జెక్టుల్లో పొందిన మార్కుల మధ్య సంబంధం ఉంటుందా? ఉపాధ్యాయుని బోధనా విజయవంతమైందా? ప్రశ్నాపత్రాలలో విద్యార్థులకు క్లిష్టమైన అంశాలు ఏవి? ఇలాంటి అనేక సమస్యల పరిష్కారం కోసం ఉపాధ్యాయుడు ప్రయోగాల ద్వారా దత్తాంశాన్ని సేకరిస్తాడు. ఈ దత్తాంశాన్ని విశ్లేషించడానికి సాంఖ్యాకశాస్త్రం ఉపయోగపడుతుంది.

5.2 దత్తాంశం-రకాలు-సేకరణ

దత్తాంశం అంటే ఏమిటి?

i) సంఖ్యలు, పదాల రూపంలో ఉంటూ అంతిమ ఫలితాల్ని రాబట్టి తగు నిర్ణయాలను తీసుకోవడానికి సేకరించబడిన సమాచారాన్ని "దత్తాంశం" (Data) అంటారు.

ii) ఒక లక్ష్యాన్ని దృష్టిలో పెట్టుకొని సేకరించిన వాస్తవ విషయాలు లేదా సమాచారాన్ని "దత్తాంశం" అంటాం. సమాచారంలోని సంఖ్యా వివరాలను "రాశులు" అంటారు.

ఈ దత్తాంశం రెండు రకాలుగా ఉంటుంది.

1. ప్రాథమిక దత్తాంశం (Primary Data)
2. గౌణ దత్తాంశం (Secondary Data)

1. ప్రాథమిక దత్తాంశం (Primary Data)

ఒక విషయానికి సంబంధించి పరిశోధన జరిపే వ్యక్తి తాను స్వయంగా దత్తాంశాన్ని సేకరిస్తే దానిని ప్రాథమిక దత్తాంశం అని అంటాం. ఉదా: క్షేత్ర స్థాయిలోని సమాచార సేకరణ, ప్రశ్నావళి ద్వారా లేదా ఇంటర్వ్యూల ద్వారా వివరాల సేకరణ, ప్రయోగాల ద్వారా చేసే పరిశీలనలు మొదలైనవి.

2. గౌణ దత్తాంశం (Secondary Data)

పరిశోధన చేసే వ్యక్తికి, తానే స్వయంగా దత్తాంశాన్ని సేకరించడానికి వివిధ కారణాల వల్ల వీలు కానప్పుడు అతను వివిధ ప్రామాణిక మూలాల నుంచి సేకరించిన దత్తాంశాన్ని వినియోగించుకుంటాడు. ఇలాంటి దత్తాంశాన్ని గౌణ దత్తాంశం అని అంటాం. ఉదా: ప్రభుత్వ గణాంకాలు, ముద్రిత గ్రంథాలు, పరిశోధన చేసిన ఫలితాలు, పేరొందిన జర్నల్స్, మ్యాగజైన్స్ (Journals & Magazines) వివిధ సంస్థల వార్షిక నివేదికలు మొదలైనవి.

దత్తాంశం యొక్క లక్షణాన్ని బట్టి దత్తాంశాన్ని రెండు రకాలుగా వర్గీకరించవచ్చు.

i) **పరిమాణాత్మక దత్తాంశం** (Quantitative Data): అంకెల రూపంలో, సంఖ్యల రూపంలో ఉండే దత్తాంశం. ఉదా: ఎత్తు, బరువు, జనాభా లెక్కలు, ఆహార ధాన్యాల ఉత్పత్తి, వర్షపాతం, మొదలైనవి.

ii) **గుణాత్మక దత్తాంశం** (Qualitative Data): దత్తాంశం అంకెలు, సంఖ్యల రూపంలో కాకుండా అభిప్రాయాలు, పరిశీలనలు, లక్షణాలు, ఒక దృగ్విషయంలో జరిగే మార్పులు మొదలైనవి గుణాత్మకంగా, అక్షరాల రూపంలో గాని, సంకేతాల రూపంలోగాని సూచించ బడిన సమాచారాన్ని గుణాత్మక దత్తాంశం అంటారు.

★ పాఠశాల స్థాయిలో ఎటువంటి దత్తాంశసేకరణ అవసరము? - తోటి విద్యార్థులతో చర్చించండి.
★ విద్యాశాఖ, పాఠశాలనుండి తీసుకునే దత్తాంశము ఎటువంటి ప్రయోజనాలు కల్గిఉంది? చర్చించండి.

5.3 దత్తాంశ వర్గీకరణ – ప్రదర్శన

5.3.1 దత్తాంశ వర్గీకరణ

దత్తాంశమును సేకరించుట మొదటి సోపానము అయితే సేకరించిన దత్తాంశాన్ని వర్గీకరించి, విశ్లేషించి దానిని అర్థవంతంగా సమగ్రంగా ప్రదర్శించుట రెండవ ముఖ్య సోపానం. వివిధ సందర్భాలలో వర్గీకరించి ప్రదర్శించదగు దత్తాంశములను తెల్సుకుందాం.

ఉదా: ఒక తరగతిలో గల 25 విద్యార్థులు గణిత పరీక్షలో సాధించిన మార్కులు కింది విధంగా ఉన్నాయి. (గరిష్ఠ మార్కులు 100)

95	56	48	55	36	48	62	53	61
80	19	24	63	72	85	58	60	75
82	35	27	38	80	95	46		

ఇట్లు రాశులు అన్నింటిని విడి విడిగా ప్రకటించు దత్తాంశాన్ని ముడి దత్తాంశం (Raw Data) **లేదా "ఆవర్గీకృత దత్తాంశం" అంటారు.** ఈ దత్తాంశం నుండి కనిష్ట విలువ, గరిష్ట విలువ గల రాశులను గుర్తించవచ్చు. **గరిష్ట, కనిష్ట రాశుల బేధమును, ఇచ్చిన దత్తాంశము యొక్క "వ్యాప్తి"** (Range) **అంటారు.**

దత్తాంశంలోని రాశులు అన్ని 19, 95ల మధ్య ఉన్నాయి.

ఈ దత్తాంశం యొక్క వ్యాప్తి = గరిష్ట విలువ గల రాశి – కనిష్ట విలువ గల రాశి

= 95 – 19

= 76

ఈ దత్తాంశం పరంగా కింది ప్రశ్నలను చర్చిద్దాం.

ప్రశ్నలు :

i) 50 లేక అంతకన్న ఎక్కువ మార్కులు పొందిన విద్యార్థులు ఎందరు?

ii) దత్తాంశం యొక్క మధ్య రాశి ఏది?

జవాబులు :

i) పై దత్తాంశంలోని రాశులను పరిశీలించిన 50 లేక అంతకన్నా ఎక్కువ మార్కులు సాధించిన విద్యార్థుల సంఖ్య = 16గా నిర్ధారించవచ్చు.

ii) దత్తాంశం యొక్క మధ్యరాశిని గుర్తించుటకు ఈ దత్తాంశంలోని 25 రాశులను ఆరోహణక్రమంలో అమర్చగా 19, 24, 27, 35, 36, 38, 46, 48, 48, 53, 53, 56, **<u>58</u>**, 60, 61, 62, 63, 72, 75, 80, 80, 82, 85, 95, 95

వీటిలో 13వ రాశి 58, దత్తాంశం యొక్క మధ్యరాశి (మధ్యగతం) అవుతుంది.

ఒక దత్తాంశంలో రాశులు ఎక్కువగా ఉన్నపుడు, వాటిని ఆరోహణ లేక అవరోహణ క్రమంలో రాయడం, విశ్లేషించడంలో ఎక్కువ సమయం తీసుకొవచ్చు. ఈ విశ్లేషణను సులభతరం చేయడానికి దత్తాంశంను మరొక విధంగా ప్రదర్శించాల్సి ఉంటుంది.

ఉదా : గణిత పరీక్షలో 50 మంది విద్యార్థులు పొందిన మార్కులు ఈ విధంగా ఇవ్వబడ్డాయి. (గరిష్ఠ మార్కులు 10)

5, 8, 6, 4, 2, 5, 4, 9, 10, 2, 1, 1, 3, 4, 5, 8, 6, 7, 10, 2, 1, 1, 3,
4, 4, 5, 8, 6, 7, 10, 2, 8, 6, 4, 2, 5, 4, 9, 10, 2, 1, 1, 3, 4, 5, 8,
6, 4, 5, 8

మార్కులు	విద్యార్థుల సంఖ్య
1	6
2	6
3	3
4	9
5	7
6	5
7	2
8	6
9	2
10	4
	50

ఒకమార్కు (ఉదా: 1) సాధించిన విద్యార్థులను లెక్కించి, ఆవిధంగా ప్రతిమార్కు (1 నుంచి 10) సాధించిన విద్యార్థులను లెక్కించి ఆ సంఖ్యలు దిగువ పట్టికలో చూపబడినవి.

ఒక మార్కును సాధించిన మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్యను ఆ మార్కు యొక్క "పౌన:పున్యం" అంటాం.

ఉదాహరణకు 4 మార్కులు సాధించిన విద్యార్థుల సంఖ్య 9 అంటే 4 మార్కుల పౌన: పున్యం = 9

పట్టికలోని అన్ని పౌన:పున్యాల మొత్తం దత్తాంశంలోని రాశుల మొత్తాన్ని సూచిస్తుంది. ఈ విధంగా దత్తాంశంలోని అన్ని విభిన్న రాశులను పౌన:పున్యాలతో సూచించు పట్టికను "అవర్గీకృత పౌన:పున్య విభాజన పట్టిక" లేదా "రాశుల భారత్వ పట్టిక" అంటాం.

పై విద్యార్థులను వారు సాధించిన మార్కుల ఆధారంగా 3 బృందాలుగా విభజించినచో

i) 1 నుండి 3 మార్కులు సాధించిన వారు (ప్రత్యేక తరగతులకు హాజరు కావలసిన వారు)

ii) 4 మరియు 5 మార్కులు సాధించిన వారు (సాధారణ విద్యార్థులు)

iii) 6 నుండి 10 మార్కులు సాధించిన వారు (బాగుగా చదువు బృందము)

తరగతులు (మార్కుల ఆధారంగా)	**విద్యార్థి బృందము**	**విద్యార్థుల సంఖ్య**
1–3	ప్రత్యేక బృందము	15
4–5	సాధారణ బృందము	16
6–10	బాగుగా చదువు బృందము	19
	మొత్తం	**50**

దత్తాంశంలోని రాశుల సంఖ్య ఎక్కువగా ఉన్నప్పుడు సమాచార మదింపుకు కూడా ఈవిధమైన పౌనఃపున్య విభాజనం ఎంతో ఉపయుక్తంగా ఉంటుంది.

మరొక ఉదాహరణను కూడా పరిశీలిద్దాం.

ఉదా b) : ఒక గంపలోని 50 దానిమ్మ పండ్లు విడివిడి బరువులు (గ్రాములలో) కింద ఇవ్వబడినది.

35, 45, 55, 50, 30, 110, 95, 40, 46, 70, 100, 60, 80, 85, 60, 52,
95, 98, 35, 47, 105, 90, 30, 50, 75, 95, 85, 80, 35, 45, 40, 50, 60,
65, 55, 45, 30, 90, 115, 65,60, 40, 100, 55, 75, 110, 85, 95, 55, 50

దత్తాంశంలోని రాశులను ఒక్క సారిగా ప్రదర్శించుటకు సమగ్రంగా, సులభంగా అర్థం చేసుకొనుటకు రాశులన్నింటిని తరగతులు, 30–39, 40–49, 50–59, ... 100–109, 110–119 గా విభజిస్తాం. ఈ చిన్న చిన్న వర్గములు లేక సమూహములను తరగతులు అంటాం.

ఒక్కొక్క తరగతి యొక్క పరిమాణమును తరగతి పొడవు లేక "తరగతి వెడల్పు" అంటాం.

ఉదాహరణకు తరగతి 30–39లో 30 ను"దిగువ అవధి" అని 39 ను "ఎగువ అవధి" అని అంటాం. ఈ తరగతి పొడవు (దిగువ, ఎగువ అవధులతో సహా) 10.

తరగతులు (దానిమ్మ పండ్ల బరువు)	విద్యార్థుల సంఖ్య
30–39	6
40–49	8
50–59	9
60–69	6
70–79	3
80–89	5
90–99	7
100–109	3
110–119	3
మొత్తం	**50**

దత్తాంశంలోని రాశులను చిన్న చిన్న వర్గాలుగా విభజించి పౌన:పున్యాలలో సూచించు పట్టికను వర్గీకృత పౌన:పున్య విభాజన పట్టిక అంటాం. ఇది దత్తాంశాన్ని సమగ్రంగా సంక్షిప్తంగా ప్రదర్శించి అర్థం చేసుకోవడాన్ని సులభతరం చేస్తుంది.

5.3.2 పౌన:పున్య విభాజన పట్టికల తయారి

ముడి దత్తాంశాన్ని పౌన:పున్య విభాజన పట్టిక రూపంలో రాయడానికి ముందుగా కింది అంశాలపై అవగాహన కల్గి ఉండాలి.

i) దత్తాంశం యొక్క వ్యాప్తి

ii) తరగతి అంతరం అంటే ఏమిటి?

iii) తరగతి అంతరం ఎంత?

iv) ఎన్ని తరగతులు ఉండాలి?

v) తరగతుల సంఖ్యకు, వ్యాప్తి మరియు తరగతి అంతరం మధ్య సంబంధము

$$\text{తరగతుల సంఖ్య} = \frac{\text{వ్యాప్తి}}{\text{తరగతి అంతరం}}$$

vi) తరగతుల అవధులు, తరగతి హద్దులు

vii) గణన చేయడం అందుకు తగ్గ పౌన:పున్య సంఖ్యను వేయడం

కింది దత్తాంశంను గమనించండి.

ఒక తరగతిలో 30 మంది విద్యార్థుల బరువులు (కి.గ్రాలలో) కింది విధంగా ఉన్నాయి.

39	47	57	56	45	49	45	39	46	59
43	31	35	52	38	51	37	32	45	33
43	32	35	43	32	43	41	38	57	56

సోపానం-1 : వ్యాప్తి : దత్తాంశంలో గరిష్ట, కనిష్ట విలువల తేడాయే వ్యాప్తి

వ్యాప్తి = గరిష్ట విలువ-కనిష్ట విలువ

= 59-31=28

సోపానం-2: తరగతుల సంఖ్యను నిర్ణయించడం తరగతుల సంఖ్య ఎంత ఉండాలి అనే దానికి ఒక నిర్ధిష్టమైన నియమం లేదు. సాధారణంగా '5' నుంచి '10' తరగతుల వరకు తీసుకోవచ్చు.

సోపానం-3: తరగతి అంతరం నిర్ణయం

తరగతుల సంఖ్య నిర్ణయించుకుంటే తరగతి అంతరం నిర్ణయమవుతుంది.

$$\text{తరగతి అంతరం} = \frac{\text{వ్యాప్తి}}{\text{తరగతుల సంఖ్య}} = \frac{28}{7} = 4$$

సాధారణంగా తరగతుల అంతరాలు 5, 10, 20, 50, 100 ....లు ఉండేటట్లు తీసుకుంటే సమస్య సాధన సులభంగా ఉంటుంది.

సోపానం-4: తరగతి అవధుల నిర్ణయం

ఉదా: 30-34 తరగతిలో దిగువ అవధి 30, ఎగువ అవధి 34, తరగతుల అవధులు నిర్ణయించడానికి కింది అంశాలు పరిగణనలోకి తీసుకోవాలి.

a) తరగతులు ఒక దానిపై మరోకటి ఆవరించకూడదు. (Over Lapping)

ఉదా : 10-19

15-24

b) తరగతుల మధ్య అంతరం (గ్యాప్) ఉండకూడదు.

ఉదా : 0-9

10-19

40-49

గమనిక : పై తరగతులలో 20-29, 30-39 తరగతులు లేవు.

c) దత్తాంశంలోని ప్రతి విలువ ఏదో ఒక తరగతికి మాత్రమే చెందాలి.

పై అంశాలను దృష్టిలో ఉంచుకొని మొదటి తరగతి దిగువ అవధి దత్తాంశంలోని అతి తక్కువ విలువ లేదా దానికి చేరువలో ఉన్న పూర్ణ సంఖ్యగా పరిగణించబడుతుంది.

సమస్యలో ఇచ్చిన దత్తాంశానికి సంబంధించి తరగతి అంతరం '4' వచ్చే విధంగా తరగతులను రెండు విధాలుగా రాయవచ్చు. అవి.

1) మినహాయింపు (రహిత) తరగతులు (Exclusive Classes)

2) విలీన (సహిత) తరగతులు (Inclusive Classes)

మొదటి విధానం: మినహాయింపు (రహిత) తరగతులు (Exclusive Classes)

పట్టిక–1

తరగతి	దిగువ అవధి	ఎగువ అవధి	దిగువ హద్దు	ఎగువ హద్దు
30–33	30	33	29.5	33.5
34–37	34	37	33.5	37.5
38–41	38	41	37.5	41.5
42–45	42	45	41.5	45.5
46–49	46	49	45.5	49.5
50–53	50	53	49.5	53.5
54–57	54	57	53.5	57.5
58–61	58	61	57.5	61.5

రెండో విధానం : విలీన (సహిత) తరగతులు (Inclusive Classes)

పట్టిక–2

తరగతి	దిగువ అవధి	ఎగువ అవధి	దిగువ హద్దు	ఎగువ హద్దు
30–34	30	34	30	34
34–38	34	38	34	38
38–42	38	42	38	42
42–46	42	46	42	46
46–50	46	50	46	50
50–54	50	54	50	54
54–58	54	58	54	58
58–62	58	62	58	62

ఒక దత్త విలువ ఏ తరగతికి చెందుతుంది?

ఉదాహరణకు 34 విలువ పట్టిక–1 (మినహాయింపు) తరగతుల్లో ఏ తరగతిలో పరిగణించాలి. అనే సమస్య ఉత్పన్నమవుతుంది. మొదటి తరగతిలోనా రెండో తరగతిలోనా? మొదటి తరగతి 30–34, 34 లోపుగా వచ్చిన విలువలను, మొదటి తరగతిలో పరిగణించాలి. 34 నుండి 38 లోపు వచ్చిన విలువలు రెండో తరగతి 34–38లో పరిగణించాలి.

పట్టిక–2 లోని మరొక స్థితిని గమనిద్దాం. విద్యార్థుల బరువులు పూర్ణాంకాలు ఉండాల్సిన అవసరం లేదు. ఒక విద్యార్థి బరువు 41.5 కి.గ్రాలు ఉంటే మినహాయింపు తరగతుల్లో 41.5 ని ఏ తరగతిలో పరిగణించాలి. అలాగే విలీన

తరగతులో ఏ తరగతిలో పరిగణించాలి? అనే అంశాలు ఉత్పన్నమవుతున్నాయి. ఈ సమస్యలను అధిగమనించడానికి తరగతి హద్దులను గణన చేయాలి. తరగతి హద్దులను క్రింది విధంగా గణన చేయాలి.

ఉదా: ముందుగా విలీన తరగతులను గమనిద్దాం.

34 - 37

38 - 41

42 - 45

38 - 41 తరగతిలో దిగువ అవధి : 38, ఎగువ అవధి : 41

38-41 తరగతి దిగువ హద్దు = ముందు తరగతి ఎగువ అవధి, ఆ తరగతి

దిగువ అవధి యొక్క సగటు

$$= \frac{37+38}{2} = \frac{75}{2} = 37.5$$

38-41 తరగతి ఎగువ హద్దు = ఆ తరగతి ఎగువ అవధి, తరువాత తరగతి యొక్క దిగువ అవధి యొక్క సగటు

$$= \frac{41+42}{2} = \frac{83}{2} = 41.5$$

ఇలా ప్రతి తరగతి దిగువ, ఎగువ హద్దులు గణన చేయాలి. ఇప్పుడు 41.5 విలువ హద్దులను పరిగణనలో తీసుకుంటే 37.5-41.5 లేదా 41.5-45.5 కు చెందాలి. కాని సాంప్రదాయకంగా 41.5 లోపు వచ్చే విలువలను 37.5 -41.5లో పరిగణించాలి. 41.5 నుంచి 45.5 లోపు వచ్చే విలువలను 41.5-45.5లో పరిగణించాలి. అలాగే పై విధంగా మినహాయింపు తరగతులు దిగువ, ఎగువ హద్దులను గణన చేస్తే అవి ఆయా తరగతుల దిగువ అవధి, ఎగువ అవధిలకు సమానంగా ఉంటాయి.

42.5 విలువను 38-42 తరగతిలో కాకుండా 42-46 తరగతి నందు పరిగణనలో తీసుకోవాలి.

సోపానం-5: గణన చిహ్నాలతో పౌనఃపున్య విభాజన పట్టిక తయారు చేయడం. దత్తాంశాన్ని తరగతులుగా విభజన చేసి, ఆయా తరగతుల పౌనఃపున్య విభాజన పట్టికను రూపొందించడానికి ఆయా తరగతుల్లో వచ్చే అంశాలను చిహ్నాలతో 1 కి |, '2' కి ||, '3' కి |||, '4' కి ||||, '5' కి ~~||||~~ లుగా సూచిస్తాం. ముడి దత్తాంశంలో ప్రతి ఒక అంశాన్ని పోల్చి లెక్కించునట్లు గణనచిహ్నాలు ఆయా తరగతులలో సూచించిన విధంగా గుర్తిస్తూ చివరకు ఒక్కో తరగతిలో ఎన్ని చిహ్నాలు ఉన్నాయో ఆ మొత్తం సంఖ్యను ఆ తరగతి పౌనఃపున్యంగా రాస్తాం.

ఉదా : దత్తాంశంలో 39, 47, 57, 56, 45 .... ఇలా అంశాలు ఉన్నాయి.

39 ని 38-42 లో ఒక గణనచిహ్నంగా, 47 ని 46-50 లో, 57 ను 54-58 లో, 56 ను 54-58 లో గణన చిహ్నాలుగా గుర్తిస్తూ చివరివరకు లెక్కిస్తాం.

తరగతి	గణన చిహ్నాలు	పౌనఃపున్యం
30–34	𝍸	5
34–38	𝍷𝍷𝍷	3
38–42	𝍸	5
42–46	𝍸 𝍷𝍷	7
46–50	𝍷𝍷𝍷	3
50–54	𝍷𝍷𝍷	3
54–58	𝍷𝍷𝍷	3
58–62	𝍷	1
మొత్తం		**30**

5.3.3 సంచిత పౌనఃపున్య విభాజన పట్టికలు తయారు చేయడం (Preparation of Cumulative Frequency Tables)

దత్తాంశంలోని ఏదైనా ఒక విలువ కంటే ఎక్కువ లేదా తక్కువ రాశుల సంఖ్య తెలుసుకోవలసిన సందర్భంలో సంచిత పౌనఃపున్య విభాజన పట్టికలు ఉపయోగపడతాయి. సంచిత పౌనఃపున్య విభాజనాలు రెండు రకాలుగా ఉంటాయి.

i) అరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య విభాజనం (Less than Cumulative Frequency Distribution)

ii) అవరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య విభాజనం (Greater than Cumulative Frequency Distribution)

కింద ఇచ్చిన 50 మంది విద్యార్థుల మార్కులు వర్గీకృత పౌనఃపున్య విభాజన పట్టికలో ఇవ్వబడ్డాయి. ఈ దత్తాంశానికి ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యాలను ఎట్లు రాయవలెనో పరిశీలిద్దాం.

తరగతి అంతరం	0–50	5–10	10–15	15–20	20–25
పౌనఃపున్యం	5	10	18	11	6

1. ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య పట్టిక :

క్ర.సం	**తరగతి అంతరం**	**పౌనఃపున్యం**	**ఎగువ హద్దు**	**ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యం (ఎగువ హద్దు కంటె తక్కువ)**
1	0–5	5	5	5=5
2	5–10	10	10	5+10=15
3	10–15	18	15	5+10+18=33
4	15–20	11	20	5+10+18+11=44
5	20–25	6	25	5+10+18+11+6=50

i) మొదటి తరగతి పౌనఃపున్యం ఆ తరగతి యొక్క ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యం అవుతుంది.

ii) రెండో తరగతి పౌనఃపున్యంకు 1వ తరగతి యొక్క ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యం కలపగా అది రెండో తరగతి యొక్క ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యం అవుతుంది.

iii) ఇదే విధంగా వరుస పౌనఃపున్యాలను కలుపుతూ ఆ వరుస ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యాలను రాయవచ్చు.

ఒక పౌనఃపున్య విభాజనంలో ఏదైనా ఒక తరగతి యొక్క ఎగువ హద్దు కన్న తక్కువ విలువ గల దత్తాంశంలోని అన్ని రాశుల సంఖ్యను ఆ తరగతి యొక్క ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య విభాజనం అంటాం.

2. అవరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య పట్టిక :

క్ర.సం	తరగతి అంతరం	పౌనఃపున్యం	దిగువ హద్దు	ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యం (దిగువ హద్దు కంటె ఎక్కువ)
1	0–5	5	0	6+11+18+10+5=50
2	5–10	10	5	6+11+18+10=45
3	10–15	18	10	6+11+18=35
4	15–20	11	15	6+11=17
5	20–25	6	20	6=6

i) చివరి తరగతి పౌనఃపున్యం ఆ తరగతి అవరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యం అవుతుంది.

ii) 4వ తరగతి పౌనఃపున్యంతో 5వ తరగతి అవరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యంను కలుపగా 4వ తరగతి అంతరం యొక్క అవరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యం అవుతుంది.

iii) ఇదే విధంగా వరుసగా పై తరగతులకు అవరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యాలను రాయవచ్చు

ఒక పౌన:పున్య విభాజనంలో ఏదైనా ఒక తరగతి యొక్క దిగువ హద్దుకు సమానం లేక అంతకన్న ఎక్కువ విలువ గల దత్తాంశంలోని అన్ని రాశుల సంఖ్యను ఆ తరగతి యొక్క అవరోహణ సంచిత పౌన:పున్య విభాజనము అంటాం.

★ మీరు వెళ్ళిన పాఠశాలలో తరగతి విద్యార్థులు గణిత పరీక్షలో పొందిన మార్కుల వివరాలకు పౌనఃపున్య విభాజన పట్టిక; ఆరోహణ, అవరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య పట్టికలు తయారుచేయండి. వ్యాఖ్యానించండి.

★ ఆ తరగతికి మీరు నిర్వహించిన పరీక్షా ఫలితాలకు పేర్కొన్న పట్టికలు తయారుచేయండి. అవకాశమున్న అంశాలలో రెండింటిని పోల్చి వ్యాఖ్యానించండి.

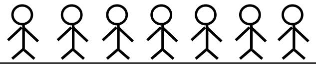
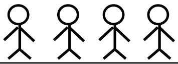
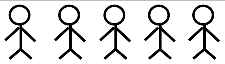
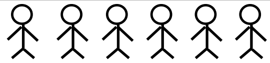
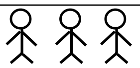
5.4 దత్తాంశానికి రేఖాచిత్ర ప్రదర్శన

ప్రాథమిక స్థాయి విద్యార్థులకు అవర్గీకృత, వర్గీకృత దత్తాంశం పరిచయంతో పాటు వారికి తమ తమ నిత్యజీవితంలో తారసపడే వివిధ వస్తువులను లేదా రాశులను లెక్కించడానికి, పోల్చడానికి పట చిత్రాలను కమ్మీ చిత్రాలను పరిచయం చేయాలి. అలాగే పటచిత్రాలు, కమ్మీ చిత్రాలు నిర్మించే నైపుణ్యాలు కలిగించాలి.

5.4.1 పట చిత్రాలు

ఇవ్వబడిన దత్తాంశాన్ని దానికి సంబంధించిన చిత్రం లేదా పటం ద్వారా సూచించే చిత్రాలను “పట చిత్రములు (Pictorial Graphs) అంటాం.

ఉదాహరణ-1: ఒక తరగతిలోని 25 మంది విద్యార్థులు వివిధ ఆటలాడుతారు. ఆటగాళ్ళ సంఖ్యాత్మక వివరాలను పట చిత్రంగా చూపబడింది. (ఒక్కొక్క విద్యార్థి ఒక్కొక్క ఆటను మాత్రమే ఆడుతాడు).

ఆట	ఆటగాళ్ళ సంఖ్య
కబడ్డీ	
టెన్నికాయిట్	
బ్యాడ్మింటన్	
క్రికెట్	
ఏ ఆట ఆడని వారు	

i) బాడ్మింటన్ ఆడే విద్యార్థులు ఎందరు?

ii) ఎక్కువ మంది విద్యార్థులు ఏ ఆటను ఆడుతారు?

iii) ఏ ఆటను అతి తక్కువ మంది విద్యార్థులు ఆడుతారు?

iv) ఏ ఆటను ఆడని వారు ఎందరు?

సాధన :

i) బాడ్మింటన్ ఆడే విద్యార్థులు సంఖ్య = 5

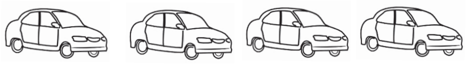
ii) కబడ్డీ ఆటను ఎక్కువ మంది (7 మంది) ఆడుతారు.

iii) టెన్నికాయిట్ ఆటను అతి తక్కువ మంది (4 మంది) ఆడుతారు.

iv) ఏ ఆటను ఆడని వారు = 3 (ముగ్గురు)

ఉదాహరణ-2:

ఒక కంపెని సంవత్సరంలోని మొదటి నాలుగు నెలల్లో ఉత్పత్తి చేసిన కార్ల వివరాలు కింది పట చిత్రం ద్వారా చూపబడింది.

= 100 కార్లు	
జనవరి	
ఫిబ్రవరి	
మార్చి	
ఏప్రిల్	

i) మార్చి నెలలో ఎన్ని కార్లు ఉత్పత్తి అయ్యాయి?

ii) ఏ నెలలో అత్యధిక కార్ల ఉత్పత్తి జరిగింది?

iii) జనవరి నుంచి ఏప్రిల్ వరకు ఉత్పత్తి అయిన కార్ల సంఖ్య ఎంత?

iv) అతి తక్కువ కార్ల ఉత్పత్తి జరిగిన నెల?

సాధన:

i) మార్చి నెలలో ఉత్పత్తి జరిగిన కార్ల సంఖ్య = 400

ii) ఏప్రిల్ నెలలో అత్యధికంగా కార్ల ఉత్పత్తి (450 కార్లు) జరిగింది.

iii) జనవరి నుండి ఏప్రిల్ వరకు ఉత్పత్తి జరిగిన కార్ల సంఖ్య = 200+300+400+450=1350

iv) జనవరి నెలలో అతి తక్కువ కార్ల ఉత్పత్తి (200 కార్లు) జరిగింది.

పట చిత్రాల పరిశీలన-నిర్మాణం:

పట చిత్రాల నిర్మాణంలో రెండు పద్ధతులను పాటించడం జరిగిందని మీరు గమనించే ఉంటారు. మొదటి దానిలో దత్తాంశంలో ఎన్ని రాశులున్నాయో అన్ని రాశులను పటంలో చూపించడం, రెండో దానిలో దత్తాంశంలో ఎన్ని రాశులు ఉన్నాయో అన్ని పటాలను గీయకుండా ఒక పటం నిర్దిష్టమైన కొన్ని రాశులను సూచించే విధంగా స్కేలును ఉపయోగించడం జరిగింది. (పటంలో ఒక కారు =100 కార్లు). ఇలా దత్తాంశంలో పరిమాణం పెద్దదైనప్పుడు తగిన స్కేలును ఎన్నుకొని పట చిత్రాలు గీయడం జరుగుతుంది. పట చిత్రాలు ఆకర్షవంతంగా, దత్తాంశం తొందరగా అర్థమయ్యేలా, వ్యాఖ్యానించగల్గేట్లు ఉంటాయి. కాని దత్తాంశంలో రాశుల పరిమాణం పెద్దవిగా ఉన్నపుడు పట చిత్రాల నిర్మాణానికి సమయం ఎక్కువ తీసుకుంటుంది.

5.4.2. కమ్మీ రేఖా చిత్రము

సమాన మధ్య దూరాలు కల్గి, సమాన వెడల్పులు, పౌన:పున్యాలకు అనుపాతంలో పొడవులు గల కమ్మీలతో దత్తాంశాన్ని చూపు రేఖా చిత్రం "కమ్మీరేఖా చిత్రం" అంటాం.

ఉదాహరణ: ఒక తరగతిలో '5' గురు విద్యార్థులు గణిత పరీక్షలో సాధించిన మార్కుల వివరాలు కింది పట్టికలో ఉన్నాయి. ఈ సమాచారాన్ని కమ్మీ చిత్రం రూపంలో చూపండి.

విద్యార్థి పేరు	సాధించిన మార్కులు
శరవణ్	70
షరీఫ్	35
మణి	65
రేణుక	90
జాన్	22
షర్మిల	50

సాధన: కమ్మీ చిత్ర నిర్మాణంలో సోపానాలు

i) గ్రాఫ్ పేపర్‌పై x-అక్షం (అడ్డ గీత), y-అక్షం (నిలువు గీత) గీయండి. ఖండన బిందువును '0' గా గుర్తించండి.

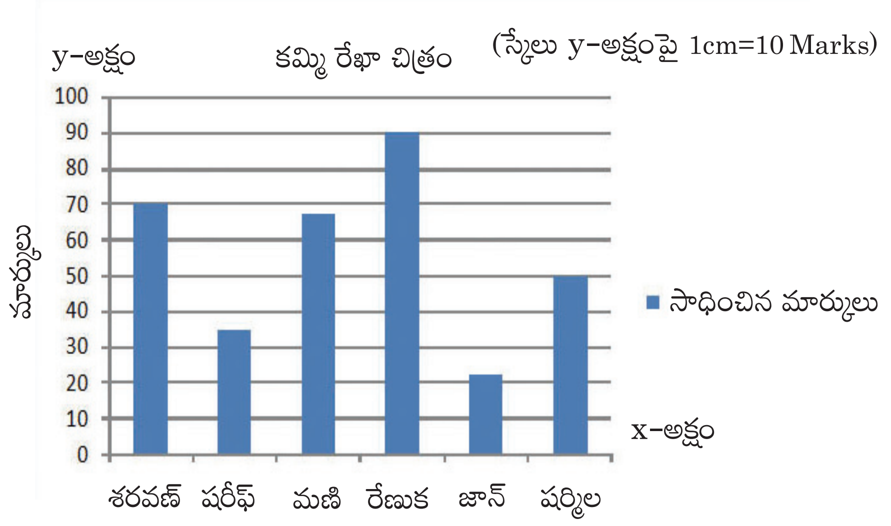
ii) x- అక్షంపై విద్యార్థుల పేర్లు తీసుకోండి.

iii) y-అక్షంపై గణితంలో సాధించిన మార్కులు తీసుకోండి.

iv) గణిత పాఠ్యాంశంలోని గరిష్ట మార్కులు గ్రాఫ్ పేపర్ పై గుర్తించబడేలా సరైన స్కేలును y-అక్షంపై తీసుకోండి. y-అక్షంపై 100 అనే గరిష్ట విలువ ఉంటుంది. కాబట్టి 1 cm = 10 మార్కులు అనే సూచిక భిన్నం సరైనది.

v) మార్కులను 10 తో భాగించి కమ్మి పొడవును నిర్ధారించండి. (సూచిక భిన్నం (1cm = 10 Marks)

vi) అనువైన వెడల్పు ఉదా : (1 cm) లెక్కించిన పొడవులు గల నిలువు కమ్మిలను y-అక్షంపై నిర్మించండి.



ఇదే విధంగా ఈ దత్తాంశానికి అడ్డ కమ్మీ రేఖాచిత్రాన్ని గీయవచ్చు.

5.4.3 అడ్డ కమ్మీ రేఖా చిత్రాల నిర్మాణా సోపానాలు :

i) గ్రాఫ్ పేపర్‌పై x-అక్షం (అడ్డ గీత), y-అక్షంపై (నిలువు గీత) గీయండి. ఖండన బిందువును '0' గా గుర్తించండి.

ii) x-అక్షంపై గణితంలో సాధించిన మార్కులు తీసుకోండి.

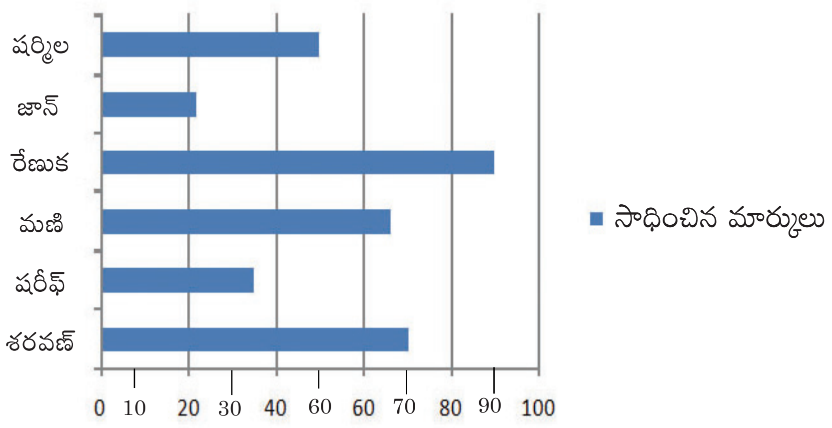
iii) y−అక్షంపై విద్యార్థుల పేర్లు తీసుకోండి.

iv) గణిత పాఠ్యాంశంలోని గరిష్ట మార్కులు గ్రాఫ్ పేపర్‌పై గుర్తించబడేలా సరైన స్కేలును x−అక్షంపై తీసుకోండి. x−అక్షంపై 100 అనే గరిష్ట విలువ ఉంటుంది. కాబట్టి 1 cm = 10 మార్కులు అనే సూచిక భిన్నం సరైనది.

v) మార్కులను 10 తో భాగించి కమ్మీ పొడవును నిర్ధారించండి. (సూచిక భిన్నం 1cm = 10 Marks)

vi) అనువైన వెడల్పు (ఉదా : 1 సెం.మీ) లెక్కించిన పొడవులు గల అడ్డు కమ్మీలను y−అక్షంపై నిర్మించండి.

అడ్డు కమ్మీ రేఖా చిత్రము (స్కేలు x−అక్షంపై 1cm=10 Marks)



మూల్యాంకనం

(అ) వ్యాసరూప ప్రశ్నలు

క్రింది విషయాలకు సంబంధించి దత్తాంశంను సేకరించి అందుకు తగ్గ పౌనఃపున్య విభాజన పట్టికను తయారు చేయండి.

- తరగతిలో విద్యార్థుల బరువులు, ఎత్తులుకు సంబంధించి పౌనఃపున్య విభాజన పట్టికను తయారు చేయండి.
- ఒక తరగతిలోని విద్యార్థులు వివిధ విషయాల (సబ్జెక్టు)లో సాధించిన మార్కులుకు సంబంధించిన పౌనఃపున్య విభాజన పట్టికను తయారు చేయండి.
- 80 మంది విద్యార్థులకు 100 మార్కుల ఒక గణిత పరీక్షలో వచ్చిన మార్కులు కింద ఇవ్వడం జరిగింది. దానికి ఒక పౌనఃపున్య విభాజన పట్టికను తయారు చేయండి.

89	90	86	39	43	69	62	73	65	45
65	71	39	79	71	63	75	59	61	79
82	89	73	64	55	49	79	80	72	18
45	64	56	85	89	73	6	72	75	92
85	80	75	69	64	71	55	81	85	89
25	71	89	32	52	75	43	36	62	75
92	77	89	63	89	69	81	74	83	68
89	74	59	94	70	58	54	76	72	78

పౌనఃపున్య విభాజన పట్టిక నుంచి క్రింది ప్రశ్నలకు జవాబులను తెలుపండి.

i) మొదటి 5 గరిష్ఠ మార్కులను వరసగా తెలపండి.

ii) మొదటి 5 కనిష్ఠ మార్కులను వరసగా తెలపండి.

iii) దత్తాంశానికి వ్యాప్తిని తెలపండి.

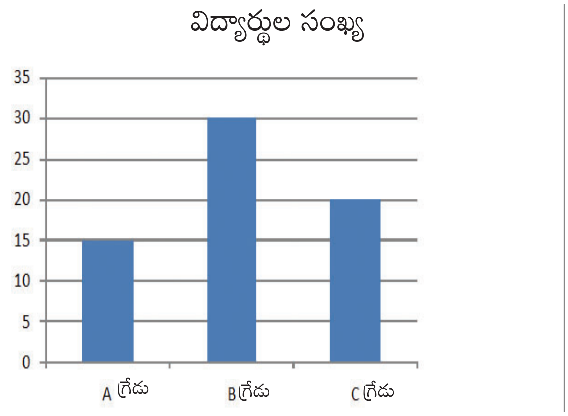
iv) 80 మార్కుల కంటె ఎక్కువ మార్కులు సాధించిన విద్యార్థుల సంఖ్యను తెలపండి.

v) 60 నుండి 80 వరకు మార్కులు సాధించిన విద్యార్థుల సంఖ్య ఎంత?

vi) 35 కంటే తక్కువ మార్కులు సాధించిన విద్యార్థుల సంఖ్య ఎంత?

vii) మీరు గమనించిన ఇతర విషయాలను రాయండి.

1) కింది కమ్మీ రేఖా చిత్రమును పరిశీలించి ఇచ్చిన ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయండి.



i) కమ్మీ రేఖా చిత్రము ప్రకటించు వివరాలేవి?

ii) ఎంతెంత మంది విద్యార్థులు A, B లేక C గ్రేడులు సాధించారు?

iii) ఎక్కువ మంది సాధించిన గ్రేడు ఏది?

iv) తరగతిలో ఎంత మంది విద్యార్థులు కలరు?

v) A మరియు B గ్రేడు సాధించిన విద్యార్థుల సంఖ్య ఎంత?

(ఆ) లఘు సమాధాన ప్రశ్నలు

1) దత్తాంశం అంటే ఏమిటి?

2) దత్తాంశం సేకరణలో ఉండే పద్ధతులను తెలుపండి.

3) ముడి దత్తాంశము లేదా అవర్గీకృత దత్తాంశము అనగానేమి.

4) వ్యాప్తి అనగానేమి?

5) పరిమాణాత్మక మరియు గుణాత్మక దత్తాంశం యొక్క బేధమును తెలపండి.

6) అవర్గీకృత విభాజన పట్టిక అంటే ఏమిటి?

7) వర్గీకృత పౌనఃపున్య విభాజన పట్టిక గుణాలు తెలపండి.

8) సాంఖ్యకశాస్త్ర పరిజ్ఞానం ఉపాధ్యాయుడికి ఏ విధంగా ఉపయోగపడుతుంది.

9) పట చిత్రం యొక్క గుణాలు వ్రాయండి

10) “కమ్మీ రేఖా చిత్రము” అనగా నేమి?

సారాంశం

- ♦ విద్యారంగంలో దత్తాంశ నిర్వహణ / సాంఖ్యకశాస్త్ర ప్రాముఖ్యత
- ♦ ఒక నిర్ణయం తీసుకొనుటకు సహాయపడు సంఖ్యాత్మక లేక వివరణాత్మక సమాచారాన్ని “దత్తాంశము” (Data) అంటాం. సమాచారంలోని సంఖ్యా వివరాలను రాశులు అంటారు.
- ♦ దత్తాంశంలోని రాశులన్నింటిని విడివిడిగా ప్రకటించు దత్తాంశాన్ని ముడిదత్తాంశం లేదా ఆవర్గీకృత దత్తాంశం అంటారు.
- ♦ ఒక దత్తాంశములోని గరిష్ట, కనిష్ట రాశుల బేధమును ఆ దత్తాంశము యొక్క వ్యాప్తి (Range) అంటారు.
- ♦ దత్తాంశం 2 రకాలుగా ఉంటుంది. 1. ప్రాథమిక దత్తాంశం 2. గౌణ దత్తాంశం
- ♦ దత్తాంశం యొక్క లక్షణాన్ని బట్టి దత్తాంశాన్ని 2 రకాలుగా వర్గీకరించవచ్చు.
  1. పరిమాణాత్మక దత్తాంశం (Quantitative data)
  2. గుణాత్మక దత్తాంశం (Qualitative data)
- ♦ ఒక దత్తాంశం నుండి అవసరమగు విషయమును త్వరగా అర్థం చేసుకొనుటకు దత్తాంశమును గణన చిహ్నాలు ఉపయోగించి పౌనఃపున్య విభజన రూపంలో రాసే పట్టికను “అవర్గీకృత విభాజన పట్టిక” లేక “రాశుల భారత్వ పట్టిక” అంటారు.
- ♦ దత్తాంశములోని రాశులను చిన్న చిన్న వర్గాలుగా విభజించి పౌన:పున్యంలో సూచించు పట్టికను “వర్గీకృత పౌనఃపున్య విభాజన పట్టిక” అంటారు. ఇది దత్తాంశంను సమగ్రంగా సంక్షిప్తంగా ప్రదర్శించి అర్థం చేసుకోవడం సులభతరం చేస్తుంది.
- ♦ ఒక తరగతి యొక్క ఎగువ, దిగువ హద్దుల బేధమును ఆ తరగతి యొక్క “తరగతి పొడవు” లేక “తరగతి అంతరం” అంటారు.
- ♦ ఒక తరగతిలో మొదటి విలువను దిగువ అవధి అని చివరి విలువను ఎగువ అవధి అని అంటారు.
- ♦ ఒక తరగతిలో ఎగువ అవధి, తరువాత తరగతి దిగువ అవధుల సరాసరిని తరగతి ఎగువ హద్దు అంటారు.
- ♦ ఒక తరగతిలో దిగువఅవధి, దానిముందున్న తరగతి ఎగువ అవధుల సరాసరిని ఆ తరగతి దిగువహద్దు అంటారు.
- ♦ ఒక పౌనఃపున్య విభాజనంలో ఒక తరగతి యొక్క ఎగువ హద్దుకన్న తక్కువ విలువ గల దత్తాంశములోని అన్ని రాశుల సంఖ్యను అ తరగతి యొక్క ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య విభాజనము అంటారు.
- ♦ ఒక పౌన:పున్య విభాజనంలో ఏదైనా ఒక తరగతి యొక్క దిగువ హద్దుకు సమానం లేక అంతకన్నా ఎక్కువ విలువ గల దత్తాంశములోని అన్ని రాశుల సంఖ్యను అవరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య విభాజనము అంటారు.
- ♦ పట చిత్రంలో రాశులను చిన్న బొమ్మలలో గాని లేక పాక్షిక బొమ్మలతో గాని సూచిస్తాం.
  ఎక్కువ పౌన:పున్యములను సూచించుటకు అనువుగా సూచిక (Scale) నిర్ణయించుకుంటారు.
- ♦ కమ్మీ రేఖా చిత్రంలోని కమ్మీలన్ని ఒకే వెడల్పును కలిగియుండి వాటి పొడవులు అవి సూచించే రాశుల యొక్క పౌనఃపున్యమును అనుపాతంలో ఉంటాయి.
- ♦ వృత్తారేఖా చిత్రం (Pie-Graph) అనగా ఒక వృత్తాన్ని సెక్టార్లుగా విభజించి సమాచారాన్ని సూచించుట. ప్రతి సెక్టారు కేంద్రం వద్ద చేసే కోణం అది సూచించే రాశికి అనుపాతంలో ఉంటుంది.

6 పాఠ్యపుస్తకాలు - బోధనపై అవగాహన

"I have always felt that the true textbook for the pupil is his teacher".

– M.K. Gandhi

విషయక్రమం

6.1 గణిత పాఠ్యపుస్తకాలు రూపొందించటంలో తాత్వికత, మార్గదర్శక సూత్రాలు
6.2 యూనిట్ నిర్మాణం, అభ్యాసాల స్వభావం
6.3 విద్యాప్రమాణాలు - అభ్యసన సూచికలు
6.4 సౌకర్యకర్తగా ఉపాధ్యాయుడు

లక్ష్యాలు

ఈ అధ్యాయం చదివిన తరువాత ఉపాధ్యాయ విద్యార్థులు

* గణిత పాఠ్యపుస్తకాలను రూపొందించడంలో తాత్వికత, మార్గదర్శక సూత్రాలను తెలుసుకుంటారు.
* గణిత పాఠ్యపుస్తక ఆవశ్యకతను, ఉత్తమ గణిత పాఠ్యపుస్తక లక్షణాలను అవగాహన చేసుకొంటారు.
* అర్థవంతమైన పాఠ్యపుస్తకాలను రూపొందించడానికి APSCF-2011 చేసిన ప్రతిపాదనలను తెలుసుకుంటారు.
* ప్రస్తుత ప్రాథమికస్థాయి గణిత పాఠ్యపుస్తకాల యూనిట్ నిర్మాణం, అభ్యాసాల స్వభావాన్ని అవగాహన చేసుకుంటారు.
* గణిత విద్యాప్రమాణాలు, అభ్యసన సూచికలను అవగాహన చేసుకుంటారు.
* గణిత పాఠ్యాంశాలకు విద్యాప్రమాణాలు రాయగలుగుతారు.
* అభ్యసనకు సంబంధించి ఉపాధ్యాయుడు ఒక సౌకర్యకర్తగా ఏవిధంగా ఉండాలో తెలుసుకుంటారు.

పరిచయం

సాధారణంగా పిల్లలకు, ఉపాధ్యాయులకు అందుబాటులో ఉండే ముఖ్యమైన వనరు పాఠ్యపుస్తకం. బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలో పిల్లలు, ఉపాధ్యాయులు విరివిగా ఉపయోగించేది కూడా పాఠ్యపుస్తకాలే. అయితే స్వాతంత్ర్యం వచ్చిన నాటినుండి భారతీయ విద్యావిధానంలో ఎన్నో మార్పులు వచ్చాయి. నిర్బంధ విద్యాహక్కు చట్టం (RTE-2009), జాతీయ విద్యాప్రణాళిక చట్రం (NCF-2005) ల ప్రకారం పాఠ్యపుస్తకాలను ఆధునీకరించవలసిన అవసరం ఏర్పడింది. NCF-2005 కు అనుగుణంగా ఆంధ్రప్రదేశ్ ప్రభుత్వం తనకంటూ ఒక రాష్ట్ర విద్యాప్రణాళిక చట్రాన్ని (APSCF-2011) తయారుచేసుకోవడం జరిగింది. విద్యాప్రణాళికలో భాగమైన గణిత ఆధారపత్రం సూచించిన విధంగా గణిత పాఠ్యపుస్తకాలన్నింటిలో భావనల వరుసక్రమం కంటే విద్యార్థుల అవగాహన క్రమానికి ఎక్కువ ప్రాధాన్యత ఇవ్వడం జరిగింది. సిలబస్‌ను విద్యార్థుల మానసికస్థాయికి అనుగుణంగా రూపొందించడం జరిగింది. దానికి అనుగుణంగా బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు కల్పించడం జరిగింది. వీటి ప్రకారం విద్యార్థులకు ఆసక్తికరమైన, ఆనందదాయకమైన, రంగురంగుల పాఠ్యపుస్తకాలను తయారుచేసుకొన్నాం. ఈ నేపథ్యంలో కాబోయే ఉపాధ్యాయులుగా (ఉపాధ్యాయ విద్యార్థులు) గణిత పాఠ్యపుస్తకాలను రూపొందించడంలో తాత్వికత, మార్గదర్శక సూత్రాలను; గణిత పాఠ్యపుస్తకాల ఆవశ్యకత, ఉత్తమ గణిత పాఠ్యపుస్తకాల లక్షణాలను, ప్రాథమికస్థాయి గణిత పాఠ్యపుస్తకాలలోని అంశాలు, యూనిట్ నిర్మాణం, అభ్యాసాల స్వభావాలను; గణిత విద్యాప్రమాణాలు, అభ్యసన సూచికలను; విద్యార్థుల అభ్యసనలో సౌకర్యకర్తగా ఉపాధ్యాయుడు ఏవిధంగా వ్యవహరించాలో తెలుసుకోవలసిన అవసరం ఎంతైనా ఉంది. కాబట్టి ఈ అధ్యాయంలో పై అంశాలను గురించి తెలుసుకుందాం.

6.1. గణిత పాఠ్యపుస్తకాల రూపకల్పనలో తాత్వికత, మార్గదర్శక సూత్రాలు :

18వ శతాబ్దం చివరి భాగం వరకు సాధారణంగా పాఠ్యపుస్తకాలను ఉపయోగించేవారు కాదు. 1797 లో థామస్ డిల్ వర్త్ (Thomas Dil Worth). "The School Master's Assistant" అనే పుస్తకాన్ని రచించారు. దీనిని మొట్టమొదటి పాఠ్యపుస్తకంగా భావించవచ్చు.

పాఠ్యపుస్తకం అంటే ఏమిటి? అనే అంశాన్ని పరిశీలిద్దాం!

ఛాంబర్స్ ఇంగ్లీషు డిక్షనరీ ప్రకారం, “పాఠ్యపుస్తకం అనేది ఒక సబ్జక్టులోని ప్రధాన మార్గదర్శక సూత్రాలన్నీ ఉన్న ఒక పుస్తకం.” లాంగ్ మాటల్లో, “పాఠ్యపుస్తకం అంటే ఒక ప్రత్యేకమైన అధ్యయనశాఖకు ప్రాథమిక లేక అనుబంధంగా ఉండే ప్రామాణిక గ్రంథం”. ఎన్.సి.ఇ.ఆర్.టి వారు 1970 లో నిర్వహించిన నేషనల్ బోర్డ్ ఆఫ్ స్కూల్ టెక్ట్‌బుక్స్ సమావేశంలో పాఠ్యపుస్తకం గురించి ఈవిధంగా వ్యాఖ్యానించారు – “పాఠ్యపుస్తకం ఒక రాష్ట్ర విద్యాకార్యక్రమంలో నిర్దేశించబడిన విషయ ప్రణాళికను ఆచరణకు తీసుకురావడానికి ఉపయోగించే ఒక పరికరం.

సాధారణంగా పది సంవత్సరాలకు ఒకసారి విద్యాప్రణాళికను వ్యవస్థీకరిస్తారు. విద్యాప్రణాళికను మార్పుచేసిన ప్రతీసారి పాఠ్యగ్రంథాలను కూడా మారుస్తారు. భాషేతర పుస్తకాలను ప్రస్తుతం సర్పిల పద్ధతి, ఏకకేంద్ర పద్ధతులలో అమర్చడం జరుగుతోంది. రాష్ట్రస్థాయిలో రాష్ట్ర విద్యా పరిశోధనా శిక్షణసంస్థ (SCERT) వారి ఆధ్వర్యంలో పాఠ్యపుస్తకాలను అభివృద్ధిపరచడం జరుగుతుంది. పాఠ్యపుస్తకాలను విద్యార్థి కేంద్రంగా తయారుచేస్తారు.

6.1.1 గణిత పాఠ్యపుస్తకం – ఆవశ్యకత, ప్రాముఖ్యత :

విద్యాప్రణాళికను అమలు జరిపే ప్రధాన సాధనం పాఠ్యపుస్తకం. గణిత పాఠ్యపుస్తకానికి తరగతిగది బోధనలో ప్రముఖస్థానం ఉంది. ఎందుకంటే గణిత పాఠ్యపుస్తకం గణిత విషయాన్ని అందించడంతోపాటు సమస్యా పరిష్కార పద్ధతులను కూడా సూచిస్తుంది. గణిత పాఠ్యపుస్తకం ఒక క్రమబద్ధమైన బోధనాభ్యసన ప్రక్రియకు సహకరిస్తుంది. ఇది తరగతిగది పనికి, విద్యార్థుల ప్రగతిని మూల్యాంకనం చేయడానికి మార్గదర్శకత్వం వహిస్తుంది. కాబట్టి గణిత పాఠ్యపుస్తకం ఇటు ఉపాధ్యాయునికి, అటు విద్యార్థికి కూడా ఉపయోగకరం. హాల్‌క్వెస్ట్ (Hall Quest) మాటల్లో "ఒక మంచి గణిత పాఠ్యగ్రంథం జ్ఞానానికి ఒక మంచి వనరు, ఒక పరికరం, ఒక మార్గదర్శి. విద్యార్థులు తమ జ్ఞానపరిధిని పెంపొందించుకోవడానికి ఒక మాధ్యమం, సత్యాన్ని వ్యాఖ్యానించడానికి ఒక మార్గం."

మంచి గణిత పాఠ్యపుస్తకం ప్రయోజనాలను పరిశీలిద్దాం.

1. ఒక పాఠ్యపుస్తకం ఆ తరగతికి నిర్ణయించిన విషయప్రణాళిక (Syllabus) ఆధారంగా రాయబడుతుంది. కాబట్టి అది గణిత విషయానికి సంబంధించి ఒక తరగతిలో ఎంతవరకు బోధించాలి అనే విషయాన్ని తెలియజేస్తుంది.
2. నిర్దేశిత సిలబస్‌ను అనుసరించి ఒక క్రమమైన పద్ధతిలో బోధించడానికి ఉపాధ్యాయునికి మార్గదర్శకంగా ఉంటుంది.
3. ఉపాధ్యాయుడు క్రమపద్ధతిలో బోధనా ప్రణాళికను తయారుచేయడానికి ఉపయోగపడుతుంది.
4. పాఠ్యపుస్తకం తరగతిగది బోధనలో ఒక పాఠాన్ని బోధించడానికి తగిన బోధనా పద్ధతులు, బోధనాభ్యసన సామగ్రి ఎన్నుకోవడానికి ఉపయోగపడుతుంది.
5. అవసరమైన సమాచారాన్ని అందించడంతోపాటు విద్యార్థుల మనస్సులో ఆలోచన, విచక్షణను ప్రేరేపిస్తుంది.
6. ఉపాధ్యాయుల, విద్యార్థుల సమయాన్ని పొదుపు చేస్తుంది.
7. విద్యార్థులలో స్వయం అభ్యసన అలవాట్లను అభివృద్ధి పరుస్తుంది.
8. ఉపాధ్యాయునికి బోధనా సామర్థ్యం పెంపొందించడానికి ఉపయోగపడుతుంది.
9. మాదిరి సమస్యల ఆధారంగా విద్యార్థులు అభ్యాసంలోని సమస్యలను సాధించడానికి ఉపయోగపడుతుంది.
10. ఉపాధ్యాయునికి, పుస్తకంలో ఇచ్చిన సమస్యలు ఆధారంగా తాము విద్యార్థుల అభ్యాసం కోసం అదనపు సమస్యలను తయారుచేయడానికి సహాయపడుతుంది.
11. బోధనాంశాలన్నీ పూర్తయిన తరువాత విషయాన్ని ఉపాధ్యాయుల సహాయం లేకుండానే, విద్యార్థులు స్వతంత్రంగా పునరభ్యసనం, పునర్విమర్శ చేసుకోవడానికి ఉపయోగపడుతుంది.
12. విద్యార్థులకు కావలసిన సమాచారం అంతా ఒకేచోట దొరుకుతుంది. తమకు కావలసిన అంశాన్ని త్వరగా అభ్యసించడానికి వీలవుతుంది.
13. విద్యార్థులు పాఠశాలకు హాజరుకాని సమయంలో జరిగిన పాఠ్యాంశాలను పాఠ్యపుస్తకం ద్వారా తెలుసుకోవడానికి ఉపయోగపడుతుంది.

14. ఉపాధ్యాయునికి సంప్రదింపు గ్రంథంగా (Reference Book) ఉపయోగపడుతుంది.
15. గణిత పాఠ్యపుస్తకం కొత్త ఉపాధ్యాయులకు ఎంతగానో ఉపయోగపడుతుంది.
16. విద్యార్థులు ఇంటిపని చేయడానికి సహాయపడుతుంది.

6.1.2 ఉత్తమ గణిత పాఠ్యపుస్తక లక్షణాలు :

ప్రాథమికస్థాయి పిల్లల కోసం అభివృద్ధిపరచబడే పాఠ్యపుస్తకాలపై ప్రత్యేక శ్రద్ధ అవసరం. ఉత్తమ గణిత పాఠ్యపుస్తకం ఈకింది లక్షణాలను కలిగిఉండాలి.

ఎ) సాధారణ విషయాలు - భౌతిక విషయాలు :

1. పాఠ్యపుస్తకం పరిమాణం మరీ పెద్దదిగానూ, మరీ చిన్నదిగానూ కాకుండా విద్యార్థుల వినియోగానికి వీలుగా మధ్యస్థంగా ఉండాలి.
2. పాఠ్యపుస్తకం ఆకర్షణీయంగా వివిధ చిత్రాలను కలిగిఉండాలి.
3. చిత్రపటాలు, పట్టికలు స్పష్టంగా ఉండాలి.
4. చిన్నతరగతులకు నిర్దేశించిన పాఠ్యపుస్తకాలలో పెద్దఅచ్చు (Font) వాడాలి.
5. విద్యార్థికి కనీసం ఒక సంవత్సరం ఉపయోగపడేలా మంచి కాగితం వాడాలి.
6. పాఠ్యపుస్తకం గట్టి అట్టతో, కవరుపేజీ ఆకర్షణీయంగా ఉండాలి.
7. ముద్రణలో తప్పులు లేకుండా చూడాలి.

బి) విషయం - విషయ సమర్పణ :

1. ఒక తరగతి పాఠ్యపుస్తకంలోని విషయం విషయ ప్రణాళికను అనుసరించి ఆధునికంగా ఉండాలి.
2. విషయం విద్యాప్రమాణాలకు అనుగుణంగా ఉండాలి.
3. విషయం విద్యార్థుల స్థాయికి తగినట్లుగా ఉండాలి.
4. విషయం శిశుకేంద్రంగా ఉండాలి.
5. విద్యార్థులలోని సృజనాత్మకతను బహిర్గత పరచడానికి అవకాశం ఉండాలి.
6. నిత్యజీవితంలో, ఇతర పాఠ్యవిషయాలలో ఎదుర్కొనే సమస్యలకు గణిత పాఠ్యపుస్తకంలో స్థానం కల్పించబడాలి.
7. భాష సరళంగా, సులభంగా, స్పష్టంగా, విద్యార్థుల స్థాయికి తగినట్లుగా ఉండాలి.
8. అంతర్జాతీయంగా ఆమోదించబడి ఉపయోగించే సంజ్ఞలను మాత్రమే ఉపయోగించాలి.
9. ఒక మౌలిక భావనను అభివృద్ధిపరచడంలో తగినంత విషయం ఉండాలి.
10. అవసరమైన పరిచయాన్ని, చారిత్రకాంశాలను, గణిత శాస్త్రజ్ఞులను గురించిన విషయాలను పొందుపరచాలి.
11. విషయం మనోవిజ్ఞానశాస్త్ర ఆధారంగా ఉండాలి.

12. పాఠ్యపుస్తకంలోని విషయాలు అభ్యసనా క్రమంలో ఉండాలి.
13. మాదిరి సమస్యలు / ఉదాహరణలు ఉండాలి.
14. విషయ సమర్పణ కృత్యాధార బోధనకు అనువుగా ఉండాలి.
15. స్వంతంగా చేసుకోవడానికి వీలైన అభ్యాసాలు ఉండాలి.
16. మౌఖిక అభ్యాసాలకు తగిన ప్రాధాన్యత ఇవ్వాలి.
17. అభ్యాసంలోని సమస్యలు పిల్లల్లో ఆలోచనాశక్తిని, హేతువాదాన్ని పెంపొందించేవిగా ఉండాలి.
18. సమస్యల క్రమం "సరళత నుంచి క్లిష్టతకు" అనే సూత్రాన్ని పాటించాలి.
19. అవసరమైనచోట ఆలోచంపచేసే ప్రశ్నలకు, ప్రాజెక్టు పనులను పొందుపరచాలి.
20. పాఠ్యపుస్తకంలోని విషయాలన్నిటిని సూచించే 'విషయసూచిక' ఉండాలి.
21. మూల్యాంకనం కోసం పునశ్చరణ అభ్యాసాలు ఉండాలి.
22. ప్రతిభావంతులైన పిల్లల కోసం కష్టమైనవి, సవాలుగా నిలిచే అభ్యాసాలు ఇవ్వాలి.
23. సాంఘిక, సాంస్కృతిక విలువలను అభివృద్ధి పరిచేదిగా ఉండాలి.
24. పజిల్స్, మనోరంజక గణితాంశాలు తగినవిధంగా, తగిన స్థానాలలో ప్రభావం కలిగిఉండేలా ఇవ్వాలి.
25. ముఖ్యమైన అంశాలను బాక్సులలో ఇవ్వాలి.
26. ప్రతి అభ్యాసం చివర, అభ్యాసంలో ఇచ్చిన ప్రశ్నల జవాబులు ఉండాలి.

గణిత పాఠ్యగ్రంథం ఎన్ని ఉత్తమ లక్షనాలు కలిగిఉన్నప్పటికీ దాన్ని ఒక పనిముట్టుగా, బోధనాభ్యసనలో ఉపయోగపడే పరికరంగా పరిగణించాలి. పాఠ్యపుస్తకంపై ఎక్కువ ఆధారపడటం వల్ల ఉపాధ్యాయుని, విద్యార్థుల ఆలోచన, వివేచనా శక్తుల అభివృద్ధి కుంటుపడుతుంది. ఎందుకంటే "పాఠ్యపుస్తకం సమర్థుడైన ఉపాధ్యాయుని చేతిలో ఒక మంచి పనివాడిలా ఉపయోగపడుతుంది. కాని అసమర్థుడైన ఉపాధ్యాయుని విషయంలో ఒక చెడు యజమానిలా స్వారీ చేస్తుంది." కాబట్టి ఉపాధ్యాయుడుగాని, విద్యార్థిగాని పాఠ్యపుస్తకానికి బానిస కాకూడదు. పాఠ్యపుస్తకం ఉపాధ్యాయుని బోధనకు ప్రత్యామ్నాయం కాకూడదు. దీన్ని విద్యార్థి పొందవలసిన జ్ఞానానికి పునాదిని ఏర్పరచుకొనే విధంగా ఉపయోగించుకోవాలి. సమర్థుడైన ఉపాధ్యాయుడు పాఠ్యపుస్తకానికి మాత్రమే పరిమితం కాకూడదు. దీన్ని అదనపు వనరుగా మాత్రమే భావించాలి.

6.1.3 అర్థవంతమైన పాఠ్యపుస్తకాలను రూపొందించడానికి APSCF-2011 చేసిన ప్రతిపాదనలు :

* అన్ని సబ్జక్టులలో పాఠ్యపుస్తకాలు రూపొందించడానికి సబ్జక్టువారీగా ఆధారపత్రాలు ఉండాలి.
* పాఠ్యపుస్తకాలు పిల్లల్ని ఆలోచింపచేసేలా, పిల్లలు తమకున్న సహజమైన శక్తిసామర్థ్యాలను వినియోగించి నేర్చుకోవడానికి దోహదపడాలి.
* పాఠ్యపుస్తకాలు సమాచారంతో బరువెక్కకుండా, పిల్లలే సమాచారాన్ని సేకరించేలా, ఆ సమాచారాన్ని విశ్లేషించేలా, నిర్ధారణలు చేసేలా అవకాశం ఉండాలి.

* పిల్లలు జ్ఞానాన్ని నిర్మించుకోవడానికి పాఠ్యపుస్తకాలు తోడ్పడాలి. ఆ జ్ఞానాన్ని నిత్యజీవితంలో వినియోగించడానికి అవకాశం ఉండాలి.
* పిల్లలు కేవలం పాఠ్యపుస్తకాలకే పరిమితం కాకుండా, అదనపు అభ్యసనం కోసం సంప్రదింపు గ్రంథాలు, మ్యాగజైన్లు, పత్రికలు, సామాగ్రి, సమాజ సభ్యులతో పరస్పర ప్రతిచర్యలు జరిగేలా పాఠ్యపుస్తకాలు అవకాశం కల్పించాలి.
* పాఠ్యపుస్తకాలలోని భాష సరళంగా ఉండాలి. నేర్చుకోవడానికి భాష ఒక అవరోధంగా ఉండరాదు. బహుభాషత్వాన్ని (Multilinguality) పరిగణనలోకి తీసుకోవాలి.
* పాఠ్యపుస్తకాలలోని పాఠ్యాంశాలు లింగ వివక్షతకు తావివ్వరాదు. పిల్లల ఆత్మవిశ్వాసం పెంచేలా, ఆలోచింపజేసేలా, మానవహక్కుల పట్ల స్పృహ పెంచేవిగా ఉండాలి. ఇందుకోసం ఆలోచనానైపుణ్యాలు అనగా ప్రతిస్పందించడం (Reflection), విమర్శనాత్మకంగా ఆలోచించడం (Critical thinking), బహుకోణాల్లో ఆలోచించడం (Dialectical thinking), సృజనాత్మకంగా ఆలోచించడం (Creative thinking), భావప్రసార నైపుణ్యాలు (Communication skills) వంటివి పెంపొందించాలి.
* స్థానిక కళలు, సంస్కృతి, ఉత్పాదక కార్యకలాపాలు, స్థానిక అంశాలు మొదలగునవి పాఠ్యాంశాలుగా ఉండాలి.
* ఆయా సబ్జక్టులకు నిర్ధారించిన విద్యాప్రమాణాలు (Academic Standards) ఆశించిన అభ్యసన ఫలితాలు (Expected learning outcomes) సాధించడానికి వీలుగా అభ్యాసాలు ఉండాలి.
* కృత్యాలు, ప్రాజెక్టుపనులు, అన్వేషణలు, ప్రయోగాలు, బహువిధములైన సమాధానాలు వచ్చే ప్రశ్నలు (open ended questions), క్రీడలు, పజిల్స్ మొదలగు వాటి రూపంలో ఆలోచింపజేసే అభ్యాసాలు ఉండాలి.
* పిల్లలు వ్యక్తిగతంగా నేర్చుకునేలా, జట్టుపనుల్లో పాల్గొనేలా, పూర్తి తరగతి ద్వారా నేర్చుకునేలా అభ్యాసాలు ఉండాలి. (Individual, group, whole class activities)
* పిల్లలు సహపాఠ్యాంశములైన మానవతావిలువలు, నైతికత, కళలు, ఆరోగ్యం, పని మొదలగు అంశాలను కూడా గ్రహించడానికి వీలుగా పాఠ్యపుస్తకాలలోని పాఠ్యాంశాలు, అభ్యాసాలు ఉండాలి.
* పాఠ్యపుస్తకాలు కింది తరగతులకు చెందిన కనీస సామర్థ్యాలు పునశ్చరణకు అవకాశం కల్పిస్తూనే తరగతి సామర్థ్యాలు సాధించడానికి, పైతరగతులకు చెందిన అంశాలకు అనుసంధానించేలా ఉండాలి.
* పాఠ్యపుస్తకాలు ఆకర్షణీయంగా, అందంగా ఉండాలి. నాణ్యమైన పేపరు, ముద్రణ, చిత్రాలతో కూడి ఉండాలి.

ఆలోచించండి – సమూహాలలో చర్చించండి : ప్రాథమికస్థాయి గణిత పాఠ్యపుస్తకాలను పరిశీలించి, వాటి రూపకల్పనలోని తాత్వికతను, వాటి లక్షణాలను చర్చించి, రాయండి.

6.2 ప్రాథమికస్థాయి గణిత పాఠ్యపుస్తకాలు - యూనిట్ నిర్మాణం, అభ్యాసాల స్వభావం :

ఆంధ్రప్రదేశ్ విద్యా ప్రణాళిక చట్రం (APSCF-2011) లో సూచించిన అనేక సిఫార్సులలో ప్రధానమైనది "పాఠశాలలో విద్యార్థుల అభ్యసనం పాఠశాల బయటి జీవితం (నిజజీవితం) తో ముడిపడి ఉండాలి." దీనికి అనుగుణంగా మన రాష్ట్రప్రభుత్వం అన్ని తరగతులకు దశలవారీగా అన్ని సబ్జెక్టులలోను విద్యాప్రణాళికను సవరించింది. అందులో భాగంగా గణిత విద్యాప్రణాళికను కూడా సవరించింది. అలాగే సిలబస్ (విషయ ప్రణాళిక) ద్వారా సామర్థ్యాలు పెంపొందించుటకు వీలుగా విద్యాప్రమాణాలను కూడా నిర్దేశించాను. వాటిని దృష్టిలో ఉంచుకొని ప్రాథమికస్థాయి (1 నుంచి 5 తరగతుల) గణిత పాఠ్యపుస్తకాలు రూపొందించబడ్డాయి.

అంతేకాకుండా పాఠ్యపుస్తకం నిర్మాణంలో పాఠ్యాంశాల నిర్మాణం, పాఠ్యపుస్తకంలో వాడిన భాష, చిత్రాలు, ముద్రణ మొదలైనటువంటి అంశాలపై కూడా ఆంధ్రప్రదేశ్ విద్యాప్రణాళికా పరిధిపత్రం అవి ఎలా ఉండాలో చర్చిస్తూ ప్రత్యేకమైన సూచనలు కూడా చేసింది. వాటిని ఇదివరకే మనం చర్చించాం. వీటిని దృష్టిలో ఉంచుకొని ప్రాథమికస్థాయి (1 నుంచి 5 తరగతులు) పాఠ్యపుస్తకాలు పిల్లలకు ఆనందంగా, గణితాన్ని అర్థవంతంగా, సులభంగా అవగాహన చేసుకొని అందరూ అభ్యసించడానికి వీలుగా రూపొందించే ఉద్దేశంతో తయారుచేయబడినవి.

* ఈ పాఠ్యపుస్తకాలు APSCF-2011 లోని మౌళికసూత్రాలు, RTE-2009 మార్గదర్శక సూత్రాల మేరకు రూపొందించిన గణిత విధానపత్రం (Maths Position Paper) ఆధారంగా తయారుచేయబడ్డాయి.
* ఉపయోగించిన భాష సరళంగా ఉండి విద్యార్థులు స్వంతంగా చదువుకొని అర్థంచేసుకొనే విధంగా ఉంది.
* పాఠ్యపుస్తకాలలోని ప్రతి పాఠ్యాంశం ఒక నిర్దిష్టమైన క్రమపద్ధతిలో రూపొందించబడింది.
* పాఠ్యాంశంలోని కీలక భావనలు విద్యార్థి నిజజీవిత సన్నివేశాలతో కూడిన ఉదాహరణలు, కృత్యాల ద్వారా అవగాహన పరచడం జరిగింది.
* ఈ పాఠ్యపుస్తకాలు విద్యార్థులకు స్వయం అభ్యసన దీపికలుగా ఉంటాయి.
* భావనలు / అభ్యాసాలలో ఇవ్వబడిన సమస్యలకు జవాబులు అక్కడే రాయడానికి వీలుగా స్థలాన్ని ఇస్తూ వర్క్‌బుక్ రూపంలో పుస్తకాలు రూపొందించబడ్డాయి.
* కింది తరగతుల్లో నేర్చుకొన్న గణిత భావనలను పునర్బలనం చేస్తూ, తరువాతి తరగతికి చెందిన భావనల జ్ఞాననిర్మాణం చేసుకోవడానికి అనుగుణంగా పాఠ్యపుస్తకాలు రూపొందించబడ్డాయి.
* విద్యార్థులు ప్రత్యక్ష అనుభవాల ద్వారా జ్ఞానసముపార్జన చేసుకోవడానికి తగిన ప్రాజెక్టు పనులు కల్పించ బడినవి.
* ఈ పాఠ్యపుస్తకాలు పిల్లల్లో సృజనాత్మకత, వారిలో ఆలోచన, సమస్యా సాధన ఇతర సందర్భాలలో ఉపయోగించడం, అంచనావేయడం వంటి సామర్థ్యాలను పెంపొందించే విధంగా ఉన్నాయి.
* గణిత పాఠ్యపుస్తకాలలో వివిధ అధ్యాయాలలోని భావనల అవగాహన కోసం ఇచ్చిన రంగురంగుల బొమ్మలను కవరుపేజీలో ముందు, వెనుక పేజీలపై ఉంచి ఆకర్షణీయంగా తయారుచేయబడ్డాయి.
* కవరుపేజీల వెనుకభాగంలో ఆలోచన రేకెత్తించే పజిల్స్ ఇవ్వబడ్డాయి.
* ఈ పాఠ్యపుస్తకాలలో వాడిన ఫాంటు (అక్షరాలు) పిల్లలు స్పష్టంగా చదివి అర్థంచేసుకొనే విధంగా ఉంది.

* పాఠ్యపుస్తకాల బోధనకై ఉపాధ్యాయులకు ప్రత్యేకమైన బోధనా సూచనలతోపాటు పాఠ్యాంశంవారీగా సాధించాల్సిన సామర్థ్యాలను వివరంగా పాఠ్యపుస్తకాలలో పొందుపరచడమైంది.
* సిలబస్ ద్వారా పిల్లల్లో సాధించాల్సిన గణిత విద్యా ప్రమాణాలను పాఠ్యపుస్తకాల (3,4,5 తరగతుల) చివర పొందుపరచడం జరిగింది.
* పాఠ్య పుస్తకాల బోధన కోసం ఉపాధ్యాయుడు తాను స్వంతంగా వార్షిక ప్రణాళిక తయరా చేసుకోవడానికి పాఠ్యపుస్తకాల కవరు పేజీ లోపల వైపు నమూనా వార్షిక ప్రణాళికను ఇవ్వబడ్డాయి.
* ప్రతి గణిత పాఠ్యపుస్తకంలోను ఆ తరగతికి నిర్ధేశించబడిన గణత విషయ ప్రణాళిక (సిలబస్) పొందుపరచబడింది.

యూనిట్ నిర్మాణం:

ప్రాథమిక స్థాయి గణిత పుస్తకాలలో బోధించాల్సిన పాఠ్యాంశం ఒక క్రమపద్ధతిలో వివరిస్తూ రూపొందించడం జరిగింది. క్రింద ఇవ్వబడిన సోపానాల ఆధారంగా ప్రతి పాఠ్యాంశం యొక్క నిర్మాణం జరిగింది.

ఆలోచించండి, చర్చించండి, శీర్షికల క్రింద కొన్ని సమస్యలు ఇవ్వడం జరిగింది.

1. నిజ జీవిత సన్నివేశం సందర్భాల ద్వారా భావనల పరిచయం – ప్రతి యూనిట్ కూడా ఒక నిత్యజీవిత సన్నివేశం లేదా సందర్భోచిత చిత్రం ద్వారా ప్రారంభించడం జరిగింది. దీంట్లో ఇచ్చిన ప్రతి అంశం కూడా యూనిట్‌కు అనుసంధానం చేసేలా ఉన్నవి.
2. భావనలు అవగాహన పరచుటకై కృత్యాలు / ఉదాహరణలు:
   ప్రతి యూనిట్‌ను రెండు భాగాలుగా విభజించడం జరిగింది. మొదటి భాగంలో గణిత భావనలను పూర్తి తరగతికి ఆభ్యాసం కల్పించడానికి వీలుగా కృత్యాలు ఇవ్వబడ్డాయి. కృత్యాలు చేయడానికి పిల్లలకు అర్థమయ్యే రీతిలో సూచనలు ఇవ్వడం జరిగింది. ఈ పాఠ్యాంశం ద్వారా పిల్లల నుండి ఆశించే ఫలితాలు పొందడానికి ఉపాధ్యాయునికి కూడా సూచనలు ఇవ్వడం జరిగింది. పిల్లలకు ఇచ్చిన సూచనల ఆధారంగా ఉపాధ్యాయుడు ఆశించిన ఫలితం కోసం సామాగ్రి ఉపయోగించి కృత్యాలు నిర్వహించాల్సి ఉంటుంది.
   రెండో భాగంలో పిల్లలు పూర్తి భావనలు పొందారని భావించిన తర్వాత పిల్లలు గ్రూపుల్లోగాని, వ్యక్తిగతంగా కాని అభ్యాసం పొందడానికి అభ్యాస కృత్యాలు ఇవ్వబడ్డాయి. ఈ అభ్యాస కృత్యాల్లో కూడా ప్లిలలకు సహకరించడానికి ఉపాధ్యాయునికి సూచనలు ఇవ్వడం జరిగింది.
3. ఉదాహరణలు, సందర్భాలతో కూడిన సమస్యలను పద్ధతి ప్రకారం సాధింపజేయడం.
4. భావన పరిచయం – పద్ధతి నేర్చడం – అభ్యాసం ఇవ్వడం అనే క్రమంలో ప్రతి యూనిట్ తయారుచేయడం జరిగింది.
5. నేర్చుకున్న భావనను వివిధ సందర్భాల్లో వినియోగించడానికి వీలుగా కృత్యాలు, తార్కిక ఆలోచన, అంచనా వేయడం, తప్పులు గుర్తించి సరిచేయడం, వేరుగా ఉన్నదాన్ని గుర్తించడం, అమరికలు, ఆటలు, పజిల్స్ మొదలైనవి ఇవ్వడమైంది.

6. పాఠ్యపుస్తకాల్లో భావనల పరిచయం కోసం ఇచ్చిన సందర్భాలు, కృత్యాలు, పిల్లల అభ్యాసం కోసం ఇచ్చిన అభ్యాసాలు మాత్రమే కాకుండా (ముఖ్యంగా 3, 4, 5 తరగతులలో) ఇవి చేయకండి, ప్రయత్నించండి, ఆలోచించండి, చర్చించండి. శీర్షికలు కింద కొన్ని సమస్యలు ఇవ్వడం జరిగింది.

ఇపుడు ఇవి చేయండి, ప్రయత్నించండి, ఆలోచించండి, చర్చించండి అనే శీర్షికలు ఎందుకోసం ఇవ్వబడ్డాయి? వాటిని బోధనాభ్యసన ప్రక్రియల్లో ఉపాధ్యాయులు ఎలా ఉపయోగించాలో పరిశీలిద్దాం!

ఇవి చేయండి :

* విద్యార్థి తాను నేర్చుకున్న భావనలు, ఎంతమేరకు అవగాహన జరిగిందనే విషయాన్ని వెంటనే తెలుసుకోవడం కోసం ఉద్దేశించబడింది.
* ఒక భావనకు మాత్రమే పరిమితమై ఉంటుంది.
* వీటిని విద్యార్థులు స్వంతంగా సాధించవలసి ఉంటుంది. ఇవి వారి ఆత్మవిశ్వాసాన్ని పెంపొందించేవిధంగా ఉంటాయి.
* పిల్లలు వాటిని సమర్థవంతంగా సాధించగలిగితే ఆ భావన వారికి అర్థమైనట్లు భావించాలి.
* కాబట్టి ప్రతీ ఉపాధ్యాయుడు "ఇవి చేయండి" శీర్షిక కింద సమస్యలను పిల్లలచే వ్యక్తిగతంగా/జట్టు కృత్యంగా నిర్వహించి, వారి అభ్యసనకు సహకరించాలి.

ప్రయత్నించండి :

* ఇందులో ఇచ్చిన సమస్యలు, ప్రవచనాలు, భావనల అవగాహన తరువాత విద్యార్థులు వాటిపై కలిగిఉన్న అవగాహనను సాధారణీకరించుకోవడానికి, మరింత లోతుగా అవగాహన పొందడానికి, భావనల స్థిరాకరణను పరీక్షించడానిక ఉద్దేశించబడింది. ఇవి కొంచెం కాఠిన్యత కలిగి ఉంటాయి.
* ఇవి స్వంతంగా సాధించాల్సి ఉంటుంది. ఎక్కడైనా సందేహాలు వస్తే ఉపాధ్యాయునితో గాని, తోటి విద్యార్థులతో గాని చర్చించి, సందేహ నివృత్తి చేసుకోవాలి.
* ఇవి విద్యార్థులకు ఆలోచనా శక్తిని రేకెత్తింపజేసి, సవాళ్లను స్వీకరించేవిధంగా ఉంటాయి.

ఆలోచించండి – చర్చించండి :

* నేర్పినటువంటి భావనల పరిధిని దాటి విద్యార్థుల స్థాయిని పరీక్షించడానికి ఈ శీర్షిక ఉద్దేశించబడింది.
* ఇవి జట్టు కృత్తంగా నిర్వహించాల్సిన అంశం
* ఇవి పిల్లల్లోని సృజనాత్మకతను వెలికి తీయడానికి దోహదపడుతుంది.
* ఇవి పిల్లలకు అదనపు అభ్యసనాంశంగా దోహదపడుతుంది. భావనల పట్ల విస్తృత అవగాహన కోసం తోటి విద్యార్థులతో చర్చించడానికి ఇది ఉపకరిస్తుంది.

అభ్యాసాలు స్వభావం:

ప్రాథమిక స్థాయి గణిత పాఠ్య పుస్తకాలలో

* ప్రతీ భావనపై పూర్తి అవగాహన జరగడానికి తగినంతగా అభ్యాసాలు ఇవ్వడం జరిగింది.

* అభ్యాసాలలో వివిధ రకాల కృత్యాలు ఇవ్వబడ్డాయి. ఉంచడం, చుట్టడం, జతపరచడం, సంఖ్యలు రాసే విధానం, చుక్కలు చూపడం, వేరుగా ఉన్న దానిని గుర్తించడం, అమరికలతో తరువాత వాటిని రాయడం, తప్పులను గుర్తించడం, సరిచేయడం, గణిత పదజాలంలో చెప్పడం వంటి విభిన్న కృత్యాలు ఇవ్వబడ్డాయి.
* పిల్లలు తార్కికంగా ఆలోచించడం, వేగంగా చేయడానికి ఉపయోగపడు మౌఖిక అభ్యాసాలకు తగిన స్థానం కల్పించడం జరిగింది.
* సమస్యలు “ సరళత నుండి క్లిష్టతకు” అనే సూత్రాన్ని పాటించి, ఇవ్వబడ్డాయి.
* సమస్యలు స్వంతంగా చేసుకోవడానికి వీలైన అభ్యాసాలు ఇవ్వబడ్డాయి.

6.3 గణిత విద్యా ప్రమాణాలు – అభ్యసన సూచికలు :

మానవుని జీవిత చక్రంతో సర్వాంతర్యామి అయిన గణితాన్ని ఒక్కొక్కరు ఒక్కొక్క అవసరం కోసం, ఒక్కో రకమైన శక్తిసామర్థ్యాలను పొందడం కోసం గణితాన్ని నేర్చుకొంటారు. కొందరు దైనంతిన జీవితంలో ఎదురయ్యే పనులు చేయడానికి ప్రాథమిక గణిత భావనలను నేర్చుకొంటారు. మరి కొందరు వారు ఎంచుకొన్న వృత్తి, ఉద్యోగం చేయడానికి ఇంకొందరు బుద్ధికుశలతకు, కొంత మంది విషయాన్ని లోతైన అధ్యయనం చేయడానికి, కొంతమంది పరిశోధన, అన్వేషణలకు మార్గలై నూతన సత్యాలను, దాగి ఉన్న వాస్తవాలను వెతకడానికి, వ్యక్తీకరించడానికి ఒక పరికరంగా గణితాన్ని నేర్చుకొంటారు.

అయితే నియత వ్యవస్థలో బోధనాభ్యసన కార్యక్రమంలో లక్ష్యాల ఎందుకు బోధిస్తారు అనేది ముఖ్యమైన ప్రశ్నలలో ఒకటి. మొదట లక్ష్యాల సాధన కోసం బోధనాభ్యసన కార్యక్రమం రూపొందించబడింది. తరువాత అది సామర్థ్యాలు, కనీస అభ్యసన స్థాయిలు సాధించడం కోసం జరిగేది. ఇప్పుడు విద్యాప్రమాణాలు సాధించడం కోసం పాఠశాలలో బోధనాభ్యసన కార్యక్రమాలు రూపొందించబడుతున్నాయి.

లక్ష్యాలు, సామర్థ్యాలు, విద్యా ప్రమాణాలను విశ్లేషణాత్మకంగా చూస్తే – బోధనాలక్ష్యాలు, పాఠ్యాంశం నేర్చుకున్న తరువాత మనం విద్యార్థిలో కలుగుతాయని ఆశించే మార్పులు, సామర్థ్యాలు ఒక తరగతి పూర్తయ్యేసరికి విద్యార్థి సాధించాల్సినవి. ఏవైనా అభ్యసనానంతరం మనం ఆశించే అంత్య ఫలితాలు మాత్రమే. పేర్లు ఏవైనా ఇదే. ఇప్పుడు స్వీకరించిన విద్యా ప్రమాణాలైనా ఇంతే. అభ్యసన అంత్య ఫలితాలు, ఆశించే ఫలితాలు. ఇలాంటి వాటిన్నింటి భావన ఒకటే

బోధనా లక్ష్యాలు, సామర్థ్యాలు, విద్యా ప్రమాణాలు – పూర్వరంగం:

1973–74 విద్యా సంవత్సరంలో ఆంధ్రప్రదేశ్ రాష్ట్రంలో State Wide Academic Programme (SWAP) అనే విద్యా కార్యక్రమం ద్వారా విద్యా లక్ష్యాల వర్గీకరణ పాఠశాలవిద్యలో స్థానాన్ని పొందింది. రాష్ట్ర వ్యాప్తంగా ఉపాధ్యాయులందరికీ వృత్యంతర శిక్షణ తరగతులు నిర్వహించబడ్డాయి. తర్వాత జాతీయ విద్యా విధానం (NPE) 1986 ద్వారా “కనీస అభ్యసనస్థాయి/సామర్థ్యాలు (Minimum Levels of learning / competencies) పాఠశాల విద్యలో ప్రవేశాన్ని పొందాయి. భారతదేశంలో విద్యారంగంలో ప్రముఖులైన వారిచేత ప్రతీ తరగతి చివరకు విద్యార్థులు సాధించాల్సిన కనీస అభ్యసనస్థాయి రచించబడ్డాయి. తర్వాత సర్వశిక్షా అభియాన్, ఆద్వర్యంలో (మన రాష్ట్రంలో ప్రస్తుతం 'రాజీవ్ విద్యా మిషన్' (RVM)అనేక కార్యక్రమాలు ద్వారా విద్యార్థుల అభ్యసనస్థాయిలు మెరుగుదలకు ప్రయత్నాలు చేయబడ్డాయి.

2005–06 విద్యా సంవత్సరంలో 2 నుండి 5వ తరగతి వరకు పిల్లలందరు చదవడం, రాయడం, చతుర్విధ ప్రక్రియ సాధించాలనే ఉద్దేశ్యంతో పిల్లల భాషాభివృద్ధి కార్యక్రమం(Children's Language Improvement Programme, C.L.I.P.)

అమలు జరుపబడింది. CLIP లోని సామర్థ్యాల పరిధిని విస్తరించి 1 నుంచి 7వ తరగతి వరకు 2006-07 విద్యా సంవత్సరంలోపిల్లలఅభ్యసనాభివృద్ధి కార్యక్రమం (Children Learning Acceleration Programme for Sustainability (CLAPS) అమలు జరుపబడింది. దీనిలో అన్ని సబ్జెక్టులకు కనీస సామర్థ్యాలను చేర్చారు. భాష, గణితాలలోని సామర్థ్యాల పరిధి విస్తరించబడింది. ఈ రెండు కార్యక్రమాలూ స్వల్ప కాలిక, లక్ష్య సాధన కోసం, కనీస సామర్థ్యాల సాధన కోసం ఉద్దేశింపబడి, ఆశించిన సామర్థ్యాల సాధన పైననే దృష్టి కేంద్రీకరించబడింది. జాతీయ విద్యా ప్రణాళికా చట్రం 2005 మార్గ దర్శకాలను ఆధారంగా చేసుకొని, దీర్ఘకాలిక లక్ష్యసాధన కోసం, తరగతి స్థాయికి చెందిన సామర్థ్యాలు, ఆశించిన సామర్థ్యాల సాధనతోపాటు బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు, మూల్యాంకనా విధానాలు అంతర్గతంగా కల్గియున్న కార్యక్రమం "అభ్యసనాభివృద్ధి కార్యక్రమం" (Learning Enhancement Programme - LEP) ఈ కార్యక్రమం 2009-10 విద్యా సం॥ నుండి ప్రారంభింపబడింది.

తర్వాత జాతీయ విద్యాప్రణాళిక చట్రం 2005, నిర్బంధ ప్రాథమిక విద్యాహక్కు - 2009, ఆంధ్రప్రదేశ్ రాష్ట్ర విద్యాహక్కు - 2009, ఆంధ్రప్రదేశ్ రాష్ట్ర విద్యా ప్రణాళిక చట్రం 2011ల ద్వారా అనేక వినూత్న భావనలు విద్యాక్షేత్రంలో ప్రవేశపెట్టబడ్డాయి. వాటిలో ఒకటి "విద్యా ప్రమాణాలు" (Academic Standards) దీని సంంధంగా మే/జూన్ 2012లో ఉపాధ్యాయులకు వృత్యంతర శిక్షణాకార్యక్రమాలు చేపట్టబడ్డాయి.

భోదనాలక్ష్యాలు, కనీస అభ్యసనస్థాయి/సామర్థ్యాలు, విద్యా ప్రమాణాలు భావనలను పరిశీలిద్దాం.

బోధనా లక్ష్యాలు :

"ఒక పాఠ్యాంశాన్ని అభ్యసించిన తరువాత విద్యార్థిలో కలుగు ప్రవర్తనా మార్పులే బోధనా లక్ష్యాలు"

జెంటిమన్.ఎస్.బ్లూమ్

ప్రతి ఉపాధ్యాయుడు తన తరగతి గదిలో విషయాన్ని బోధించడం ద్వారా సాధించవలసిన లక్ష్యాలను "బోధనా లక్ష్యాలు". ఇవే బోధన పూర్తయిన తర్వాత విద్యార్థులలో ఆశించిన అభ్యసన ఫలితాలు లేదా చడదగిన మార్పులు. ఈ బోధనా లక్ష్యాలు బోధనా విషయాన్ని ఎంపిక చేసి నిర్వహించడంలో కృత్యాలను, పద్ధతులను ఎంపిక చేయడంలో, వ్యూహాలను ఏర్పరచడంలో, విద్యార్థుల అభ్యసనాన్ని మూల్యాంకనం చేయడంలో ఒక ఆధారాన్ని రూపొందిస్తాయి.

మనోవిజ్ఞానశాస్త్రంలోని అభ్యసన సిద్ధాంతాల పై ప్రవర్తనా సిద్ధాంత ప్రభావం ఎక్కువగా ఉంది. ప్రవర్తనలో ఆశించిన మార్పునే అభ్యసనం అని నిర్వచిస్తాం. కాబట్టి విద్యాబోధన ద్వారా విద్యార్థుల ప్రవర్తనల మీద దృష్టిని కేంద్రీకరించడం జరిగింది. అట్లాంటి ప్రవర్తనా పరివర్తనలనే "స్పష్టీకరణలు" అంటారు. బోధనా లక్ష్యాలను స్పష్టీకరణలుగా విపులీకరిస్తాం. ఇవి తరగతి గదిలో విద్యార్థుల్లో కలిగే ప్రవర్తనా పరివర్తనలు. వీటిని సంక్షిప్తంగా ప్రవర్తనలు అంటారు. అభ్యసన జరిగిందనడానికి ఇవి సాక్ష్యాలు. అంటే ప్రతీ లక్ష్యం కొన్ని స్పష్టీకరణలను కలిగి ఉంటుంది. స్పష్టీకరణలు బోధనా లక్ష్యాల వివరణలుగా భావించవచ్చు. స్పష్టీకరణలు లక్ష్యసాధనకు మార్గాలు.

బోధన ద్వారా సాధించవలసిన లక్ష్యాలు అనేకం. వాటిని విద్యార్థుల స్థాయికి తగినట్లు ఏర్పాటు చేసుకోవడం, క్రమానుసారంగా సన్నిహిత సంబంధమున్న లక్ష్యాలను ఒకే వర్గం క్రింద వర్గీకరించుకోవలసిన అవసరం ఉంది. వాటికి శాస్త్రీయంగాను ఉపయోగకరంగాను వర్గీకరణ చేసిన వ్యక్తి డా. బెంజమన్.ఎస్.బ్లూమ్. ఈ వర్గీకరణను, "విద్యా లక్ష్యాల వర్గీకరణ" అన్నాడు. స్థూలంగా ఈ వర్గీకరణ క్రిందివిధంగా ఉందని గమనించవచ్చు.

విద్యాలక్ష్యాలు

↓

రంగాలు

(జ్ఞానాత్మక, భావావేశ,మానసిక చలనాత్మకరంగం)

↓

బోధనాలక్ష్యాలు

↓

స్పష్టీకరణలు.

విద్య వల్ల వ్యక్తి ప్రవర్తనలోకలిగే మార్పులను బ్లూమ్ తన అనుచర బృందంతో మూడు రంగాల క్రింద రూపొందించాడు. అవి. 1. జ్ఞానాత్మక రంగం 2. భావావేశరంగం. 3. మానసిక చలనాత్మక రంగం

విద్యాలక్ష్యాల అనుక్రమణిక

జ్ఞానాత్మకరంగం	**భావేశరంగం**	**మానసిక చలనాత్మకరంగం**
1. జ్ఞానం	1. గ్రహించడం	1. అనుకరణ
2. అవగాహన (అవబోధం)	2. ప్రతిస్పందించడం	2. నేర్పుతో మార్చి ఉపయోగించటం
3. వినియోగం	3. విలువ కట్టడం	3. సునిశితత్వం
4. విశ్లేషణ	4. వ్యవస్థాపనం	4. ఉచ్చారణ
5. సంశ్లేషణ	5. లాక్షణీకరణం/ శీలస్థాపనం	5. సహజీకరణం
6. మూల్యాంకనం		

జ్ఞానాత్మక రంగంలోని లక్ష్యాలను నిర్దిష్టంగా కొలవవచ్చు. అందువల్ల విద్యాబోధన, మూల్యాంకనం దృష్ట్యా ఈ రంగానికి చెందిన బోధనా లక్ష్యాలు చాల విలువైనవి. వాటిలో జ్ఞానం,ఆలోచన, సాధనకు,చెందిన లక్ష్యాలు ఉన్నాయి. ఈ రంగం జ్ఞానం, ప్రజ్ఞానైపుణ్యాలు, సామర్థ్యాలకు చెందినది. బ్లూమ్ ఈ రంగంలోని లక్ష్యాలను ఆరు వర్గాలుగా విభజించారు.

భావావేశరంగం మానవ ప్రవర్తనలో సంవేదనా విషయాలకు చెందింది. కాబట్టి దీనికి ఆసక్తులు, దృక్పథాలు, ప్రశంసనీయతలతో సంబంధం ఉంది. క్రాత్‌వాల్ ఈ రంగంలోని లక్ష్యాలను ఐదు వర్గాలుగా విభజించారు.

మానసిక చలనాత్మక రంగం, మానసిక – చలన విషయాలకు చెందింది. దీనిలో మానవులు చేసే వివిధ కృత్యాలు ఇమిడి ఉంటాయి. మానసిక చలన రంగంలో హస్తనైపుణ్యాలు, చిత్రలేఖన నైపుణ్యాలు, వివిధ చలన నైపుణ్యాలు ఉంటాయి. ఎలిజిబత్ సింప్సన్, భారతదేశానికి చెందిన ఆర్. హెచ్. దవేలు ఈ రంగంలోని లక్ష్యాలను ఐదు వర్గాలుగా విభజించారు.

బ్లూమ్ పేర్కొన్న విద్యా లక్ష్యాలు, రంగాలు, బోధనా లక్ష్యాలు ఒక దానికొకటి సంబంధం కలిగిన అంశాలేకాని వేటికవి విడివిడిగా ఉండవు. పాఠశాలలో కల్పించే అభ్యసన అనుభవాల ద్వారా బాలలు పొందే జ్ఞానం నైపుణ్యాలు మొదలైన వన్నీ పరస్పరాధారితంగా ఉంటాయి. తరువాత కాలంలో విద్యా రంగంలో జరిగిన పరిశోధనలు (నిర్మాణాత్మకవాద

సిద్ధాంతాలు) ఈ విషయాన్ని బలపరుస్తూ విడివిడిగా పేర్కొన్న అంశాల స్థానంలో 'సామర్థ్యాలు' అనే భావనను ప్రవేశపెట్టారు. బాలలు అభ్యసన సన్నివేశాలలో పాల్గొనడం ద్వారా పొందే జ్ఞానానికి బాలలు అభ్యసన సన్నివేశాలలో పాల్గొనడం ద్వారా పొందే జ్ఞానానికి నైపుణ్యం జతకూడినపుడు అది సామర్థ్యంగా రూపొందుతుందని నిర్మాణాత్మకవాదం పేర్కొన్నది.

సామర్థ్యాలు/కనీస అభ్యసన స్థాయిలు (MLL) :

విద్యార్థి ఒక తరగతి పూర్తి చేసేసరికి అతను సాధించాల్సిన సామర్థాలే తరగతికి చెందిన, సామర్థ్యాలు.

కనీస అభ్యసన స్థాయి అంటే ప్రతి విద్యార్థి ఒక తరగతి లేదా ఒక విద్యా స్థాయికి సంపూర్ణంగా సాధించాల్సిన, ఆశించిన అభ్యసన సామర్థ్యాలు.

విద్యా ప్రణాళికాభివృద్ధి ప్రక్రియలో మొట్టమొదటి చర్యగా సబ్జెక్టులోని అవసరమైన భావన, శీర్షికలను ఎన్నిక చేసి వీటిని నిర్దిష్టమైన అభ్యనాంశాలుగా విశ్లేషణ చేయాలి. ఈ అంశాలలో కొన్ని మౌళికమైనవి. (వృత్తిపరంగా ఉపయోగమైనవి, తదుపరి అభ్యసనాలన్నీ వాటిపై ఆధారపడి ఉంటాయి.) అందరు విద్యార్థులు వాటిని ప్రవీణతాస్థాయిలో పొందాలి. అంటే ఈ అభ్యసనాంశాలకు సంబంధించినంతవరకు, అభ్యసనం తప్పకుండా 100% ఉండాలి. ఈ అభ్యసనాంశాల ప్రవీణతాస్థాయిని "కనీస అభ్యసన స్థాయిలు" (MLL) గా పరిగణించి నేర్చుకోవాలి. ప్రతి విద్యార్థి ఈ కనీసస్థాయి చేరి సఫలమగునట్లు చూడాలి.

ప్రతి తరగతికి సంబంధించిన గణితశాస్త్ర కీలక భావనలు అవి బోధించేక్రమాన్ని బట్టి జాబితావేయకుండా, కింద తెలిపినట్లు 5 విభాగాలకు (రంగులకు) సంబంధించిన గణిత సామర్థ్యాలుగా విభజించడం జరిగింది.

1. పూర్ణాంకాలు, వాటి సంజ్ఞల అవగాహన.
2. పూర్ణాంకాల సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారం, భాహారాలలో సామర్థ్యం
3. నిత్య జివితంలో వచ్చే ద్రవ్యం, పొడవు, బరువు, పరిమాణం, వైశాల్యం, కాలాల ప్రమాణాలకు సంబంధించిన చిన్న సమస్యలను సాధించడంలో సామర్థ్యం
4. సామాన్య భిన్నాలు, దశాంశ భిన్నాలు, శాతాలు ఉపయోగించడంలో సామర్థ్యం.
5. రేఖాగణిత ఆకృతులు, అవి ఆక్రమించు స్థలం మధ్యగల సంబంధాలపై అవగాహన

విద్యాప్రమాణాలు :

ఆంధ్రప్రదేశ్ విద్యా ప్రణాళిక పరిధి పత్రం - 2011 అభిప్రాయంలో జ్ఞాన నిర్మాణం అనేది "సహజ అనుభవాలు, స్వతంత్ర అన్వేషణల" ద్వారా జరుగుతుంది.

పాఠశాలల్లో విద్యార్థి పొందే జ్ఞానానికి, నిజజీవితానికి పెద్దగా సంబంధం ఉండటం లేదు. పాఠ్య పుస్తకం నుండి "జ్ఞప్తికి తెచ్చుకొనే పద్ధతుల ఆధారంగానే ప్రస్తుతం జ్ఞాన నిర్మాణం జరుగుతుంది. పిల్లల యొక్క నిజజీవితం అనుభవాల ఆధారంగా బోధన జరిగితేనే విద్యార్థికి "జ్ఞాన నిర్మాణం" అనే ప్రక్రియ సరళమవుతుంది.

విద్యా ప్రమాణాలను అభ్యసన అంత్య ఫలితాలుగానే గాక, బహుళమితీయంగా పరిశీలిస్తే, ఉపాధ్యాయుడు, బోధనసామాగ్రి, అభ్యసన వాతావరణం, తరగతి ప్రక్రియలు వీనిలో అంతర్గతంగా ఉంటాయని తెలుస్తుంది. వీనిని పరిశీలిద్దాం.

అ) ఉపాధ్యాయుడు :

పిల్లలు అభ్యసన అంత్యఫలితాలు గూర్చి ప్రస్తావించాలంటే, వాటిని ఉపాధ్యాయుడు, బోధన సామాగ్రి, తరగతి ప్రక్రియల సందర్భంలోనే చెయ్యాలి. ఎందుకంటే ఒక తరగతి ఉందనుకుంటే, ఒక ఉపాధ్యాయుడు, అన్ని హంగులతో కూడిన గది ఉన్నట్లే, కాని చాలా తరచుగా దీనికి భిన్నంగానే ఉంటుందని మనకు తెలుసు. అంతేకాక, ఎంతో జాగ్రత్తగా పథకరచన చేయబడిన ఉపాధ్యాయ శిక్షణా కార్యక్రమం కూడా ఉండాలి. అధిక సంఖ్యలో ఉండే తాత్కాలిక శిక్షణా కార్యక్రమాలు ధనరూపేణా వృధా, ఉపాధ్యాయుని సామర్థ్యానికి ఏ విషయాన్ని అందించలేవు. అభ్యాసకుల సామర్థ్యాలు, వారు ఉపయోగించే అభ్యసన వ్యూహాల గూర్చిన అవగాహన ఏ ఉపాధ్యాయునికైనా అత్యంత ఆవశ్యకం. దీనితోబాటు ఉపాధ్యాయునికి తన సబ్జక్టు పై తగినంత పట్టు ఉండాలి. ఉపాధ్యాయుడు పొందే వృత్యంతర శిక్షణలు తన తరగతి కోసం నూతన వ్యాసంగాలను సృష్టించుకొనేలా ఉండాలి. కాని కృత్యకోశాలనిధిపై పూర్తిగా ఆధారపడితే తనకు తన విద్యార్థులకు కూడా విసుగు కలిగించేలా ఉంటుంది. చివరగా ఒక ఉపాధ్యాయుడు స్వయం ప్రతిపత్తి గల అభ్యాసకునిగా తయారవ్వాలి.

ఆ) బోధనాసామాగ్రి:

దీనికి సంబంధించినంత వరకు, మన దృష్టి ప్రధానంగా పాఠ్యగ్రంథంపైనే ఉంటుంది. ఎందుకంటే ఇది ఉపాధ్యాయునికి పవిత్ర గ్రంథం. ఇదొక దురదృష్టకరమైన భావన. దీనితోపాటు ఎన్నో రకాల సామాగ్రిని తరగతి గదిలోకి తీసుకు వచ్చి లాభకరమైన విధాలుగా ఉపయోగించవచ్చు. పాఠ్య గ్రంథాల విషయానికొస్తే, అవి మూస పోసినట్లుగా ఉంటున్నాయనే విమర్శను మనం తరుచుగా వింటున్నాం. మనలో చాలామంది భావన, ప్రతి తరగతి ఒక పాఠ్యగ్రంథం, విద్యార్థికి కార్యదీపిక(Work Book), ఉపాధ్యాయునికి కరదీపిక ఉండాలి. విద్యార్థులను త్సాహపరచడానికి రకరకాల కొత్త సామాగ్రులను తరగతి గదిలోకి తీసుకువచ్చి వాటిని పాఠ్యాంశానికి అనుసంధానం చెయ్యవచ్చు. ఇవేకాక కార్టూన్లు, చిత్రాలు, గీతాలు, పాటలు, కథలు వంటి వాటిని నిర్మాణాత్మక రీతిలో సృజనాత్మకంగా ఉపయోగించడంలోనే ఉపాధ్యాయుని ప్రతిభ ఆధారపడి ఉంది.

ఇ) అభ్యసన వాతావరణం:

పై రెండు అంశాలతో పాటు సమాన ప్రాముఖ్యం కలిగిన అంశమని సౌకర్యాలు, అందుబాటుకు సంబంధించిన అన్ని అంశాలు దీనిలో ఇమిడి ఉంటాయి. ప్రతి పాఠశాలకు సుసంపన్నమైన, అన్ని వసతులు కల్గిన గ్రంథాలయం ఉండాలి. విజ్ఞానశాస్త్ర ప్రయోగాలు చెయ్యడానికి ప్రయోగశాలలు, వ్యాయామ విద్య సంబంధిత పరికరాలతో బాటు, ఆటస్థలం ఉండాలి. రకరకాల వైకల్యాలు కల్గిన (దృష్టి, వినికిడి, అంగ) వారందరికీ పాఠశాలలు అందుబాటులో ఉండాలి. కంప్యూటర్ లేబొరేటరీ, అంతర్జాలంన్నుపయోగించుటకు వీలు కల సమాచార సాంకేతిక శాస్త్రపు సహాయం ఇప్పటి రోజులలో ప్రతి పాఠశాలకు తప్పనిసరి.

ఈ) తరగతి గది ప్రక్రియలు:

భారతదేశపు తరగతి గదులలో ఏం జరుగుతోందనే దాని మీద జరిగే పరిశోధన అంతంతమాత్రమే. సామాన్యంగా మనం శాబ్దిక ప్రవర్తన మీద మాత్రమే ఆధారపడి, విద్యార్థుల మెదళ్ళు ఖాళీ పాత్రలని, ఆ ఖాళీ పాత్రలను నింపడమే మన ధర్మమనే అభిప్రాయంలో ఉంటున్నాం. అంతేకాక 'బట్టీ పట్టడానికి' అత్యధిక ప్రాముఖ్యతని ఇస్తున్నాం. అందువల్లనే సమస్యల సాధనను కూడా విద్యార్థులు బట్టీ పట్టేలా చేసి, పరీక్షలలో అత్యధిక మార్కులు/ గ్రేడులు సంపాదించిన జ్ఞానం

ఇంచుమించుగా శూన్యం. దీనిని మార్చాల్సిన అవసరం ఉంది. విద్యార్థి పాఠశాలకు వచ్చే సరికి అతను కొన్ని జ్ఞాన శక్యతా సామర్థ్యాలను కల్గిఉంటాడని గుర్తించాలి. చాలా సందర్భాలలో, విద్యార్థి తన జ్ఞాన నిర్మాణాన్ని చేసుకొనేలా, ఉపాధ్యాయుడు వీలు కల్గించాలి. తరగతి గదిలో ప్రతి విద్యార్థి తన శక్త్యానుసారం పాలుపంచుకొనేలా చూడాల్సిన బాధ్యత ఉపాధ్యాయునిదే. అందుకోసం వారిని ఉత్సాహపరచాలి. సరికాని జవాబు నిచ్చిన సందర్భాలలో నిందించకుండా, సరైన ప్రక్రియలను ఉపయోగించాలి. ఇంతకీ విద్యా ప్రమాణాలు అంటే ఏమిటి?

విద్యార్థులు వేనిని నేర్చుకోవాలో, వేనిని చేయగలరో వాటిని విద్యా ప్రమాణాలు నిర్దేశిస్తాయి.

– విస్కాన్‌సిన్ విద్యాప్రమాణాలు.

విద్యార్థులు వేనిని అర్థం చేసుకోవాలో, ఏమి చేయగలరో వాటిని విద్యాప్రమాణాలు నిర్వచిస్తాయి.

– పెన్సిల్ వేనియా కామన్‌కోర్ ప్రమాణాలు

విద్యార్థి ఏమి తెలుసుకోవాలి, చేయగలగాలి, ఒక నిర్దిష్ట సమయము వద్ద ఏమి అభ్యసించాలి, విశాల దృక్పథంలో చూస్తే, అభ్యసనం జరిగింది అని నిశ్చయించుటకు ఏ నిష్పాదన (Performance) సాక్ష్యంగా అంగీకరింపబడుతుందో – విద్యాప్రమాణం నిర్దేశిస్తుంది.

ఒక విద్యార్థి ఒక విద్యను అభ్యసిస్తున్నపుడు, ఏదైనా ఒక స్థాయిలో తనకు ఏమి తెలిసి ఉండాలి, ఏమి నేర్చుకుని ఉండాలి, ఏమి చేయగలిగి ఉండాలి, అనే ప్రశ్నలకు సమాధానాలనే ఆస్థాయి విద్యా ప్రమాణాలు అంటారు.

– SCERT., A.P

ఉపాధ్యాయుడు తన బోధనలో అంచనా వేయడానికి విద్యార్థి తనకు తెలిసిన భావాల నుండి క్రమంలో దశల వారీగా భావనను నిర్మించుకొనే విధానానికి ప్రాముఖ్యత నివ్వాలి. ఈ దిశలో చూస్తే, విద్యా ప్రమానాలు ఉపాధ్యాయునికి మార్గదర్శకాలను అందజేస్తున్నాయి. ఆయన తరగతి గదిలో ఏ విధంగా బోధన జరపాలో తెల్పుతాయి. అనగా బోధనాభ్యసన మార్గాన్ని సూచిస్తాయి.

విద్యాప్రమాణాలు ఆవశ్యకత :

1. బోధన అభ్యసనానికి విద్యా ప్రమాణాలు ఖచ్చితమైన గమ్యాలుగా ఉపయోగపడతాయి.
2. ఉన్నత ప్రమాణాలను ఏర్పరచడం వల్ల విద్యార్థులు, తల్లిదండ్రులు, అధ్యాపకులు, పౌరులు సమయంలో దత్తప్రదేశం వద్ద చేరేసరికి ఏఏ అంశాలను విద్యార్థులు అభ్యసించాలో తెలుసుకొనుటకు వీలవుతుంది.
3. విద్యార్థులు ఏమి తెలుసుకోవాలి. ఏమి చేయగల్గిఉండాలి. అనే వాటికి సంబంధించిన స్పష్టమైన ప్రకటనలు (Statements) అవసరం. వీనివలన విజయానికి అవసరమైన జ్ఞానము, నైపుణ్యాలకు, పాఠశాలలు, విద్యార్థులకు అందించాయో లేదో తెలుసుకోవడానికి వీలవుతుంది.
4. రాష్ట్రవ్యాప్తంగా మదింపు (Assessment) వ్యవస్థకు అవసరమనై పాఠ్యాంశాలను (Content) వ్యవస్థితం చేయడానికి తగిన గట్టి పునాదిని ప్రమాణాలు నిర్మిస్తాయి.

బోధనాభ్యసనకు మార్గదర్శక సూత్రాలు:

1. ప్రతి విద్యార్థికి అభ్యసించడానికి హక్కు ఉంది.
2. బోధనకు తగిన విధంగాను, ఖచ్చితంగాను ఉండాలి.

3. ఉద్దేశపూరితమైన మదింపు బోధనకు దారి తీస్తుంది. అభ్యసనాన్ని ప్రభావితం చేస్తుంది.
4. అభ్యసం ఉమ్మడి (Collaborative) బాధ్యత.
5. విద్యార్థులు తమతో బలాల్ని(Strengths), అనుభవాల్ని తీసుకువస్తారు.

గణిత విద్యా ప్రమాణాలు:

ముఖ్యంగా విద్యార్థి గణితంలో నేర్చుకోవలసిన అంశాలు 2 అవి.

1. విద్యార్థి తాను ఏమి చేస్తున్నాడో/ చేస్తుందో తనకు తాను తెలుసుకోవడం కోసం, గణితం ఏ విధంగా నిర్మించబడ్డదో బాగా అవగాహన చేసుకోవాలి. ఊరికే కొన్ని ఫార్ములాలు బట్టీపట్టి, కొన్ని పద్ధతులను జ్ఞాపకం పెట్టుకోవడం వల్ల ఉపయోగం లేదు. అందుచేత విద్యార్థికి తాను నేర్చుకున్నది నిజంగా వంటపట్టినట్టయితే ఆమె/అతడు "అంచనా వెయ్యటం", "ప్రశ్నలు వెయ్యడం" వంటివి చేయగలుగును.

   ఉదా:- రెండంకెల సంఖ్యల వరకు లెక్కించడం,చదవడం, రాయడం, నేర్చుకున్న విద్యార్థి చేతికి కొన్ని గింజలను (50 లోపు) ఇచ్చినపుడు వాటిని లెక్కించకుండానే అంచనా వేసి చెప్పగలగాలి. వాటిని లెక్కించి సరిచూసుకోగలగాలి.

2. తాను నేర్చుకున్న గణితాన్ని నిత్య జీవితంలోని సమస్యలకు అనువర్తనం చేయడానికి, దానికి సంబంధించిన ఇతర విషయాలను అధ్యయనం చేయడానికి గణితాధ్యయనాన్ని కొనసాగించడానికి అవసరమయిన విజ్ఞానం పొందడం

   ఉదా:-

   1. 14 కన్నా 21 ఎంత ఎక్కువ?
   2. రాము వద్ద 6/- కలవు. అతని అన్న రాజు వద్ద, రాము కంటే 12 రుపాయలు ఎక్కువ ఉన్న రాజు వద్దనున్న మొత్తం రూపాయులు ఎన్ని?
   3. సంఖ్యలు నేర్చుకోవడం అనేది తర్వాత తరగతిలో సరి,బేసి, ప్రధాన స్ఖ్యలు మొదలగు భావనల అధ్యయనానికి దోహదం చేస్తుంది.
   4. చతుర్విధ ప్రక్రియలు బీజగణితం, వ్యాపారగణితం, సాంఖ్యకశాస్త్రం, మొదలగునవి. ఉన్నత స్థాయి అంశాల అధ్యయనానికి పునాది లాంటిది.

గణిత విద్యా ప్రమాణాలలోని మౌళికాంశాలు/ APSCF **– 2011 సామర్థ్యాలు:**

1. భావనల అవగాహన, సమస్యాసాధన (Conceptual understanding, Problem solving)
2. కారణాలు చెప్పడం – నిరూపణలు చేయడం (Reasoning Proof)
3. భావవ్యక్తీకరణ (Communication)
4. అనుసంధానం/అంతర్గత సంబంధాలు (Connections)
5. ప్రాతినిధ్యపరచడం – దృశ్యీకరించడం (Representation - Visualisation).

గణిత విద్యా ప్రమాణాలు – అభ్యసన సూచికలు:

అభ్యసన సూచికలు : "విద్యార్థి నిర్ధిష్టమైన తరగతిని పూర్తి చేసే లోపల తాను సాధించవలసిన సామర్థ్యాలను ఆ తరగతి యొక్క అభ్యసన సూచికలుగా చెప్పవచ్చు"

గణితంలోని వివిధ పాఠ్యాంశాల (Content) ద్వారా కింద సూచించిన విద్యా ప్రమాణాలకు అభ్యసన సూచికలు సాధించాలి.

1. భావనల అవగాహన, సమస్యాసాధన :

గణితం ఎందువల్ల ముఖ్యమైనదంటే మనం సాధించాల్సిన సమస్యలు ఎన్ని రకాలుగా ఉన్నా, ఎంత సంక్లిష్టంగా ఉన్నా గణిత భావనలు, గణిత పద్ధతులు అనువర్తనం చేసి సాధించవచ్చు. "సమస్యా సాధన" అనేది పిల్లలు తాము నేర్చుకున్న భావనలను కొత్త పరిస్థితులకు లేదా సంక్లిష్ట పరిస్థితులకు అన్వయిండానకి, తమ ప్రాథమిక నైపుణ్యాలను ఉపయోగించడానికి పాఠశాల లోపల, బయట వారికెదురయ్యే సమస్యలను పరిష్కరించడానికి ఉపయోగపడుతుంది.

సమస్యలలో రకాలు పజిల్స్, పదసమస్యలు, దత్తాంశ అవగాహన – విశ్లేషణ – పట్టికలు – గ్రాఫ్, పద్దతి ప్రకారం చేయు సమస్యలు మొదలగు రకరకాలుగా గణిత సమస్యలుంటాయి.

సమస్య సాధన – సోపానాలు:

1. సమస్యా సాధనలో పిల్లల సమస్యను చదివి, అర్థం చేసుకోవడం
2. ఇచ్చిన సమాచారం ఆధారంగా సమస్యను విశ్లేషించడం
3. అవసరమైన తార్కి పద్ధతులను ఎన్నుకోవడం
4. గణనలను చేయడం
5. ఫలితాన్ని పొందడం
6. అంచనా వేసిన ఫలితంతో సరిచూడడం
7. సమస్యను / ఫలితాన్ని వివరించడం వంటి సోపానాలతో కూడి ఉంటుంది.

కావున పిల్లలు గణితాభ్యసనంలో వివిధ దశలలో, వివిధ స్థాయిలలో ఉన్న సమస్యలను సాధించడంలోనూ, విశదీకరించడంలోనూ, రూపొందించడంలోనూ విస్తారమైన అనుభవం పొందుతారు. ఇవి సమస్యా సాధనలో వారి నైపుణ్య పెరగడానికి పట్టు వదలకుండా దోహదపడతాయి.

2. కారణాలు తెల్పడం – నిరూపణలు చేయడం:

ఏ స్థాయి నుండైనా గణిత పాఠ్యపుస్తఖంలో క్రొత్త అధ్యాయం మొదటగా పరిచయం చేసున్నపుడు కొన్ని స్వీకృతాలను తీసుకోవడం సహజమే. కానీ తరువాత, గనిత భావనలన్నీ ముందున్న భావనల మధ్య క్రొత్త సంబంధాలను రాబట్టుట కార్యకరణ విచారణలతో ఏర్పతున్నది. అంటే గణిత భావనల పరంపరను అవగాహన చేసుకోవడంలో ఆ భఆవనల మధ్య కార్యకారణ చేయడమే ప్రధానము. గణిత భావనల సముపార్జనలో చేయు ఆగమన, నిగమన కార్యకారణ విచారణా నైపుణ్యాలను క్రింది అంశాలు అనువర్తనం చేయగలగాలి. అవి

– దశల వారీగా ఉన్న సోపానాలకు కారణాలు వివరించడం.
– గణిత సాధారణీకరరణలను, ప్రకల్పనలను అర్థం చేసుకోవడం, చేయగలగడం.

– పద్ధతిని అర్థం చేసుకోవడం, సరిచూడడం
– సమస్యా నిరూపణలోని క్రమాన్ని అర్థంచేసుకోవడం.
– ఆగమన, నిగమన పద్ధతులలో తార్కికతను వినియోగించడం
– గణిత, ప్రకల్పనలను పరీక్షించడం.

అంటే కార్యకారణ చింతన ఏది ఎందుక జరిగిందో తెలుసుకోవడానికి చేసే ఆలోచన. ప్రతిస్థాయిలోనూ పిల్లలు సమస్యా సాధనకై వారు ఏయే నైపుణ్యాలను, ఏయే భావనలు ఎందుకు ఎంచుకున్నారో వంటి విషయాలకు కారణాలు చెప్పగలిగి ఉండాలి. వారు తాము చేసిన నిర్ణయాలు, ఫలితాలు లరిచూసుకోవడం ఒక అలవాటుగా మారాలి.

3. భావ వ్యక్తీకరణ:

అభ్యసన ప్రక్రియలో ఒక వ్యక్తి తాను ఏమి నేర్చుకొన్నాడో అని ఎప్పుడు ధృవపరుచుకోగలడు? తాను నేర్చుకొన్న అంశము యొక్క వివిధ రూపాలను (సాంకేతిక పదాలనుపయోగించి. వ్రాయబడినది, సంజ్ఞా రూపంలో వ్రాయబడినది, పట చిత్రాలలోచూపబడినది) చదువుట, వ్రాయుట, వివరించుట చేయగలిగినపుడు తాను ఎంత వరకు అవగాహన చేసుకున్నాడో ధృవపరచుకోగలడు.

కావున గణిత అభ్యసన సందర్భములో విద్యార్థికి భావ వ్యక్తీరణ చేయడానికి ఎక్కువ అవకాశాలు కల్పించాలి. ఆలోచనలను చక్కగా వ్యక్తీకరించాలి. అంటే తాను అనుభవం ద్వారా, అనుభవాన్ని ఉన్నది ఉన్నట్లుగా అవసరమైన గుర్తులు, ఉదాహరణలతో విశదీకరించి, క్లుప్తంగా చెప్పగలగాలి. సంపూర్ణ భావనలను అనుభవం ద్వారా పొందగలిగినప్పుడే ఇది సాధ్యమవుతుంది. ఇందుకోసం పాఠ్యపుస్తకాలలో కృత్యాలు, అభ్యాసనలు/నియోజనాలు కల్పించాలి. బోధనలో ఉపాధ్యాయుడు ఈ దిశలో విద్యార్థిని ప్రోత్సహించాలి.

గణిత భావనలను, వాక్యాలను చదవగలగడం – రాయగలగడం

ఉదా: $3 + 4 = 7$

$3/4$

$3 \times 5 = ?$

- గణిత వ్యక్తీకరణలను రూపొందించడం
- గణిత పరమైన ఆలోచనలను తన స్వంత మాటల్లో వివరించడం
  ఉదా: చతురస్రం అనునది నాలుగు సమాన భుజాలు, నాలుగు సమాన కోణాలు గల సంవృతపటం
- పద్ధతిని వివరించడం
  ఉదా: రెండంకెల సంఖ్యలను కూడడంలో మొదట ఒకట్ల స్థానంలోని అంకెలను కూడి, తరువాత పదుల స్థానంలోని అంకెలను కూడడం/స్థాన మార్పిడిని గుర్తుకు తెచ్చుకొనుట.
- గణిత తార్కికతను వివరించడం
- సంఖ్యలను గుర్తు ($<, >, =$) లతో పోల్చగలగడం
- గణిత వాక్యాన్ని నిజ జీవిత సమస్యగా మార్చి చెప్పగలగడం
- నిజజీవిత సమస్యలను గుర్తులను ఉపయోగించి రాయగలగడం.

4. అనుసంధానం/ అంతర్గత సంబంధాలు:

గణితం, అర్థంలేని ఒకదానికొకటి సంబంధంలేని కొన్ని అమూర్త భావనలు, నైపుణ్యాల విశ్రమం కాదు. గణితాన్ని ఒక వియుక్త విషయంగా బోధిస్తే/ అభ్యసిస్తే నేర్చుకునే అంశాల ప్రాముఖ్యత తెలియక ఆసక్తికరంగా ఉండదు. అనువర్తనం చెయనప్పుడు నేర్చుకొనాలనే తపన ఉండదు. అభ్యసనం కృత్రిమంగా ఉంటుంది. ఇది ఒకదానికొకటి అంతర్గత సంబంధాలు కల్గియున్న భావనల సమ్మేళనం – అందుచేత గణితంలోని అనేక భావనలు, పద్ధతుల మధ్య ఉన్న సంబంధాలు, గణితంలోని అనే విభాగాలకు ఒక దానితో మరొక దానికి ఉన్న సంబంధాలు బాగా అవగాహన అయినపుడు, పిల్లలు గణితాన్ని సులువుగా అభ్యసించగలుగుతారు. అలాగే వారికి గణితానికి, విజ్ఞానశాస్త్రాలు, కళలు, సంగీతం, వ్యాపారం, వైద్యం, ప్రభుత్వ కార్యకలాపాలు వంటి మిగతా విషయాలకి (సబ్జెక్టు) ఉండే సంబంధాలు కూడా తెలియాలి.

- అనుబంధ గణిత పాఠ్యవిభాగాలకు – భావనలను అనుసంధానం చేయడం.
  ఉదా: గుణకారానికి, కూడికకు,మొత్తంలో భాగానికి – నిష్పత్తికి – భాగాహారానికి, అమరికలకు – సౌష్ఠవమునకు, కొలతలు, తలము/అంతరాళం.
- దైనందిన జీవితానికి అనుసంధానం చేయడం.
- వేర్వేరు సబ్జక్టులతో గణితాన్ని అనుసంధానం చేయడం.
- గణితంలోనే వేర్వేరు పాఠ్యాంశాలకు సంబంధించిన భావనలను అనుసంధానం చేయడం.
  ఉదా: దత్తాంశ సేకరణ, అంకగణితం,అంకగణితం, ప్రదేశం
- భావనలను, బహుళ పద్ధతులకు అనుసంధానం చేయడం.

5. ప్రాతినిధ్యం – దృశీకరణ :

ప్రాతినిధ్యపరచడం అనగా ముడి సమాచారాన్ని (Data) లేదా ఒక పట్టికను, పిల్లలు చదివిన అర్థం చేసుకొని, వాటిని వర్ణించి, అంతే కాకుండా వారు తామర్థం చేసుకున్న దానిని రేఖా చిత్రములు లేదా సూచనాత్మక పటములు లేదా ఇతర మార్గాలలో వ్యక్తీకరించి, వాటికి అవి సూచించే సమాచారానికి మధ్య ఉన్న సంబంధాన్ని ప్రతీకలుగా వివరించగలగాలి.

పట్టికలోని సమాచారం, సంఖ్యారేఖ, పటచిత్రం, దిమ్మచిత్రం, 2–డి పటాలు, 3–డి పటాలు చదవడం.
పట్టికలను రూపొందించడం, సంఖ్యారేఖపై చూపడం, పటచిత్రములు, దిమ్మ చిత్రములు మున్నగు పటాలను గీయడం.
గణితంలోని వివిధ పాఠ్యాంశాల ద్వారా సాధించవలసిన అభ్యసన సూచికలు
ఉదాహరణకు 3వ తరగతి గణిత పాఠ్యాంశాల ద్వారా సాధించాల్సిన అభ్యసన సూచికలు కింద రాయబడ్డాయి.

3వ తగరతి గణితం విద్యా ప్రమాణాలు – అభ్యసన సూచికలు

వ.సం.	భావన (Concept)	అభ్యసన సూచికలు (Learning Indicators)
1.	ఆకారాలు	– కాగితాలను మడుచుట ద్వారా ఏర్పడిన ఆకారాలలో త్రిభుజం, చతురస్రం మొదలగు జ్యామితీయ ఆకారాలను గుర్తించుట. – భుజాలు, మూలల సంఖ్య, సరళ, వక్రతలాల ఆధారంగా వస్తువుల, ఆకారాల అవగాహన పొందు 2డి, 3డి పటాల మధ్య భేదాన్ని చెప్పగల్గుట. – చుక్కలను కలపడం ద్వారా సరళ వక్రతలాలను గీయగల్లుట.
2.	సంఖ్యలు – సంఖ్యా మానాలు	– పరిసరాలలో ఉన్న వస్తువులను ఉపయోగించి కొన్ని సమూహాలను ఏర్పర్చటం ద్వారా సంఖ్యలను నేర్చుకొనుట. – స్థాన విలువల ఆధారంగా ఇచ్చిన సంఖ్యలను వరుసక్రమంలో అమర్చగల్గుట. – ఒకటుల, పదులు, వందల స్థానాలలో అంకెలు లేనప్పుడు చెప్పిన సంఖ్యలను రాయగల్గుట. ఉదా – ఆరువందలమూడు.
3.	సంకలనం, వ్యవకలనం	– ఒకట్లు, పదులు, వందలుగా వస్తువలను కట్టలు కట్టడం ద్వారా మూడంకెల సంఖ్యల కూడికలు, తీసివేతలు చేయగల్గుట. – తెలియని విషయం నుంచి తెలిసిన విషయానికి నిజనిర్ధారణ చేయగల్గుట. – రెండంకెల లేదా మూడంకెల సంఖ్యల మొత్తం భేదం అంచనా వేసి సరిచూడగల్గుట.
4.	గుణకారం, భాగహారం	– ఆవర్తన సంకలనాన్ని గుణాకారంగా ఉపయోగించుటలో గల సౌలభ్యాన్ని అభినందించుట. – రెండంకెల సంఖ్యల లబ్ధాన్ని రాబట్టులో వివిధ రకాల సోపానాలను అభివృద్ధి చేయుట.
5.	భాగాహారం	– సమాన భాగాలుగా పంచటం అనే భావం అవగాహన చేసుకోగల్గుట. – సమూహాల గ్వారా భాహారం చేయుట/ఎక్కాలను ఉపయోగించి చేయుట.
6.	ద్రవ్యం	– నిత్య జీవితంలోకొనుట, అమ్ముట అనే ప్రక్రియల ద్వారా ద్రవ్య వినియోగాన్ని ప్రశంసించుట. – నిత్య జీవితంలో ద్రవ్యంను కూడుట, తీసివేయుట. – రూపాయల, పైసల మధ్య సంబంధాన్ని గుర్తించుట.
7.	కొలతలు, పొడవు	–అప్రమాణిక కొలతలను ఉపయోగించి పొడవు మరియు దూరాలను కొలుచుట, మీటరు టేపు ద్వారా దూరాలను కొలుచుట
8.	బరువు	– సాధారణ వస్తువుల బరువులను పోల్చుట. – బరువు కొలుచుటకు సామాన్య త్రాసును వినియోగించుట. – బరువు ఆధారంగా వస్తువులను వర్గీకరించుట.

ఉదాహరణ:

తరగతి : విషయం: గణితం

పాఠం: మూడంకెల సంఖ్యలకు పోల్చడం

సమస్యా సాధన:

అభ్యసన బహిర్గతాలు:
1. విద్యార్థి మూడంకెల సంఖ్యలకు సంబంధించి పోలిక సమస్యలను సాధిస్తాడు.
2. విద్యార్థి మూడంకెలతో వివిధ రకాల మూడంకెల సంఖ్యలను ఏర్పరుస్తాడు.

కారణాలు వివరించడం:

అభ్యసన బహిర్గతాలు:
1. విద్యార్థి మూడంకెల సంఖ్యలు రెండింటిని ఇస్తే వాటిని పోల్చి ఏది పెద్దది,ఏది చిన్నది, ఎందుకు. వివరించగలడు.
2. ఇచ్చిన మూడంకెల సంఖ్యలను ఆరోహణ, అవరోహణ క్రమంలో రాయగలగుతాడు.

వ్యక్తీకరించడం:

అభ్యసన బహిర్గతాలు:
1. విద్యార్థి $<, >, =$ గుర్తులతో మూడంకెల సంఖ్యలు పోల్చి ఇవ్వబడిన వాటిని శాబ్దిక రూపంలో వ్యక్తపరుస్తాడు.
2. విద్యార్థి మూడంకెల సంఖ్యలను పోల్చి గుర్తులతో వ్యక్తపరుస్తాడు.

అనుసంధానించడం:

అభ్యసన బహిర్గతాలు:
1. విద్యార్థి నిత్యజీవితంలో నోట్లు, నాణేలకు సంబంధించిన పోల్చే సమస్యలు సాధిస్తారు.
2. విద్యార్థి నిత్య జీవితంలో నోట్లను, నాణేలను లెక్కించగల్గుతాడు.

ప్రాతినిధ్యపరచడం:

అభ్యసన బహిర్గతాలు:
1. మూడంకెల సంఖ్యలను సంఖ్యారేఖపై గుర్తించి పోల్చుతాడు.
2. నోట్లు,నాణేలు పట రూపంలో చూపుతాడు.

ఆలోచించండి: ప్రాథమిక స్థాయి గణితంలో ఏవేని రెండు భావనలు తీసుకొని, వాటి దావరా సాధించాల్సిన విద్యా ప్రమణాలు రాయండి.

6.4 సౌకర్య కర్తగా ఉపాధ్యాయుడు (Teacher as facilitator)

ఒక వ్యక్తికి ఏ విషయంలో నీవు బోధించలేవు.
తనలో అంతర్గతంగా ఉన్న దాన్ని ఆవిష్కరించటంలో మాత్రమే సహాయపడగలవు. – గెలీలియో

జ్ఞాన నిర్మాణం చేయటానికి, విద్యార్థులతో జ్ఞానాన్ని పంచుకోవటానికి ఉపాధ్యాయుడు ఉత్తమ సౌకర్య కర్తగా (Good facilitator)గా ఉండాలని జాతీయ విద్యాప్రణాళికా చట్రం(N.C.F.) – 2005 పేర్కొంది.

పియాషే సిద్ధాంతం ప్రకారం, వెంటనే అర్థం చేసుకొని, ఉపయోగించుకోవటానికి వీలుగా ఉండే జ్ఞానాన్ని / సమాచారాన్ని ఉపాధ్యాయులు అందించలేరు. విద్యార్థులు వారి స్వంత అనుభవంతో మాత్రమే జ్ఞానాన్ని నిర్మించుకోవాలి. ఇందుకోసం వారు తోటి వారితో, ఇతర సాంఘిక కారకాలతో పరస్పర చర్య జరపాలి. ఈ క్రమంలో ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థికి మార్గదర్శనం చేస్తూ, సౌకర్యకర్తగా నిలవాలి.

వైగోస్కీ ప్రతిపాదించిన సాంఘిక – సాంసకృతిక అభ్యసన సిద్ధాంతాన్ని విశ్వసించిన నిర్మాణాత్మక వాదుల ప్రకారం అభ్యసనా కార్యక్రమంలో అభ్యాసకుడు క్రియాశీలకపాత్ర పోషిస్తాడు. ఈ సిద్ధాంతం ప్రకారం, బోధన – జ్ఞానం అందించే ఉపాధ్యాయకేంద్ర వాతావరణం (Teacher centered environment) నుంచి సహచర్య కేంద్రీకృత అభ్యసన వాతావరణానికి (Collaborative student centered learning enviroment) బదిలీచేయబడింది. ఇందులో ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థులకు జ్ఞానాన్ని అందించటం కాకుండా, వారు జ్ఞానాన్ని నిర్మించుకునేలా సహాయకుని పాత్ర పోషించాలి.

తరగతిగదిలో వివిధ సామర్థ్యాలు కలిగిన విద్యార్థులు ఉంటారు. కాబట్టి,విద్యార్థులు ఒకరికొకరు సహాయం చేసుకునేలా, పరస్పర ప్రతిచర్యలు అవసరం. దీని కోసం,సహకార అభ్యసనం, నిర్మాణాత్మక ఉపగమం, సహచర్య అభ్యసనం తప్పనిసరి. ఇందుకోసం ఉపాధ్యాయుడు సౌకర్యకర్తగా వ్యవహరించాల్సి ఉంటుంది.

విద్యార్థుల సాంఘిక, సాంస్కృతిక, భాషపరమైన అనుభవాలు ప్రతిబింబించేలా తరగతి వాతావరణాన్ని/కృత్యాలను ఉపాధ్యాయుడు రూపొందించాలి. వీటితోపాటుగా సమాజ ఆధారిత(Community based) అభ్యసన అనుభవాలను కల్పించేవిగా కూడా కృత్యాలను నిర్వహించాలి. వీటన్నిటి నిర్వహణకు ఉపాధ్యాయుడు సాధారణ బోధకుడిగా కాకుండా సౌకర్యకర్తగా వ్యవహరించాల్సి ఉంటుంది.

విద్యార్థుల్లో క్రియాశీలత అధికంగా ఉంటుందనే విషయం తెలిసిందే. ఈ లక్షణం ఆధారంగా విద్యార్థుల చేత సృజనాత్మక కృత్యాలు నిర్వహింపజేయాలి. ప్రయోగాలు చేయటం, తోటి విద్యార్థులు, ఇతర బృందాలతో చర్చించటం, నేర్చుకున్న లేదా ఆవిష్కరించిన అంశాన్ని ప్రదర్శించటం తదితర విషయాల్లో అవసరమైన జ్ఞానాన్ని వారికి అందిస్తూ, ఉపాధ్యాయుడు జ్ఞాన సౌకర్యకర్తగా నిలవాలి.

విద్యార్థులు సర్వసాధారణంగా ఆసక్తి కనబరిచే అంశం – బోధనోపకరణాలు. వీటి తయారీ ఎంత ఆసక్తిగా ఉంటుందో, అంతేస్థాయిలో వీటి తయారీ, వినియోగంలో లోపాలు కూడా జరిగే అవకాశం ఉంటుంది. వీటన్నిటి నుంచి బయటపడేలా ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థులకు తగిన మార్గదర్శనం చేస్తూ, సౌకర్యకర్తగా నిలవాలి.

ఈ విషయలన్నిటి దృష్ట్యా ఉపాధ్యాయుడు– నేర్చుకోవాటానికి అనుకూలమైన వాతావరణాన్ని కల్పించటం ద్వారా విద్యార్థులకు స్ఫూర్తిప్రదాతగా/సౌకర్యకర్తగా నిలవాలి.

ఉత్తమ సౌకర్యకర్తకు ఉండాల్సిన లక్షణాలు

శ్రద్ధగా వినటం: విద్యార్థులకు అవసరమైన సలహాలు ఇచ్చే క్రమంలో, ఉపాధ్యాయుడు ముందుగా విద్యార్థుల సమస్యలను శ్రద్ధగా వినాలి. తరగతి కృత్యాలు, ప్రాజెక్ట్‌లు లేదా మరే ఇతర అంశాల నిర్వహణలో పడుతున్న ఇబ్బందులేమిటో వారే స్వయంగా చెప్పేలా అవకాశం కల్పించాలి. విద్యార్థుల మాటల్ని శ్రద్ధగా వినాలి. ఇలా, తాము చెబుతున్న విషయాన్ని శ్రద్ధగా ఉపాధ్యాయుడు వింటున్న సంగతి గమనించటంతోనే విద్యార్థులు తమ సమస్య తీరినట్లు సంతోషిస్తారు.

నిజాయితీ: సౌకర్యకర్తగా మార్గదర్శనం చేసే సందర్భంలో ఉపాధ్యాయుడు నిజాయితీగా వ్యవహరించాలి. విద్యార్థుల అభ్యసన సన్నివేశాలను వాస్తవిక దృష్టితో పరిశీలించాలి. విద్యార్థులందరి పట్ల ఒకేవిధమైన భావన కలిగిఉండి. వైయక్తిక భేదాలను అనుసరించి, మార్గదర్శనం చేయాలి.

అవగాహన: మంచి సౌకర్యకర్తకు ఉండాల్సిన ప్రాథమిక లక్షణం ఇది. విద్యా లక్ష్యాలు, విద్యార్థులు సాధించాల్సిన సామర్థ్యాలు, అందుకు అనుసరించవలసిన వ్యూహాల పట్ల ఉపాధ్యాయుడు పూర్తి అవగాహన కలిగిఉండాలి. అప్పుడే సౌకర్యకర్తగా తన బాధ్యతలు నిర్వహించగలుగుతాడు.

మర్యాద/గౌరవం: విద్యార్థుల పట్ల ఉపాధ్యాయుడు మర్యాద పూర్వకమైన ప్రవర్తనతో ఉండాలి. గౌరవాన్ని ఇస్తూ, గౌరవాన్ని పొందాలి. అంటే, విద్యార్థుల అనుభవాలను స్వాగతిస్తూ, వాటిని విశ్లేషణ చేస్తూ, మరింత ఉన్నతంగా కృత్యాలను నిర్వహించేందుకు తగిన సలహాలు, సూచనలను సున్నితంగా ఇవ్వాలి.

ప్రజ్ఞ: కృత్యాల నిర్వహణలో ఉపాధ్యాయుడు చూపించే ప్రజ్ఞ అతడిని ఉత్తమ సౌకర్యకర్తగా నిలబెడుతుంది.

భావప్రసార నైపుణ్యాలు: తాను ఏం చెప్పదలచుకున్నాడో, ఏవిధంగా చెప్పదలచుకున్నాడో ఆ విషయాన్ని ఉపాధ్యాయుడు పూర్తిగా విద్యార్థులకు చెప్పగలగాలి. ఇందుకు అతడు ఉత్తమ భావప్రసార నైపుణ్యాలు కలిగిఉండాలి. లేకపోతే, విద్యార్థులకు సరైన మార్గదర్శనం చేయలేడు.

సమస్యా పరిష్కార నైపుణ్యాలు: బోధన కృత్యాల నిర్వహణ క్రమంలో విద్యార్థులకు ఎన్నో సమస్యలు ఎదురవుతాయి. వాటన్నింటినీ నైపుణ్యతతో పరిష్కరించే లక్షణం ఉపాధ్యాయుడికి తప్పనిసరి. వీటితోపాటు వైయక్తికభేదాలను అనుసరించి కూడా విద్యార్థులకు అనేక సమస్యలు ఎదురవుతాయి. వీటిని పరిష్కరించాల్సిన బాధ్యత కూడా ఉపాధ్యాయుడి మీద ఉంటుంది.

బృంద/ సమూహ నైపుణ్యాలు: కృత్యాలను వ్యక్తిగతంగా / సమూహంగా ఇచ్చిన సందర్భంలో ఉపాధ్యాయుడు కూడా ఆయా విద్యార్థి బృందాలతో కలసి పనిచేయాల్సి ఉంటుంది. విద్యార్థులందరినీ కలుపురుపోతూ, ఏ ఒక్కరి పట్ల మితిమీరిన శ్రద్ధ తీసుకోకుండా/ పక్షపాత ధోరణి ప్రదర్శించకుండా ఉండాలి. సమర్థత కలిగిన నాయకుడి రీతిలో విద్యార్థి బృందాలను నడిపించాలి. అప్పుడే ఉత్తమ సౌకర్యకర్త కాగలుగుతాడు.

వీటికి అదనంగా ఉత్తమ సౌకర్యకర్త కావటానికి ఉపాధ్యాయుడు మరికొన్ని జాగ్రత్తలు కూడా పాటించాల్సి ఉంటుంది. అవి

- తరగతి బోధనకు సంబంధించి తాను నిర్ణయించుకున్న లక్ష్యాలు, నిర్వహించదలచిన కృత్యాలు, అనుసరించటానికి నిర్ణయించుకున్న లక్ష్యాల పట్ల అభ్యాసకులకు అవగాహన కల్పించాలి. వీటన్నిటి అభ్యసన ఫలితంగా విద్యార్థుల నుంచి తాను ఏమి కోరుకుంటున్నాడో కూడా వారికి తెలియజేయాలి.
- విద్యార్థులు అభ్యసన లక్ష్యసాధనలో వెనుకబడి ఉండటానికి కారణాలేమిటో తెలుసుకుని, తగిన మార్గదర్శనం చేయాలి.
- అవసరమైన సందర్భాల్లో విద్యార్థులు కూడా లక్ష్యాల నిర్ణయం, ఇతర కృత్యాల రూపకల్పనలో పాల్గొనేలా ప్రోత్సహించాలి.
- తరగతిలో నేర్చుకుంటున్న విషయానికి, వాస్తవ సమాజానికి పొంతన ఉండేలా జాగ్రత్త తీసుకోవాలి.

మూల్యాంకనం:

I. వ్యాసరూప సమాధాన ప్రశ్నలు

1. ఉత్తమ గణిత పాఠ్యగ్రంథ లక్షణాలను వివరించండి.
2. అర్థవంతమైన పాఠ్య పుస్తకాలను రూపొందించడానికి APSCF - 2011 చేసిన ప్రతిపాదనలు తెలపండి.
3. ప్రాథమికస్థాయి గణిత పాఠ్యపుస్తకాలలోని యూనిట్ నిర్మాణాన్ని వివరించడి.

II. సంక్షిప్త సమాధాన ప్రశ్నలు

1. గణిత పాఠ్య పుస్తకం ప్రయోజనాలు తెలపండి.
2. బోధనా లక్ష్యాల వర్గీకరణను సంక్షిప్తంగా తెలపండి.
3. ఏదైనా ప్రాథమిక స్థాయి గణిత పాఠ్యాంశానికి "విద్యార్థి ప్రమాణాలు" రాయండి.

III. సంక్షిప్త సమాధాన ప్రశ్నలు

1. గణిత పుస్తకాన్ని బోధనలో ఏ విధంగా ఉపయోగించాలి?
2. గణిత పాఠ్య పుస్తకంలో అభ్యాసాల స్వభావాన్ని తెలపండి?
3. గణిత విద్యా ప్రమాణాలలోని మౌళికాంశాలు ఏవి?

7 తరగతి గది ప్రణాళిక వనరులు మూల్యాంకనం

"దేశ భవిష్యత్తు, తరగతి గదిలో రూపుదిద్దబడుతుంది"

– కొఠారి కమీషన్

విషయక్రమం:

7.1 బోధనా సన్నద్ధత : గణితబోధనా ప్రణాళిక, వనరుల సేకరణ

7.2 గణితబోధనలో వనరుల పాత్ర (T.L.M. & I.C.T.)

7.3 వార్షికప్రణాళిక, యూనిట్ ప్రణాళిక, పీరియడ్ ప్రణాళిక

7.4 మదింపు మరియు మూల్యాంకనం – నిర్వచనం, ఆవశ్యకత, ముఖ్యమైన పద్ధతులు

7.5 నిరంతర సమగ్ర మూల్యాంకనం (CCE) – అభ్యసనం కొరకు మదింపు, అభ్యసనం యొక్క మదింపు. నిర్మాణాత్మక మదింపు, సంగ్రహణాత్మక మదింపు మరియు సాధనాలు, భారత్వపట్టికలు, పరిపుష్టి మరియు నివేదిక పద్ధతులు, రికార్డులు, రిజిష్టర్లు.

అధ్యాయం లక్ష్యాలు :

ఈ అధ్యాయం చదివిన తరువాత ఉపాధ్యాయ విద్యార్థులు

- గణితబోధన ప్రణాళిక, అమలుకు ఉపాధ్యాయుని బోధన సన్నద్ధత ఆవశ్యకతను తెలుసుకుంటారు.
- గణిత వనరుల సేకరణ, గణిత బోధనలో వాటి పాత్ర గూర్చి తెలుసుకుంటారు.
- బోధన ప్రణాళికలను మూల్యాంకనం చేసే విధానాన్ని తెలుసుకుంటారు.

- మదింపు, మూల్యాంకనం యొక్క నిర్వచనం, ఆవశ్యకత మరియు వివిధ పద్ధతుల గూర్చి తెలుసుకుంటారు.
- నిరంతర సమగ్ర మూల్యాంకనం యొక్క నిర్వచనం, ఆవశ్యకత మరియు లక్ష్యాలను గూర్చి తెలుసుకుంటారు.
- నిర్మాణాత్మక మదింపు, సంగ్రహణాత్మక మదింపు వివిధ రకాల మూల్యాంకన సాధనాలను గూర్చి తెలుసుకుంటారు

పరిచయం :

విద్య యొక్క అంతిమ ఉద్దేశ్యం విద్యార్థిని సంపూర్ణ మూర్తిమత్వం కలిగిన వ్యక్తిగా తయారుచేయడం. ఈ ఉద్దేశ్యాన్ని సాధించడానికి రూపొందించిన విద్యా ప్రణాళికను సక్రమంగా అమలు పరచడానికి ఉపాధ్యాయుడు తరగతి వారిగా, విషయాల వారిగా నిర్మాణాత్మకమైన తరగతి గది బోధనా ప్రణాళికను తయారుచేసుకోవాలి. ఈ ప్రణాళిక సమర్ధవంతంగా అమలుజరగడానికి ఉపాధ్యాయుని బోధనా సన్నద్ధత కీలకమైన పాత్ర పోషిస్తుంది. తరగతి బోధనా ప్రణాళికలో భాగంగా కల్పించే బోధనాభ్యసన అనుభవాలు ఎంతవరకు ఆశించిన లక్ష్యాలను సాధించడానికి దోహదపడ్డాయో మూల్యాంకనం చేయవలసిన అవసరం ఉంది.

7.1.1 బోధనా సన్నద్ధత : (Teaching Readiness)

దేశభవిష్యత్‌ను నిర్ణయించే తరగతి గదిలో ఉపాధ్యాయుడు అత్యంత ప్రభావవంతమైన పాత్రను పోషించాలి. కావున ఉపాధ్యాయుడు మంచి మూర్తిమత్వ లక్షణాంశాలు, అర్హతలు, బోధనా నైపుణ్యాలు, కలిగి ఉండాలి. దీనికి అనుగుణంగా ఉపాధ్యాయుడు ఏ విధంగా బోధనా సన్నద్ధతను కలిగి ఉండాలో తెలుసుకుందాం.

- బోధించే విషయంపై పూర్తి స్థాయిలో అవగాహన కలిగి ఉండాలి.
- బోధన అనేది విద్యార్థి కేంద్రీకృతంగా వుండి నేర్చుకొనుటకు అనుకూలంగా వుండాలి.
- విద్యార్థుల స్థాయికి అనుగుణంగా వివిధ బోధనావ్యూహాలను రూపొందించాలి.
- భావనలకు తగిన విధంగా బోధనా పద్ధతులను ఎన్నుకోవాలి.
- గణితానికి, ఇతర విషయాలకు మధ్య సహ సంబంధంపై అవగాహన ఉండాలి.
- విద్యార్థులలో వివిధ బోధనాభ్యసన కృత్యాలద్వారా సృజనాత్మక, ఆలోచనాత్మక నైపుణ్యాలు పెంపొందించాలి.
- వివిధ భావనలకు అనుగుణంగా పీరియడ్ పథకాల తయారీ, బోధనాభ్యసన కృత్యాలు, బోధనోపకరణాల తయారీలో నైపుణ్యం కలిగి ఉండాలి.
- విద్యార్థుల స్వభావము, గణిత స్వభావాలను సమన్వయం చేసుకుంటూ, సరైనా బోధనా వ్యూహాలు అమలుపరచాలి.
- తరగతిలో ప్రత్యేక అవసరాలుగల విద్యార్థులు, వెనుకబడిన విద్యార్థులకు ప్రత్యేక బోధనా వ్యూహాలు అమలు చేయాలి.
- గణిత బోధనకు కావలసిన వనరుల సేకరణ, తయారీలో నైపుణ్యం కలిగిఉండాలి.
- బోధనలో నవ్యత, నూతన పోకడులను అమలుపరుస్తూ, తరగతి గదిలో స్వేచ్ఛాయుత వాతావరణాన్ని కలుగజేయాలి.

- విద్యార్థుల అభ్యసనాన్ని మదింపుచేసే పద్ధతులు, వివిధ మదింపు సాధనాలను, పద్ధతులను తెలుసుకోవడం, లోపనివారణ పద్ధతులను అవలంభించుటలో ఉపయోగించడంలో నైపుణ్యం కలిగి ఉండాలి.
- పిల్లలను అభ్యసన కృత్యాల ద్వారా, ప్రశ్నల ద్వారా ఆలోచింపచేసి, తమంతట తాము నేర్చుకొనే విధంగా ప్రోత్సహించాలి.
- ఉపాధ్యాయుని తయారీ అనేది ఒక వృత్తి పరమైన అభివృద్ధి, బోధన ఉత్తేజ పరంగా పిల్లలకు ప్రేరణ కలిగించే విధంగా వుండాలి. అంటే పరస్పర ప్రతి చర్యలతో కూడిన బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు నిర్వహించబడాలి.
- విద్యార్థుల తల్లిదండ్రులు, సమాజంలో బాధ్యతాయుత వ్యక్తులతోను మంచి సంబంధాలు కలిగి ఉండాలి.
- గణితబోధనలో ICT ఉపయోగించగలిగే నైపుణ్యాలు కలిగి ఉండాలి.
- విద్యావ్యవస్థకు సంబంధించిన వివిధ సమస్యలపై చర్యాత్మక పరిశోధనలు చేపట్టాలి.
- వృత్తిపట్ల జవాబుదారీతనాన్ని కలిగి ఉండాలి.
- వృత్తిపరమైన, వ్యవస్థాపరమైన అంశాలపట్ల అవగాహన కలిగి ఉండాలి.
- విద్యార్థులు, సహ ఉపాధ్యాయులతో మంచి సంబంధాలు కలిగి ఉండాలి.
- వృత్తిపరమైన నైపుణ్యాలు పెంపొందించే సెమినార్స్, వర్క్‌షాప్స్, ఓరియంటేషన్ తరగతులలో పాల్గొనాలి.
- వివిధ గణిత సంఘాలు నిర్వహించే కార్యక్రమాలలో పాల్గొనాలి.
- ఉపాధ్యాయుడు నిరంతర విద్యార్థిగా ఉంటూ, విషయానికి సంబంధించిన నూతన పోకడలను ఎప్పటికప్పుడు తెలుసుకుంటూ ఉండాలి.

ఆలోచించండి

ఉపాధ్యాయునికి పై విషయాలతోపాటు ఇంకా ఏయే విషయాలలో సన్నద్ధత అవసరమో చర్చించండి.

7.1.2 గణితశాస్త్ర బోధనా ప్రణాళిక :

ఉపాధ్యాయుడు గణితంలో నిర్దేశించిన ప్రమాణాలను, లక్ష్యాలను సాధించడానికి ఒక క్రమబద్ధమైన ప్రణాళిక అవసరం. మొత్తం గణిత పాఠ్యాంశాలు బోధించడానికి సంవత్సరంలో ఎన్ని పీరియడ్స్ అవసరం? ఏయే నెలలో ఏఏ పాఠ్యాంశాలు బోధించాలి? ఏయే యూనిట్స్ ద్వారా ఏయే లక్ష్యాలు సాధించాలి?ప్రమాణాలకు అనుగుణంగా ఎలాంటి బోధనాభ్యసన కృత్యాలను నిర్వహించాలి? ఏయే భావనలకు ఎలాంటి బోధనాసామగ్రిని తయారుచేయాలి? ఏయే ప్రాజెక్టులు విద్యార్థులతో నిర్వహింపచేయాలి? ఏయే బోధనా వ్యూహాలు అమలుపరచాలి? మొదలగు విషయాల రూపకల్పనే బోధనా ప్రణాళిక రచన అంటారు.

బోధనా ప్రణాళిక రచన వలన ఉపయోగాలు.

- విద్యాసంవత్సరంలో బోధనా కార్యక్రమం ఒక క్రమ పద్ధతిలో ప్రణాళికాబద్ధంగా జరుగుతుంది.
- నిర్దేశించుకున్న ప్రమాణాలను నిర్ణీతకాలంలో సాధించవచ్చు.
- ప్రణాళికకు అనుగుణంగా బోధనాభ్యసన సామగ్రిని సిద్ధం చేసుకొనవచ్చు.
- భావనలకు అనుగుణంగా బోధనాభ్యసన కృత్యాలను, వ్యూహాలను ముందుగా తయారుచేసుకోవచ్చు.
- వివిధ మదింపు విధానాలను, సాధనాలను ముందుగా సిద్ధం చేసుకోవచ్చు.
- విద్యార్థుల సాధనను ఎప్పటికప్పుడు మదింపుచేసి వారికి, తల్లిదండ్రులకు తెలియజేస్తూ విద్యార్థుల అభ్యసన అభివృద్ధికి తోడ్పడవచ్చు.
- అవసరమైన సందర్భాలలో బోధనాభ్యసన కృత్యాలలో మార్పులు చేసుకొనడానికి అవకాశం ఉంటుంది.

7.1.3 వనరుల సేకరణ :

విద్యార్థులు పాఠశాలకు రాకపూర్వము వివిధ గణిత భావనలైన లెక్కించడం, పోల్చడం, అంచనావేయడం, ఊహించడం, ప్రశ్నించడం, పరిశీలించడం, సాధారణీకరణ చేయడం మొదలగు విషయాలను నేర్చుకుని ఉంటారు. ఈ విషయాలను పిల్లలు ఆడుకుంటూ, కుటుంబ సభ్యులు, మిత్రులతో మాట్లాడుకుంటూ, ఆయా సన్నివేశాలను పరిశీలిస్తూ, తమకు తెలియకుండానే స్వేచ్ఛగా, సహజవాతావరణంలో నేర్చుకుంటారు. కావున పాఠశాలలో అభ్యసన విధానం పిల్లలు సహజంగా నేర్చుకునే విధానంగా ఉండాలి. గణితశాస్త్రంలో ఉండే భావనలు అమూర్తమైనవి. వీటిని విద్యార్థులు అవగాహన చేసుకోవడంలో ఇబ్బందులు ఎదుర్కొంటారు. ఈ అమూర్తభావనలు విద్యార్థులకు అవగాహన కావాలంటే మూర్త వస్తువులను వినియోగించాలి. ఉదా : సంఖ్యలను పరిచయం చేయడానికి బోధనాభ్యసన కృత్యాలలో గోళీలు, అగ్గిపుల్లలు, ఆకులు మొదలగువాటిని ఉపయోగించి సులభంగా అవగాహన పరచవచ్చు.

ద్రవ్యానికి సంబంధించిన భావనను బోధించడానికి నకలు కరెన్సీ నోట్లును ఉపయోగించి సులభంగా బోధించవచ్చు. కొలతల గురించి బోధించేటప్పుడు టేపు, స్కేలు మొదలగువాటిని ఉపయోగించి బోధించవచ్చు. సమయం గురించి బోధించేటప్పుడు గడియారం, రైల్వే టైంటేబుల్ మొదలగు వాటిని ఉపయోగించి బోధించవచ్చు. భిన్నాలను గురించి బోధించేటప్పుడు భిన్నాల చట్రం, గ్రిడ్ పేపర్ మొదలగునవి ఉపయోగించి బోధించవచ్చు.

ఉపాధ్యాయుడు, వివిధ గణిత భావనలకు సంబంధించిన ఖర్చులేని మరియు తక్కువ ఖర్చుకగిలిన వనరులను పరిసరాలనుండి స్వయంగా మరియు విద్యార్థులద్వారా సేకరించి బోధనలో ఉపయోగించి విద్యార్థులకు గణితంపట్ల ఆసక్తి కలిగించవచ్చు.

బోధనోపకరణాలను మూడు రకాలుగా వర్గీకరించవచ్చును. అవి 1) దృశ్యోపకరణాలు 2) శ్రవ్యోపకరణాలు 3) దృశ్యశ్రవ్యోపకరణాలు.

దృశ్యశ్రవ్యోపకరణాలు అనగా చూడడం ద్వారా నేర్చుకోవడానికి ఉపయోగపడేవి. ఉదా : పూసలు, ఆకారాలు, తూనికరాళ్ళు, కొలపాత్రలు, స్కేల్స్ మొదలగునవి.

శ్రవ్యోపకరణాలు అనగా వినడం ద్వారా నేర్చుకోవడానికి ఉపయోగపడేవి. ఉదా : రేడియో పాఠాలు. ఆడియో రికార్డులు

దృశ్యశ్రోవ్యోపకరణాలు అనగా వినడం, చూడడం ద్వారా నేర్చుకోవడానికి ఉపయోగపడేవి. ఉదా : వీడియో పాఠాలు, టీ.వి., కంప్యూటర్ ఆధారిత పాఠాలు మొదలగునవి.

7.2 గణిత బోధనలో వనరుల పాత్ర

గణితం అమూర్తభావనలతో నిండినది. ఈ అమూర్తభావనలను అవగాహన పరచడానికి తరగతి గదిలో ఉపాధ్యాయునికి సహాయకారిగా ఉపకరించే సామగ్రినే బోధనోపకరణాలు అంటారు. తరగతి గదిలో బోధనోపకరణాలు విద్యార్థులకు ఆయా భావనలు సులభంగా అవగాహనకావడానికి, అభ్యసనను వేగవంతం చేయడానికి, ఎక్కువకాలం గుర్తుండేటట్లు చేయడానికి, గణిత అభ్యసనంపట్ల ప్రేరణ, ఆసక్తి కలిగించడానికి, నేర్చుకోవడం ఆనందకరంగా ఉండడానికి ఎంతగానో ఉపయోగపడతాయి. బోధనాభ్యసన కృత్యాలలో బోధనోపకరణాలు ఉపయోగించడం వలన విద్యార్థులలో తార్కిక ఆలోచన, అన్వేషణశక్తి, సమస్యా పరిష్కార సామర్థ్యాలు మొదలగునవి అభివృద్ధిచెందుతాయి. బోధనోపకరణాలు జ్ఞానేంద్రియాలకు ప్రేరణ కలిగిస్తాయి. కావున ప్రాథమికస్థాయి విద్యార్థులకు గణితం బోధించేటప్పుడు సందర్భానుసారంగా బోధనోపకరణాలను ఉపయోగించాలి.

7.2.1 గణిత బోధన సామగ్రి, వనరులు :

గణితబోధనలో ఉపయోగపడే సామగ్రి, వనరులు గూర్చి చర్చిద్దాం.

i) నల్లబల్ల (Black Board):

తరగతి గదిలో అత్యంత విరివిగా ఉపయోగించే పరికరం నల్లబల్ల (బ్లాక్‌బోర్డ్). ఇది సాధారణంగా నలుపు రంగులో ఉంటుంది. ఆకుపచ్చ, నీలం,ఎరుపు రంగులలో కూడా ఉంటాయి. వీటిపై రాయడానికి వివిధ రంగులలో ఉన్న సుద్దముక్కలను (చాక్‌పీస్) వాడతారు. నల్లబల్లను గణితానికి సంబంధించిన సమస్యలను వరుస క్రమంలో సాధించడానికి, గణిత నిర్వచనాలు, సూత్రాలు, సాంకేతిక పదాలను రాయడానికి ఉపయోగించవచ్చు. జ్యామితికి సంబంధించిన వివిధ రేఖా చిత్రాలను గీయడానికి, బొమ్మలను, పట్టికలను వేయడానికి ఉపయోగించవచ్చు. నల్లబల్లను ఉపయోగించేటప్పుడు వివిధ జాగ్రత్తలు పాటించాలి.

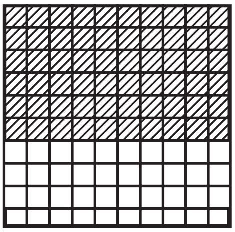
- బోర్డుపై గీసిన చిత్రాలు, అక్షరాలు తరగతి గదిలోని విద్యార్థులందరకూ కనిపించే విధంగా ఉండాలి.
- రాసేటప్పుడు ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థులకు అడ్డు ఉండకుండా బోర్డుకు ఒకవైపున ఉండాలి.
- బోర్డుపై అక్షరాలు రాసేటప్పుడు ఎడమవైపు నుండి మొదలుపెట్టి కుడివైపుకు వెళ్ళాలి.
- నల్లబల్లను తుడిచేటప్పుడు బోర్డుపైభాగం నుండి క్రిందకు తుడవాలి.
- బోర్డుపై గీసిన బొమ్మలోని భాగాలు, అంశాలను విద్యార్థులతో గుర్తింపు చేయడానికి సూచికను (పాయింటర్) ను వాడాలి.

ii) గళ్ళకాగితం (Grid Paper) :

గ్రాఫ్ పేపర్‌వలె నిలువు అడ్డ గీతలతో చదరాలు గీసి ఉన్న పేపరును గ్రిడ్ పేపర్ అంటారు. దీని సహాయంతో లెక్కించడం, భిన్నాలు, దశాంశాలు, శతాంశాలు, సంకలనం, వ్యవకలనం, శాతాలు, ప్రధాన సంఖ్యలు, సంయుక్త సంఖ్యలు మొదలగునవి సులభంగా బోధించవచ్చు.

ఉదా :

1) 60% ను క్రింది విధంగా సూచించవచ్చు



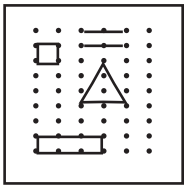
2) 3/5 ను క్రింది విధంగా సూచించవచ్చు.

3) 7/10 ని క్రింది విధంగా సూచించవచ్చు.

iii) జియో బోర్డు (Gio Board) :

ఒక చెక్క బల్లపై సమాన దూరాలలో అడ్డు, నిలువ వరుసలలో మేకులు బిగించి తయారుచేయబడిన పరికరమే జియో బోర్డు. దీనిని ద్వారా సరళరేఖలు, సమాంతర రేఖలు, లంబరేఖలు, తిర్యగ్రేఖ, త్రిభుజం, వివిధ చతుర్భుజాలు మొదలగు జామితీయ ఆకారాలను వివిధ రంగుల రబ్బరు బ్యాండ్ల సహాయంతో కంటికి కనిపించే విధంగా చూపవచ్చు. జ్యామితీయ ఆకారాల ధర్మాలను విద్యార్థులచే చెప్పించవచ్చు.

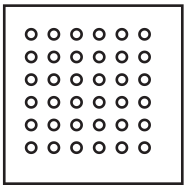
జియో బోర్డు



iv) పెగ్ బోర్డు (Peg Board) :

ఒక చెక్క బోర్డుపై సమాన దూరాలలో అడ్డు, నిలువు వరుసలలో రంధ్రాలు చేయబడి ఉన్న పరికరాన్ని పెగ్ బోర్డు అంటారు. ఈ రంధ్రాలు ఇనుప మేకులు గాని లేదా అగ్గిపుల్లలు గాని ఉంచడానికి, తీయడానికి అనుకూలంగా ఉంటాయి. ఈ పెగ్ బోర్డును ఉపయోగించి లెక్కించుట (సంఖ్యాభావన), చతుర్విధ ప్రక్రియలను సులభంగా బోధించవచ్చు.

పెగ్ బోర్డు



v) గణిత సామగ్రి పేటిక (Geometry Box) :

గణిత సామగ్రి పేటిక పాఠశాల స్థాయిలో గణితానికి సంబంధించిన వివిధ జ్యామితీయ ఆకారాలను గీయడానికి, పొడవులు కొలవడానికి విరివిగా వాడబడుతుంది. ఈ పేటికలో ఒక స్కేలు, ఒక కోణమాని, ఒక వృత్తలేఖిని, ఒక విభాగిని, రెండు మూలమట్టాలు ఉంటాయి.

ఈ పరికరాల సహాయంతో సరళరేఖలు, సమాంతర రేఖలు, లంబరేఖలు, త్రిభుజాలు, చతుర్భుజాలు, వృత్తాలు మొదలగు జ్యామితీయ ఆకారాలను గీయవచ్చు. ఆకారాల పొడవు వెడల్పులను కొలవవచ్చు వివిధ కోణాలను కొలవడానికి, గీయడానికి ఉపయోగిస్తారు.

vi) గణిత పేటిక (Maths Kit) :

జాతీయ విద్యావిధానం 1986 సిఫార్సులకు అనుగుణంగా అన్ని ప్రాథమిక పాఠశాలలకు నల్లబల్ల పథకాన్ని భారతప్రభుత్వం ప్రవేశపెట్టింది. దీనిలో భాగంగా ప్రాథమికస్థాయి తరగతుల గణిత బోధనకు ఉపయోగపడే సామగ్రితో కూడిన గణిత పేటికను అన్ని ప్రాథమిక పాఠశాలలకు సరఫరాచేసారు.

గణిత పేటికలోని సామగ్రి :

ఈ గణితపేటికలో 7 రకాల సామగ్రి ఉంటుంది. 1) పూసల చట్రం 2) డామినోలు 3) ఘనాకారపు కడ్డీలు 4) క్యూసినెయిర్ పట్టీలు 5) నేపియర్ పట్టీలు 6) భిన్నాల చట్రం 7) జ్యామితీయ ఘనాకారాలు.

1) పూసల చట్రం :

ఒక దీర్ఘ ఘనాకారపు చెక్క లేదా ప్లాస్టిక్ దిమ్మపై 5 లేదా 6 కడ్డీలు బిగించి ఉంటాయి. ఈ కడ్డీలు పూసలు వేయడానికి, తీయడానికి వీలుగా ఉండి, సమాన పొడవులలో ఉంటాయి. దీనిలో రంగురంగుల పూసలను వినియోగిస్తారు. ఒక్కొక్క కడ్డీలో గరిష్టంగా 9 పూసలు మాత్రమే వేయవచ్చు. పూసల చట్రాన్ని ఉపయోగించి క్రింది గణిత భావనలను బోధించవచ్చు.

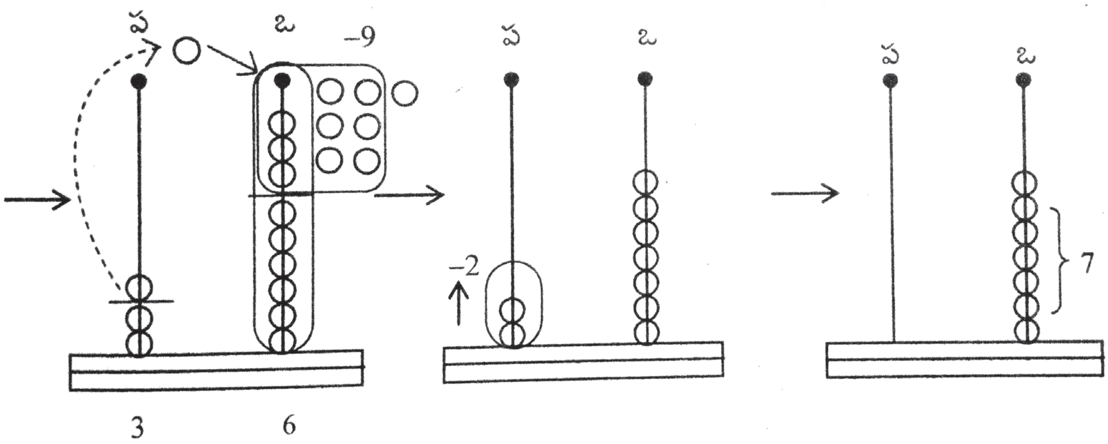
ఉదా :

1 పది

3 6 ⟶ 3 పదులు + 6 ఒకట్లు

−2 9 ⟶ 2 పదులు + 9 ఒకట్లు

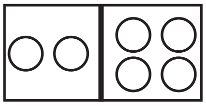
7



1) అంకెల పరిచయం 2) స్థాన విలువలను అవగాహన పరచడం 3) కూడికలు, తీసివేతలునేర్పడం 4) సంఖ్యలను పోల్చడం, 5) దశాంశ సంఖ్యల పరిచయం, దశాంశ సంఖ్యల కూడిక, తీసివేతలు బోధించడం.

2) డామినోలు :

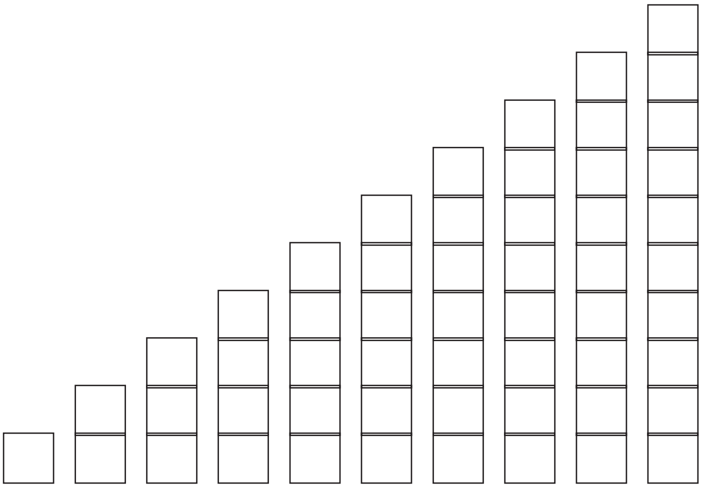
ఇవి ప్లాస్టిక్ లేదా అట్టతో దీర్ఘచతుస్రాకారంలో తయారుచేయబడి ఉంటాయి. డామినో ఒక గాడితో రెండు చతురస్రాలుగా విభజింపబడి ఉంటుంది. ఒక్కొక్క చతురస్రంపై 0 నుండి 9 వరకు రంధ్రాలు ఉంటాయి. ఒక డామినోలో ఒకవైపు రెండు రంధ్రాలు, రెండవ వైపు 4 రంధ్రాలు ఉంటే ఆ డామినోను 2-4 డామినో అంటారు. ఇలాంటి డామినోలు మొత్తం 55 ఉంటాయి. ఈ డామినోలను ఉపయోగించి లెక్కించుట, అంకెలను పోల్చుట, సంకలనం, వ్యవకలనం, స్థాన విలువలు, చతురస్ర, దీర్ఘచతురస్ర ఆకారాల పరిచయం, చుట్టుకొలత, వైశాల్యాలను బోధించవచ్చు.



2-4 డామినో

3) ఘనాకారపు కడ్డీలు :

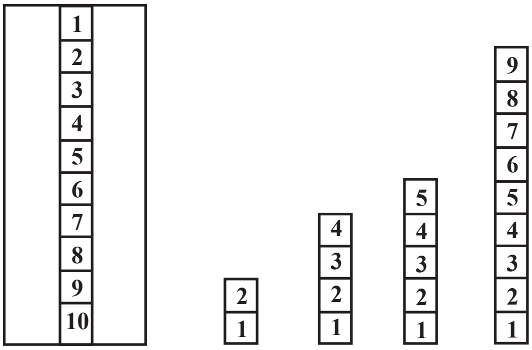
ఇవి చెక్కతోగాని, ప్లాస్టిక్‌తోగాని తయారుచేయబడి దీర్ఘఘనాకారంలో కడ్డీల రూపంలో ఉంటాయి. ఇవి ఒక యూనిట్ నుండి 10 యూనిట్ల పొడవు కలిగి ఒక్కొక్కటి 10 చొప్పున మొత్తం 100 కడ్డీలు ఉంటాయి. దీని ద్వారా కూడికలు, తీసివేతలు, చిన్న-పెద్ద భావన, ఆరోహణ-అవరోహణ క్రమం భావన, భిన్నాలు, దశాంశ భిన్నాలు, శతాంశాలు, ఎక్కాలు మొదలగునవి బోధించవచ్చు.



4) క్యూసినెయిర్ పట్టీలు :

ఇది ఒక చెక్కతోగాని ప్లాస్టిక్‌తోగాని దీర్ఘచతురస్రాకారంలో తయారుచేయబడి మధ్యలో 1 నుండి 20 యూనిట్లు పొడవు కలిగిన ప్రధాన పట్టీ ఉంటుంది. ప్రధానపట్టీకి ఇరువైపులా 1 యునిట్ నుండి 10 యూనిట్ల పొడవు కలిగిన పట్టీలు వేయడానికి తీయడానికి గాడులు ఉంటాయి.

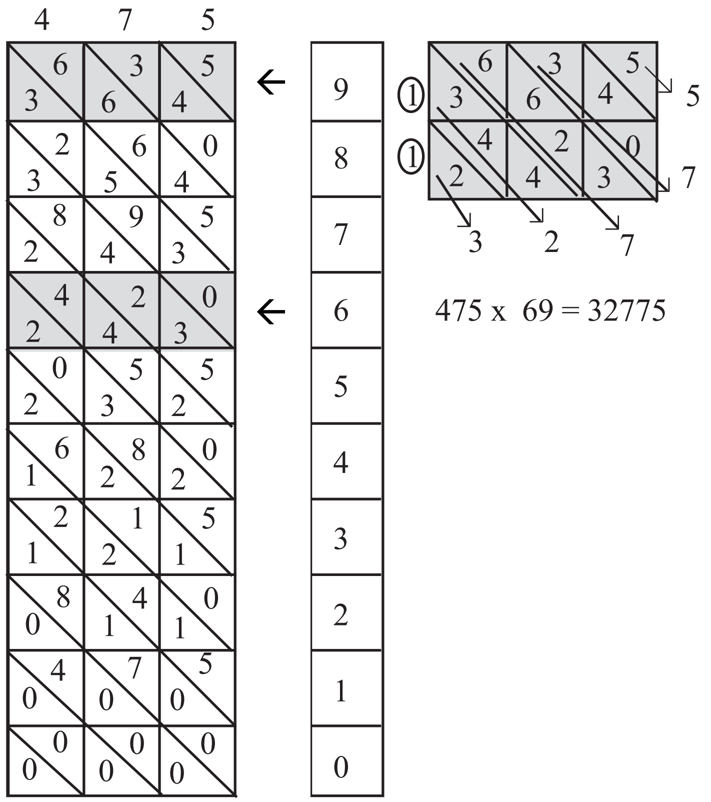
క్యూసినెయిర్ పట్టీలను ఉపయోగించి 20లోపు సంఖ్యలను లెక్కించడం, 20లోపు సంఖ్యలను పోల్చడం, 20లోపు సంఖ్యల కూడికలు, తీసివేతలు, 20లోపు సంఖ్యల ఆరోహణ-అవరోహణ క్రమం మొదలగు భావనలను బోధించవచ్చు.



5) నేపియర్ పట్టీలు :

ఈ నేపియర్ పట్టీలు అట్టతోగాని, ప్లాస్టిక్‌తోగాని పొడవుగా దీర్ఘచతురస్రాకారంలో తయారుచేయబడి ఉంటాయి. వీటిలో ఒక ప్రధాన పట్టీ, 9 ఎక్కాల పట్టీలు ఉంటాయి. ప్రధాన పట్టీపై 0 నుండి 9 వరకు అంకెలు గుర్తించబడి ఉంటాయి. వీటిని ఉపయోగించి పెద్దపెద్ద గుణకారాలను చేయవచ్చు.

ఉదా : 475 × 69 గుణాకారాన్ని క్రింది విధంగా చేయవచ్చు.

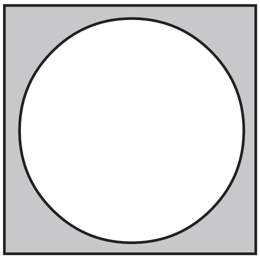


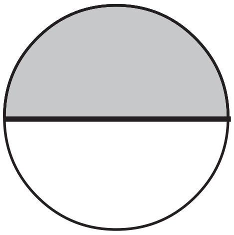
పై సమస్యా సాధనలో వరుసగా 4,7, 5 ఎక్కాల పట్టీలను ఉంచి కుడివైపున ప్రధాన పట్టీ ఉంచి చిత్రంలో సూచించిన విధంగా చేయాలి.

6) భిన్నాల చక్రం :

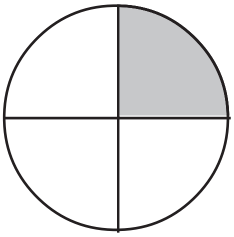
భిన్నాల చక్రం కార్డ్ బోర్డ్‌తోగాని, ప్లాస్టిక్‌తోగాని తయారుచేయబడి చతురస్రాకారంలో ఉంటుంది. దీనిలో వృత్తాకార గాడి ఉంటుంది. ఈ గాడి వృత్తఖండాలు తీయడానికి వేయడానికి అనుకూలంగా ఉంటుంది. దీనితోపాటు ఒక పూర్తి వృత్తం, 1/2 నుండి 1/10 భాగాలను సూచించే సెక్టార్లు మొత్తం 55 ఉంటాయి. ఈ భిన్నాల చక్రం ఉపయోగించి భిన్నాలకు సంబంధించిన భిన్నం భావన, భిన్నాలను పోల్చడం, ఆరోహణ-అవరోహణ క్రమం, సమాన భిన్నాలు, సజాతి-విజాతి భిన్నాలు, భిన్నాల సంకలనం, వ్యవకలనం మొదలగు భావనలను సులభంగా బోధించవచ్చు.

భిన్నాల చక్రం

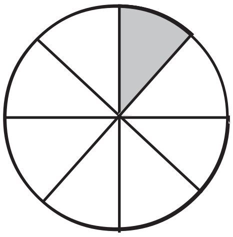




1/2 సెక్టార్లు – 2



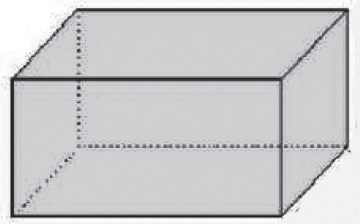
1/4 సెక్టార్లు – 4



1/8 సెక్టార్లు – 8

7) జ్యామితీయ ఘనాకారాలు:

గణితపేటికలో చెక్కతోగాని, ప్లాస్టిక్‌తోగాని చేయబడిన సమఘనం, దీర్ఘ ఘనం, శంకువు, స్థూపం, గోళం అను 5 ఘనాకారాలు ఉంటాయి.



వీటిద్వారా ఘనాకారాల పరిచయం, అంచులు, మూలలు గుర్తింపుచేయడం, ఆకారాలను పోల్చడం, వివిధ రకాల తలాలను గుర్తించడం మొదలగునవి బోధించవచ్చు.

VII) ఫ్లాష్ కార్డులు :

ఫ్లాష్ కార్డులు దళసరి అట్టతో తయారుచేయబడి ఉంటాయి. వీటిని ప్రధానంగా వివిధ అంశాలు జ్ఞప్తికి తెచ్చుకోవడానికి, గుర్తించడానికి ఉపయోగిస్తారు. విద్యార్థులచే అభ్యసనం చేయించుటకు, మదింపునకు ఉపయోగిస్తారు. వీటిపై రాసే అక్షరాలు, చిత్రాలు ఆకర్షణీయంగా ఉండాలి. వీటిని ఒకసారి తయారుచేసుకున్నాక మరలా మరలా ఉపయోగించవచ్చు.

ఉదా : ఫ్లాష్ కార్డులపై కొన్ని చిత్రాలు వేసి అవి ఎన్ని అని అడగవచ్చు..

VIII) గణితానికి సంబంధించిన ఇతర బోధనోపకరణాలు :

పైన తెలిపిన బోధనోపకరణాలతోపాటుగా క్రింది వస్తువులుకూడా ప్రాథమిక స్థాయి గణితబోధనలో బాగా ఉపయోగపడతాయి

అభ్యసన సామగ్రి

1. పూసల దండ
2. సంఖ్యా రిబ్బన్లు, పురితాడులు
3. గోళీలు
4. సంఖ్యా చార్టు
5. ఐస్ పుల్లలు
6. పరమపద సోపానం
7. 0 నుండి 100 వరకు సంఖ్యా కార్డులు
8. డమ్మీ నోట్లు
9. డైస్ (పాచికలు)
10. వివిధ రకాలైన ఆకారాలు
11. కొలపాత్రలు, వివిధ రకాల త్రాసులు, తూనికరాళ్ళు,
12. ప్రామాణిక కొలతల టేపు, స్కేలు, గడియారం
13. ఫ్లాష్ కార్డులకు ఉపయోగపడే అట్టముక్కలు

7.2.2 అభ్యసన వనరులు:

విద్యార్థులకు గణిత అభ్యసనంలో గణిత గ్రంథాలయం, గణిత ప్రయోగశాల, గణిత క్లబ్బులు, గణిత ప్రదర్శనశాల మొదలగు అభ్యసన వనరులు ప్రముఖ పాత్రను పోషిస్తాయి. ఇవి ఉపాధ్యాయులకు, విద్యార్థులకు గణిత విషయాలకు సంబంధించిన అదనపు సమాచారం తెలుసుకోవడానికి, ఆధునిక పోకడలను తెలుసుకోవడానికి, ప్రేరణ పొందడానికి ఉపయోగపడతాయి. అంతేగాక విద్యార్థులు తమ అవగాహన స్థాయికి అనుగుణంగా స్వయం అధ్యయనం కొనసాగించడానికి దోహదపడతాయి.

i) **గణిత గ్రంథాలయము**

ప్రతి పాఠశాలకు గణిత గ్రంథాలయం గణిత అభ్యసనలో ఎంతో ఉపయోగపడుతుంది. ఇది గణిత ఉపాధ్యాయుని ఆధ్వర్యములో నిర్వహించబడుతుంది. గణితానికి సంబంధించిన అన్ని రకాల పుస్తకాలు, పత్రికలను దీనిలో పొందుపరచవచ్చు. విద్యార్థులతో పత్రికలలో వచ్చిన గణిత అంశాలను, పజిల్స్‌ను, వ్యాసాలను సేకరించి ఒక ఆల్బమ్‌ను తయారుచేయించవచ్చు. ప్రతిభావంతులకు ఉన్నత స్థాయి పుస్తకాల ద్వారా వారి జ్ఞాన తృష్ణను తీర్చవచ్చు. సామాన్య స్థాయి విద్యార్థులు తాము నేర్చుకున్న అంశాలకు మరికొంత జ్ఞానాన్ని జోడించడానికి, నూతనాంశాలు నేర్చుకోవడానికి ఉపయోగపడుతుంది. మంద అభ్యాసకులకు గ్రంథాలయం చాలా ఉపయోగపడుతుంది. తరగతి గదిలో చెప్పిన అంశాన్ని వీలైనన్నిసార్లు చదువుకొని పునశ్చరణ చేసుకోవడానికి సహకరిస్తుంది.

నిర్వహణ :

గణిత గ్రంథాలయాన్ని గణితాన్ని బోధించే ఉపాధ్యాయుడు నిర్వహించవలసి ఉంటుంది. ఒక అలమరను గానీ, బీరువానుగానీ ఏర్పాటు చేసుకోవాలి. పుస్తకాలపై అట్టలు వేసికానీ, బైండింగ్ చేసికాని ఉంచాలి. పుస్తకాలకు, ప్రతికలకు విడివిడిగా క్రమసంఖ్యను వేయాలి. ప్రతి పుస్తకంలో ఒక కార్డు నుంచి అది ఎవరు తీసికొన్నారు, ఎప్పుడు తీసికొన్నారు నమోదు చేయాలి. ఇలాగే ఒక రిజిష్టరులో నమోదు చేయాలి. పుస్తకాన్ని వాపసు ఇచ్చిన తర్వాత కూడా నమోదు చేసుకోవాలి. ప్రతి పుస్తకంలో ఒక బుక్‌మార్క్‌ని కూడా ఇస్తే విద్యార్థులు పేజీలు నలపకుండా మడత పెట్టకుండా ఉంటారు.

విషయపరంగా నాణ్యత ఉన్న పుస్తకాలనే సమకూర్చాలి. తరగతివారీగా అంశాలను జమచేసి స్క్రాప్ బుక్ లేదా ఆల్బమ్‌లను తయారుచేసుకోవచ్చు. పత్రికలను చందా కట్టి ఆ పత్రికలను అందుబాటులో ఉంచవచ్చు. పాత పత్రికలను ఇంటి తీసుకువెళ్ళేందుకు అనుమతించవచ్చు. విద్యార్థులను ఉత్తేజపరచడానికి ఆయా పత్రికల్లో రాసిన కృత్యాలను, వ్యాసాలను తరగతి గదిలో చేపట్టవచ్చు.

గణిత పుస్తకాలు, పత్రికలు సేకరణ : ఉపాధ్యాయుడు వీలైనంతవరకు విద్యార్థులకు ఉపయోగపడే పుస్తకాలను సేకరించడానికి ప్రాధాన్యత ఇవ్వాలి. విద్యార్థులను గ్రంథాలయానికి పుస్తక రూపంలోగానీ ఆర్థిక రూపంలోగానీ పత్రికలకు చందా రూపంలోగానీ విరాళాలు సేకరించవచ్చు. గణిత పత్రికలకు ఉపాధ్యాయుడు స్వయంగా గానీ పాఠశాల పేరుతోగానీ గణిత క్లబ్బు పేరుతోగానీ చందాకట్టకవచ్చు. విద్యార్థులందరిని చందాదారులుగా చేయవచ్చు. ప్రతి తరగతి నుండి సేకరించిన సొమ్ముతో ఆ తరగతి తరపున ఒక పత్రికకు చందా కట్టాలి. విద్యార్థులను సేకరణలో, నిర్వహణలో భాగస్వాములను చేస్తే వారికి ఆయా పుస్తకాలతో బాంధవ్యమేర్పడి తద్వారా విషయం పట్ల శ్రద్ధ, ఆసక్తి పెరిగి గణిత అభ్యసనానికి దారితీస్తుంది.

ii) **గణిత ప్రయోగశాల (Mathematics Laboratory) :**

గణిత ప్రయోగశాల ఉపాధ్యాయునికి కుడిచేయివంటిది. గణితంలో ఎన్నో అంశాలను సులభంగాను, కన్నులకు కట్టే విధంగా బోధించడానికి ప్రయోగశాల ఉపయోగపడుతుంది. ఉపాధ్యాయుడు తాను సేకరించిన, పొందుపరచిన సామాగ్రిని తరగతి గదిలో తన బోధనకు ఉపకరించే విధంగా వాడితే తరగతిగదే ప్రయోగశాల అవుతుంది. ఉపాధ్యాయుడు బల్లపై తాను అన్ని రకాల సామగ్రిని పొందుపరచి విద్యార్థులను ఆకట్టుకొనే విధంగా ప్రయోగాలు చేయవచ్చు. ఈ

ప్రయోగాల ద్వారా ఎన్నో విషయాలు నేర్చుకొంటారు. పాఠశాలలో కొంత సామగ్రిని రకరకాల పేరుతో ప్రభుత్వమే అందజేసింది. తక్కువ ఖర్చుతో ఉపాధ్యాయుడే తయారుచేసుకోవాలి. గణిత ప్రయోగశాల వల్ల విద్యార్థి బోధించబడుతున్న లేదా నిర్మించబడుతున్న భావనలను ప్రత్యక్షంగా చూస్తాడు. కావున అభ్యసనం మూర్తత్వంతో నిండుకొని ఉంటుంది. అభ్యసించిన విషయాలు చాలాకాలం జ్ఞాపకం ఉంటాయి.

గణిత ప్రయోగశాల – ఆవశ్యకత :

గణితానికి సంబంధించిన భావనలను బోధించడానికి అవసరమయ్యే సామగ్రిని కలిగియున్న గదిని గణిత ప్రయోగశాల అంటారు. ఇది గణిత బోధనలో కీలకపాత్ర వహిస్తుంది. ఎందువలననగా గణిత భావనలన్నీ అమూర్త భావనలే. వీటిని మూర్త వస్తువుల సహాయంతో బోధించనిదే విద్యార్థులకు అవగాహన కాదు. గణిత భావనలను, సూత్రాలను, నియమాలను ప్రయోగపూర్వకంగా నేర్చుకోవడం వలన విద్యార్థులలో తార్కిక ఆలోచన, అన్వేషణా దృక్పథం పెరిగి మరికొన్ని కొత్త విషయాలను కనుగొనుటకు అవకాశం ఉంటుంది. గణిత ప్రయోగశాల వలన కొలవడం, పటాలను గీయడం, లెక్కించడం, బరువులు తూయడం, అంచనావేయడం, పరికరాల సహాయంతో రీడింగులను చూడడం, పోల్చడం, వర్గీకరించడం, సమాచారాన్ని సేకరించడం, విశ్లేషణ మొదలగు నైపుణ్యాలు విద్యార్థులలో అభివృద్ధిచెందుతాయి.

గణిత ప్రయోగశాలకు కావలసిన సామగ్రిని ఉపాధ్యాయుడు స్వయంగాను, విద్యార్థుల ద్వారా సేకరించవచ్చు. విద్యార్థులు భావనలను ప్రత్యక్షంగా నేర్చుకోవడం వలన ఎక్కువకాలం గుర్తుంటాయి. గణిత ప్రయోగశాలను గణిత ఉపాధ్యాయుడే నిర్వహించాలి. ఇది ఉపాధ్యాయునికి బోధనలో సహాయకారిగా ఉంటుంది. ఉదా : రాళ్ళ పిక్కలను, గోళీలను ఉపయోగించి లెక్కించడం, పోల్చడం మొదలగునవి సులభంగా బోధించవచ్చు. పొడవు, వెడల్పులు, లోతులు, ఎత్తులు కొలవడానికి స్కేళ్ళు, టేపులు, కాలాన్ని తెలపడానికి గడియారం, బరువులను తూయడానికి త్రాసు, తూనిక రాళు ్ళ మొదలగు పరికరాలు అవసరం. కోణాలను ఏర్పరచడానికి, కొలవడానికి, వివిధ ఆకారాలు నిర్మించడానికి జామెట్రీ బాక్స్‌లోని పరికరాలు ఉపయోగపడతాయి. గణిత పరికరాలు స్వయంగా తయారుచేసుకోవచ్చు. టి.వీ.లలో ప్రసారం అవుతున్న కార్యక్రమాలను రికార్డుచేసి విద్యార్థులకు తరగతి గదిలో చూపవచ్చు. భిన్నాలను బోధించడానికి పేపరు కటింగ్స్‌కానీ, గ్రిడ్ పేపరునుగాని తీసుకొని బోధించవచ్చు. గణిత శాస్త్రజ్ఞుల చిత్రాలు, వారి జీవిత చరిత్ర, వారు గణితానికి చేసిన సేవలాంటి విషయాలు రాసిన చార్టులు విద్యార్థుల ముందు ప్రదర్శించి వారిని గణితం యొక్క గొప్పతనాన్ని అర్థం చేసుకొనే విధంగా గణిత అభ్యసనంపట్ల ఇష్టం, ఆసక్తి కలిగే విధంగాను తీర్చిదిద్దవచ్చు.

గణిత ప్రయోగశాలల్లోని సామగ్రి :

గణిత ప్రయోగశాలలో ఉంచదగిన సామాగ్రితో ఎన్నో అంశాలను నేర్చుకోవచ్చు. O.B.B. పథకం క్రింద ఇచ్చిన సామాగ్రి, డామినోకార్డులు, రకరకాలైన బోర్డులు, నమూనాలు, జామిట్రీ బాక్సులు, రేఖా చిత్రాలను గీయడానికి ఉపకరించే పరికరాలు, దారపు ఉండ, కత్తెర, రకరకాలైన కరెన్సీ నోట్లు, నాణెములు, చిత్రపటాలు, తూనిక రాళ్ళు, కొలబద్దలు, పూసల చట్రాలు రకరకాల ఆకారాల్లో ఉన్న డబ్బాలు, డ్రాయింగ్ బల్లలు, పిన్నులు, రాళ్ళు, గోళీలు, ఫ్లాష్ కార్డులు, టి.వి, రేడియో, భిన్నాల చట్రం, స్థాన విలువలను సూచించే పరికరాలు, అగ్గిపెట్టెలు మొదలైన ఎన్నో వస్తువులను గణిత ప్రయోగశాలలో పొందుపరచవచ్చు.

iii) **గణిత శాస్త్ర క్లబ్బులు (Mathematics Clubs) :**

గణిత కార్యక్రమాలు నిర్వహించేందుకుగాను స్థాపించుకొనేదే గణిత క్లబ్బు. మామూలుగా తరగతి గదిలో పాఠ్యపుస్తకాలలోని వివిధ భావనలకు సంబంధించిన బోధనాభ్యసన కృత్యాలు నిర్వహిస్తే ఈ గణిత క్లబ్బుతో సహ పాఠ్యకార్యక్రమాలు, ఆటపాటలు, ఉపన్యాసాలు వగైరాలు సాగుతాయి. తరగతి గదిలో ఉపాధ్యాయునికి ప్రతి విద్యార్థిపట్ల ప్రత్యేక శ్రద్ధ వహించి బోధించడం కష్టం. ఈపని గణిత క్లబ్బుల్లో సాధ్యపడుతుంది. గణితములోని అన్ని అనియత కార్యక్రమాలు ఈ క్లబ్బుల్లో చేపట్టవచ్చు. గణితం అంటే ఇష్టం ఆసక్తి ఉన్న కొందరు కలసి చర్చలు జరిపే చోటునే గణిత క్లబ్బు అంటారు. తరగతిలో సందేహం వస్తే లేచి నిల్చొని ఉపాధ్యాయుని అడగడానికి సంకోచించే విద్యార్థి ఇక్కడ సందేహాలను నివృత్తి చేసుకోవచ్చు.

నిర్వహణ : గణిత ఉపాధ్యాయుడు గణిత క్లబ్బుకి నిర్వహణాధికారిగా వ్యవహరిస్తాడు. ప్రధానోపాధ్యాయుడు అధ్యక్షుడిగా, సీనియర్ గణితోపాధ్యాయుడు ఉపాధ్యక్షుడిగా వ్యవహరిస్తారు. పాఠశాలలోని మిగిలిన గణితోపాధ్యాయులు, ఇతర సబ్జెక్టులు బోధిస్తున్నప్పటికీ గణితముపట్ల సహజమైన ఆసక్తి గలవారు ఈ క్లబ్బులో నిర్వాహకులుగా ఉండవచ్చు. విద్యార్థులను సభ్యులుగా తీసుకుని క్లబ్బు కార్యక్రమాలు నిర్వహణాధికారిగా వ్యవహరిస్తున్న ఉపాధ్యాయుడు చేపట్టాలి. దీనికి అనుబంధంగా గణిత గ్రంథాలయం, గణిత ప్రయోగశాలలు నడపవచ్చు.

గణిత క్లబ్బు కార్యక్రమాలు : విద్యార్థులు తీరిక సమయాల్లో గణిత అభ్యసన చేసేందుకు వీలుగా కార్యక్రమాలను రూపొందించి ఆచరింపచేయవచ్చు. విషయంలో నిష్ణాతులైన వారిని ఆహ్వానించి గణితములోని వివిధ అంశాల గురించి ఉపన్యాసాలు ఇప్పించడం, విద్యార్థులకు క్విజ్‌లు నిర్వహించడం, వింత చదరాలు పూరించడం, గణిత అమరికలలో ప్రత్యేకతలు పరిశీలించి ఆస్వాదించడం, చిక్కు ప్రశ్నలు వేయడం, సాధించడం, గణిత శాస్త్రజ్ఞుల జన్మదినాలు నిర్వహించడం, గణిత దినోత్సవం జరపడం లాంటివి క్లబ్ పరిధిలోకే వస్తాయి.

విద్యార్థులను పోటీ పరీక్షలకు సన్నద్ధులను చేయడం, గణిత ఫెయిర్లకు ఆలోచింపచేసే ప్రదర్శనలు తయారు చేయించడం, అవకాశములున్న చోట గణిత యాత్రలకు తీసుకువెళ్ళడం, విద్యార్థులతో బ్యాంకు నిర్వహింపచేయడం లాంటి కార్యక్రమాలు చేపట్టవచ్చు. తాము తయారుచేసిన నమూనా అంశాలను ప్రదర్శింపడానికి గణిత క్లబ్బు ఒక మంచి వేదికగా విద్యార్థులకు ఉపయోగపడుతుంది. ఆసక్తి, సృజనాత్మకత ఉన్న ఉపాధ్యాయుడు ఈ గణిత క్లబ్బుల ద్వారా విద్యార్థులలో నిగూఢంగా దాగివున్న శక్తి సామర్థ్యాలను వెలికి తీసి వాటిని ఉపయోగపడేలా చేయగలడు.

7.2.3 గణిత బోధనలో సామాజిక వనరులు :

విద్యార్థికి గణిత అభ్యసనలో సామాజిక వనరులు విరివిగా ఉపయోగపడతాయి. విద్యార్థి తన నిత్య జీవితంలో చూసే ఎన్నో రకాల వృత్తిపనివాళ్ళకు గణితం ఎంత ఉపయోగమో దాన్ని వారు నిత్యం ఎలా వినియోగిస్తున్నారో గమనించే అవకాశాలు కలుగజేయాలి. టైలర్ టేపు, స్కేలు సహాయంతో కొలతలు తీసుకొని కుట్టిన దుస్తులు ఎంత అందంగా శరీరంమీద అమరుతాయో విద్యార్థికి అవగతం కావాలి.

అదే విధంగా వడ్రంగి ఒక మేజా బల్లను తయారుచేయాలన్నా, నల్లబల్లను తయారుచేయాలన్నా ఏ విధంగా కొలతలు తీసుకొంటాడు;చెక్కని ఏ విధంగా సమతలంగా తీర్చి దిద్దుతాడో తెలుస్తుంది. మేజాబల్లకు గల నాలుగుకాళ్ళు

అన్నీ ఒకేలాగ ఎలా తయారుచేసుకుంటాడో తెలుస్తుంది. తోటమాలి మొక్కలను వరుసలలో నాటడం, కొమ్మ లన్నింటినీ క్రమంగా కత్తిరించడం ప్రతి మొక్కకు సరిపడినంత మాత్రమే నీరు, ఎరువు వేయడం లాంటి అంశాలన్నీ గణిత భావనలే అని విద్యార్థి తెలుసుకుంటాడు.

7.2.4 *సంస్థాపరమైన వనరులు :*

నిత్య జీవితంలో లావాదేవీలు జరిగే సంస్థలైన బ్యాంకు, పోస్టాఫీసు, మార్కెట్ మొదలైనవి గణిత ఆధారంగానే పనిచేస్తాయి. ఇవి ఏవిధంగా గణిత బోధన అభ్యసనలో ఉపయోగపడతాయో తెలుసుకుందాం.

బ్యాంక్ : బ్యాంకుల్లో నిత్యం ఇచ్చే రుణాలు, డిపాజిట్లు, వడ్డీ, కమీషన్లు మొదలగునవి అన్ని పనులు సూటిగా గణితముతో సంబంధమున్న కార్యక్రమాలే. విద్యార్థులు బ్యాంకులకు వెళ్ళి వారిని గమనించి సంకలన, గుణకార భాగహారాలు, శాతము ఎలా చేస్తారో, వడ్డీని ఎలా లెక్కిస్తారో తెలుసుకొనే అవకాశం ఉపాధ్యాయుడు కల్పించాలి.

తపాలా ఆఫీసు (Post Office) : తపాలా ఆఫీసుల్లో కేవలం ఉత్తరాల బట్వాడానే కాక స్టాంపుల అమ్మకం, పొదుపు పథకాలు లాంటి పనులు కూడా నిర్వహిస్తారు. ఒక విద్యార్థి తపాలా ఆఫీసుకు వెళ్ళి రూ.10కి ఎన్ని కార్డులు వస్తాయి, ఎన్ని ఇన్‌లాండ్ లెటర్సు కొనవచ్చు అనే అంశాన్ని తెలుసుకోవచ్చు. స్టాంపులు ఏఏ విలువల్లో లభ్యమవుతాయి, రిజిస్టర్డ్ పోస్ట్‌లో ఎంత బరువుకి ఎంత స్టాంపులు అంటించాలి, పొదుపుపై వడ్డీ ఎలా లెక్కిస్తారు మొదలైన అన్ని విషయాలు తెలియజెప్పడానికి విద్యార్థులను ఒకరోజు క్షేత్ర పర్యటనగా తీసుకొని వెళ్ళవచ్చు.

మార్కెట్ (బజారు / సంత) : మార్కెట్‌లోని కూరగాయలు, వివిధ సరుకుల అమ్మకాల కొనుగోలు సందర్భాలలో వ్యాపారులు అవసరాన్నిబట్టి గుణకారాలు, భాగహారం, సంకలనం, వ్యవకలనం ఉపయోగించే విధానం ప్రత్యక్షంగా చూపవచ్చు. ఇటువంటి ప్రతి వృత్తిలో గణితం ఏ విధంగా సమ్మిళితామై ఉందో విద్యార్థికి తెలియజేయాలి.

7.2.5 *గణితశాస్త్ర ఫెయిర్లు :*

వివిధ పాఠశాలల్లో పనిచేసే గణిత ఉపాధ్యాయులు గణిత బోధనలో ఉపయోగపడే బోధనా సామగ్రిని ఒక చోట ప్రదర్శనకు ఉంచుతారు. ఇవి సాధారణంగా పాఠశాల స్థాయి నుండి అంతర్జాతీయ స్థాయి వరకు నిర్వహిస్తారు. ఈ ప్రదర్శనకు బోధనోపకరణాలను విద్యార్థులు, ఉపాధ్యాయులు తయారుచేస్తారు. విద్యార్థులను గణిత ప్రదర్శనలకు తీసుకుని వెళ్ళడం వలన గణితం పట్ల ఆసక్తి, ఉత్సాహం ఏర్పడతాయి. ప్రదర్శనలో ఉంచే వివిధ పరికరాల వలన గణిత భావనలను సులభంగా అవగాహన చేసుకుంటారు.

7.2.6 *గణిత ఫోరం :*

వివిధ పాఠశాలల గణిత ఉపాధ్యాయులు వివిధ గణిత భావనలకు సంబంధించిన పరిజ్ఞానం, బోధనాపద్ధతులు, బోధనోపకరణాలు, నూతన పోకడలు మొదలైన అంశాల గురించి చర్చించుకోవడానికి, సందేహాలను నివృత్తి చేసుకోవడానికి పరస్పరం సహకారం అందించుకోవడానికి గణిత ఫోరమ్‌లు ఉపయోగపడతాయి. ఫోరమ్ సమావేశాలు ఒకచోట ప్రత్యక్షంగాగాని, లేదా ఆన్‌లైన్‌లోగానీ నిర్వహిస్తారు. ఇవి జిల్లా, రాష్ట్ర, జాతీయ, అంతర్జాతీయ స్థాయిల్లోను నిర్వహించబడుతున్నాయి.

గణిత ఫోరంలో ఎలా చేరవచ్చు : మన రాష్ట్రంలోని ప్రతి జిల్లాలో కూడా గణితఫోరంలు నిర్వహించబడుతున్నాయి. ఇవి గణితంపై చర్చలు, సెమినార్‌లు, గణితశాస్త్రజ్ఞుల జన్మదినోత్సవాలు జరుపుతున్నాయి. అదే విధంగా పోటీ పరీక్షలు నిర్వహించి ప్రతిభ కనబరచిన వారికి ప్రోత్సాహకాలు అందజేస్తున్నాయి. “రాష్ట్రవ్యాప్త గణిత ఫోరంను” ‘‘AP Maths Forum’’ పేరు మీదుగా నిర్వహిస్తున్నారు. ఇందులో ఉపాధ్యాయులకు, విద్యార్థులకు, SRG లకు వేర్వేరుగా ప్రవేశాలు కలవు. గణిత ఫోరంలో చేరడానికి http:/www/apmaths forum.com అనే వెబ్‌సైటును open చేయవలెను.

ఉపాధ్యాయులకు : ఎపి మేథ్స్ ఫోరం వెబ్‌సైట్ మొదటి పేజీలో సెక్యూరిటీ కోడ్ అని కనిపిస్తుంది. ఈ బాక్స్‌లో 5544332211 నంబరు టైప్‌చేయగానే టీచర్ వివరాలు అని వస్తుంది. ఇందులో టీచర్ యొక్క వ్యక్తిగత విషయాలను పూర్తి చేయాలి. ఇందులోనే ఉపాధ్యాయుడు ఏ విషయంలో నిష్ణాతుడు అన్న విషయము కూడా తెలుపవచ్చు, వారి ఫోటోను కూడా (జెపెగ్ మోడ్)లో అప్‌లోడ్ చేసుకోవచ్చు.

విద్యార్థుల కొరకు : విద్యార్థులు చేరడానికి స్టూడెంట్ జాయిన్ పై క్లిక్ చేయాలి. విద్యార్థులకు ఎలాంటి సెక్యూరిటీ కోడ్ ఉండదు. కాని నియమ నిబంధనలకు లోబడి ఉండగలము అని అంగీకారం తెలపాలి. వీరు ప్రశ్నలను అడగడానికి మాత్రమే అవకాశం కలదు. లాగిన్ అయిన ఉపాధ్యాయులు కూడా వారి పాఠశాలలోని విద్యార్థులను వారి ఎకౌంట్‌లో చేర్చవచ్చు.

ప్రయోజనాలు : ఎపి మేథ్స్ ఫోరం నందు గణితంలో వివిధ రంగాలలో నిష్ణాతులైనవారు, ఎస్.ఆర్.జిలు, పుస్తక రచయితలు, మార్గదర్శకులుగా ఉంటారు. కావున మనకు ఎలాంటి సందేహాలు ఉన్ననూ నివృత్తి చేసుకోవడానికి అవకాశం కలదు.

- ‘‘AP Maths Forum’’ గ్రంథాలయంలో గణితానికి సంబంధించిన పుస్తకాలు, గణిత జర్నల్స్, గణిత పత్రికలు అందుబాటులో ఉన్నాయి.
- నమూనాలు పుస్తకాలు జర్నల్స్‌లను ఉపాధ్యాయులు కూడా అప్‌లోడ్ చేసుకొనే వెసులుబాటు కలదు. అందువల్ల మన పరిశోధనలు నమూనాలు మిగిలిన వారితో పంచుకోవడానికి ఉపయోగపడును.
- గణితానికి సంబంధించిన అన్ని పోటీ పరీక్షలు, వాటి క్లిష్టతలను ఎప్పటికప్పుడు తెలుసుకోవచ్చు.
- రాష్ట్రవ్యాప్తంగా నిర్వహించే గణిత విద్యా సదస్సులు, ప్రదర్శనలు సంబంధించిన విషయాలు కూడా అనౌన్స్‌మెంట్ బాక్స్ లో వుంటాయి.
- గణితంలో ప్రతిభ కనబరిచేవారికి గల సదుపాయలు, ప్రోత్సాహకాల విషయాలు తెలుసుకోవచ్చు.

7.2.7 గణిత బోధనలో ICT పాత్ర :

నేటి సమాజం టెక్నాలజీ కారణంగా ప్రచండ వేగంతో మార్పు చెందుతోంది. అన్ని రంగాలలో కంప్యూటర్ టెక్నాలజీ విస్తృతంగా వాడబడుతోంది. కావలసిన సమాచారాన్ని కోరుకున్న చోటునుండి పొందడం, సమాచారాన్ని ఎక్కడికైనా పంపడం, సమాచారాన్ని నిల్వచేయడం, విశ్లేషణ చేయడం, కొత్త విషయాలను సృష్టించడం మొదలగు నవి ఐసిటి ద్వారా సాధ్యమవుతాయి. కావున ఐసిటి పాఠశాల స్థాయిలోకూడా ప్రవేశపెట్టబడింది.

గణిత బోధనలో ఐసిటి ఉపయోగాలు

- గణితానికి చెందిన వివిధ ప్రక్రియలను బొమ్మల సహాయంతో అవగాహన పరచవచ్చు.
- అభ్యసనం వేగవంతంగా, ఆసక్తికరంగా, ఆనందదాయకంగా జరుగుతుంది.
- విద్యార్థి స్వయంగా అవసరమైన గణిత విషయాలను వెబ్‌సైట్లను సందర్శించి పొందవచ్చు.
- గణితపరమైన ఆటలు ఆడడానికి, పజిల్స్ పూర్తి చేయడానికి ఉపయోగపడుతుంది.
- గణితానికి సంబంధించిన ఆన్‌లైన్ వీడియోలు ప్రత్యక్షంగా చూడవచ్చు.
- విద్యార్థిలో స్వయం అభ్యసన విధానం, అన్వేషణా దృక్పథం పెంపొందుతుంది.

గణిత వెబ్‌సైట్లు :

- The Math Forum @ Drexel University(www.mathforum.org)
- The centre of innovation in mathematics (www.cimt.plymouth.ac.in)
- Maths Cats - Fun maths for kids (www.mathcats.com)
- Maths articles - (www.mathgoodies.com)
- Maths teaching ideas (www.teachingideas.co.uk)

E.Books:

- Puzzle Maths - G. Gamov and Stem
- How Children learn mathematics
- Suggested experiments in school mathematics
- Primary resources
- Maths activities
- Algebra Puzzle
- Math Puzzle
- Puzzles and games (www.thinks.com)
- Number recreations

ముఖ్యమైన అప్లికేషన్స్ :

Maths Expert : ఇందులో గణితశాస్త్రంతోపాటుగా భౌతిక, రసాయన శాస్త్రాలకు సంబంధించిన అనేక విషయాలు ఉంటాయి. గణితానికి సంబంధించి ప్రాథమిక అంకగణితము, వైశాల్యములు, ఘన పరిమాణాలు, కారణాంకాలు, భిన్నాలు, శాతాలు త్రికోణమితి బహు పదుల భాగాహారం సమీకరణాలు, వక్రాలు మొదలగువాటికి సంబంధించిన అన్ని ప్రాథమిక సూత్రాలు ఉంటాయి.

Maths Tricks : ఇందులో గణితానికి సంబంధించిన చతుర్విధ ప్రక్రియలతోపాటు వర్గం చేయడం, వర్గమూలం లెక్కించడం, శాతాలు వేగంగా చేయడం 'అభ్యాసం' పేరుతో తెలిపి ఒకరు లేదా ఇద్దరు పోటీపడి ఆడే విధంగా ఆట రూపంలో ఉంటుంది.

Complete Mathmatics : ట్యుటోరియల్స్, సూత్రాలు, సమీకరణాలు, గణిత నిఘంటువు, క్విజ్ మొదలగు అంశాలను గణితంలోని వివిధ రంగాలకు అనువర్తింపజేసి ఉన్నాయి.

Oxford Mathematics Dictionary గణితపదాలకు అర్థము, అవి ఏఏ పదాల నుండి ఉత్పన్నమయ్యాయి వంటి విషయాలతోపాటుగా వాటి వివరాలు ఇవ్వబడినవి.

Mathematics Formulae : విద్యార్థులకు, ఉపాధ్యాయులకు ఉపయోగపడును. ఇందులో సూత్రాల సహాయంతో గణనలు చేయడానికి పరిమితం చేశారు.

Maths Challenges : గణిత నైపుణ్యాలు క్రమబద్ధంగా పెంపొందుటకు 12 Stages ల Game mode లో కలదు.

Tricky Maths : పజిల్స్‌తో కూడిన 20 రకాల "బ్రెయిన్ గేమ్స్" కలవు.

King of Maths : గణిత ప్రాథమిక భావనల అవగాహన ఏ స్థాయిలో ఉందో పరిశీలించుకోవడానికి ఉపయోగపడుతుంది.

మరికొన్ని ఆప్స్

Time Tables game, Maths Falsh Cards, Formulae expert, market arithmatic, Maths Puzzles, Know Abacus, Maths for kids, Kids Maths game etc.,

(**ఆలోచించండి** : గణిత బోధనలో పైన తెలిపిన వనరులతోపాటు ఇంకా ఏయే వనరులు ఉపయోగపడతాయో చర్చించండి.)

7.3 వార్షిక ప్రణాళిక, యూనిట్ ప్రణాళిక మరియు పీరియడ్ ప్రణాళిక (Year plan, Unit plan and period plan)

ఉపాధ్యాయుడు ఒక విద్యా సంవత్సరంలో ఒక తరగతికి సంబంధించిన బోధనాలక్ష్యాలు సాధించడానికి ముందుగా ఆలోచించి తగిన సమర్థవంతమైన వ్యూహ రచన చేయడం అవసరం. అందువలన ఉపాధ్యాయుడు విద్యాప్రణాళికకు అనుగుణంగా విద్యార్థులలో సాధించవలసిన లక్ష్యాలు / ప్రమాణాలు, అనుసరించవలసిన వ్యూహాలు, బోధనాపద్ధతులు, వివిధ పాఠ్యవిభాగాలకు పట్టే సమయం, కావాలసిన బోధనాభ్యసన సామగ్రి, మదింపు సాధనాలు మొదలగు అంశాలను రూపొందించుకోవాలి. ఈ రూప కల్పననే బోధనా ప్రణాళిక అంటారు.

7.3.1 వార్షిక ప్రణాళిక (Year plan)

ఒక విద్యాసంవత్సరంలో ఏదైనా ఒక తరగతికి బోధించవలసిన గణితపాఠ్య ప్రణాళికను అందుబాటులో ఉన్న సమయం దృష్ట్యా ప్రతి యూనిట్ లేదా పాఠ్యవిభాగానికి పట్టే సమయం, లక్ష్యాలను సాధించడానికి చేపట్టే కార్యక్రమాలు / ప్రాజెక్టులను సూచించే పట్టికను ఆ తరగతియొక్క 'వార్షిక ప్రణాళిక' అంటారు అనగా ఒక విద్యాసంవత్సరంలో ఒక తరగతికి సంబంధించిన లక్ష్యాలను సాధించడానికి నిర్వహించే కార్యక్రమాల ప్రణాళికయే వార్షిక ప్రణాళిక.

వార్షిక ప్రణాళికను తయారుచేయుటలో గుర్తుంచుకోవలసిన అంశాలు:

I విద్యాసంవత్సరంలో గణితంలో సాధించవలసిన లక్ష్యాలు / ప్రమాణాలు.

II పాఠశాల మొత్తం పనిదినాలు

III గణితబోధనకు టైంటేబుల్‌లో కేటాయించిన పీరియడ్స్.

IV యూనిట్ల వారిగా బోధించడానికి కావలసిన పీరియడ్స్ సంఖ్య

V ఉపాధ్యాయుడు తీసుకునే సెలవులు

VI పరీక్షల నిర్వహణకు అవసరమయ్యే పని దినాలు

VII ప్రత్యేక సెలవులు

VIII ఉపాధ్యాయుల శిక్షణా కార్యక్రమాలు

వార్షిక ప్రణాళిక తయారుచేయునపుడు మొత్తం పని దినాల నుండి V,VI,VII, VIII అంశాల మొత్తం దినాలు తీసివేసి మిగిలిన దినాలకు వార్షిక ప్రణాళిక రూపొందించాలి.

నమూనా వార్షిక ప్రణాళిక

1. తరగతి : 4వ తరగతి

2. విషయం : గణితం

3. అవసరమైన పీరియడ్ల సంఖ్య

ఎ. బోధనాభ్యసనకు అవసరమైన పీరియడ్ల సంఖ్య	:	125
బి. అభ్యాసానికి / మదింపునకు అవసరమైన పీరియడ్ల సంఖ్య	:	90
సి. ప్రాజెక్టుల ప్రదర్శనకు అవసరమైన పీరియడ్ల సంఖ్య	:	05
మొత్తము పీరియడ్లు	:	220

మాస వారీగా యూనిట్ల విభజన :

మాసం	యూనిట్ పేరు	అవసరమైన పీరియడ్ల సంఖ్య	వనరులు	నిర్వహించాల్సిన కార్యక్రమం
జూలై	వివిధ వస్తువులు- వేరువేరు ఆకారాలు	5	వివిధ (త్రిపరిమాణ) ఆకారాలు, వస్తువులు	
జూలై	ఏవైపు నుండి ఎలా కనిపిస్తుంది?	5	వివిధ వస్తువులు	
జూలై	మరికొన్ని ఆకారాలు	5	వివిధ ఆకారాలు జ్యామితీయ పెట్టె	
జూలై, ఆగస్టు	సంఖ్యలను తెలుసుకుందాం!	8	సంఖ్యా రిబ్బన్, ఫ్లాష్ కార్డులు, పూసలు, గింజలు మొ॥	క్విజ్
ఆగస్టు	ఎంత ఎక్కువ - ఎంత తక్కువ	9	సంఖ్యా రిబ్బన్, ఫ్లాష్ కార్డులు, పూసలు, గింజలు మొ॥	గణిత ఫజిళ్ళ ప్రదర్శన
ఆగస్టు సెప్టెంబర్	ఎన్ని రెట్లు	11	సంఖ్యా రిబ్బన్, ఫ్లాష్ కార్డులు, పూసలు, గింజలు మొ॥	గణితం సెమినార్
సెప్టెంబర్	సమాన భాగాలు - సమాన సమూహాలు	11	సంఖ్యా రిబ్బన్, ఫ్లాష్ కార్డులు, పూసలు, గింజలు మొ॥	
అక్టోబర్	ఇది	7	రిబ్బన్స్ / తాళ్ళు, స్కేలు,	
నవంబర్	ఎంత పొడవు వుంది?		మీటరు బద్ద మొ॥	
నవంబర్	దీని బరువెంత?	7		
నవంబర్	ఈ పాత్రలో ఎంత పడుతుంది?	7	కొలపాత్రలు	గణితమేళ
నవంబర్	టిక్-టిక్ అంటూ	8	గడియారం నమూనా	
డిసెంబర్	నడుస్తున్న గడియారం			
డిసెంబర్	సమాన భాగాలుగా విభజిద్దాం	9	భిన్నాల చక్రం	జాతీయ గణిత దినోత్సవం
జనవరి	స్మార్ట్ టేబుల్స్	8	డిస్‌ప్లే బోర్డులు, సమాచార పట్టికలు	పాఠశాల స్థాయి గణిత ఒలంపియాడ్
జనవరి	అంచులు-సరిహద్దులు	5		
ఫిబ్రవరి	ఒకేవిధమైన సగాలు	5		క్విజ్
ఫిబ్రవరి	అమరికలు	8		గణిత ప్రాజెక్టుల ప్రదర్శన
ఫిబ్రవరి- మార్చి	గణితం మనచుట్టూనే వుంది	7	చతుర్విధ ప్రక్రియలకు సంబంధించిన అదనపు సమాచారం ఇవ్వగల పుస్తకాలు	

7.3.2 యూనిట్ ప్రణాళిక

ఒక తరగతికి చెందిన గణిత పాఠ్య ప్రణాళికలో ఒక సామాన్య ధర్మం / నియమం కలిగిన శీర్షికల సముదాయాన్ని 'యూనిట్ లేదా పాఠ్యవిభాగం' అనవచ్చును. ఒక యూనిట్‌లోని బోధనాలక్ష్యాలను నెరవేర్చడానికి విద్యార్థులలో అభివృద్ధి పరచవలసిన సామర్థ్యాలు, కావలసిన పీరియడ్స్ సంఖ్య, బోధనాభ్యసన సామగ్రి, బోధనాభ్యసన కార్యక్రమాలను తెలిపే పట్టికను యూనిట్ ప్రణాళిక అంటారు.

నమూనా యూనిట్ ప్రణాళిక

తరగతి : 4వ

యూనిట్ : ఎంత ఎక్కువ – ఎంత తక్కువ

కావలసిన పీరియడ్ల సంఖ్య : బోధనా పీరియడ్‌లు 9

(మొదటి 40 ని॥లు) (రెండవ 40 ని॥లు)

సాధించాల్సిన విద్యాప్రమాణాలు :

సమస్యా సాధన :

- మూడంకెల సంఖ్యల వరకు కూడికల సమస్యను (అంకెల రూపంలో రాత సమస్యలు) వివిధ పద్ధతులలో పద్ధతి ప్రకారం సాధించగలరు.
- సంఖ్యా రేఖ ఆధారంగా కూడిక సమస్యలను సాధించగలరు
- మూడంకెల సంఖ్యల వరకు తీసివేత సమస్యలను (అంకెల రూపంలో & రాత సమస్యలు) వివిధ పద్ధతులలో పద్ధతి ప్రకారం సాధించగలరు.
- సంఖ్యా రేఖ ఆధారంగా తీసివేత సమస్యలను సాధించగలరు.

కారణాలు – నిరూపణలు :

- కూడిక, తీసివేత ప్రక్రియలలో కారణాలు వివిధ సందర్భాలలో తెలుపుతారు.
- కూడిక మరియు తీసివేత సమస్యల ఫలితాలను అంచనా వేయడం ద్వారా సరిచూడగలుగుతారు.

వ్యక్తపరచడం :

- కూడిక మరియు తీసివేతలకు సంబంధించిన అంకెల రూపంలోని సమస్యలను రాత సమస్యలుగా తయారు చేయగలుగుతారు.
- కూడిక తీసివేతల సమస్యా సాధనా పద్ధతిని వివరిస్తారు.

అనుసంధానం :

- కూడిక మరియు తీసివేతల మధ్య సంబంధాన్ని గుర్తించి ఆ రెండింటితో కూడిన సమస్యలు సాధించగలరు.

ప్రాతినిధ్యపరచడం :

- కూడిక మరియు తీసివేత ప్రక్రియలను సంఖ్యారేఖపై ప్రాతినిధ్యపరుస్తారు.

పీరియడ్‌ల వారీగా బోధనాంశాల విభజన పట్టిక :

పీరియడ్	బోధనాంశం/భావన	వ్యూహాలు	బోధనాభ్యసన సామగ్రి/వనరులు	మూల్యాంకనము
1.	పూసల దండ ఆధారంగా కూడికలు అవగాహన చేసుకోవడం	పూర్తి తరగతి/ జట్టు/ వ్యక్తిగత కృత్యాలు చర్చద్వారా పూర్వజ్ఞానపరిశీలన భావనకోసం కృత్యం నిర్వహణ	పూసల దండ	1. 65 + 35 = ? 2. 58 + 24 = 72 సరైనదేనా? ఎందుకు? కానిచో సరిచేయండి.
2.	పూసల దండ ఆధారంగా తీసివేతలు అవగాహన	పూర్తి తరగతి/ జట్టు/ వ్యక్తిగత కృత్యాలు	పూసల దండ	1. 65 – 25 = ? 2. 85 + □ = 50
3.	సంఖ్యారేఖపై కూడిక ప్రక్రియ అవగాహన	పూర్తి తరగతి/ జట్టు/ వ్యక్తిగత కృత్యాలు	పూసల దండ సంఖ్యా రిబ్బను	సంఖ్యారేఖపై కూడండి 32 + 63 = ?
4.	సంఖ్యారేఖపై తీసివేత ప్రక్రియ అవగాహన	పూర్తి తరగతి/ జట్టు/ వ్యక్తిగత కృత్యాలు	పూసల దండ సంఖ్యా రిబ్బను	సంఖ్యారేఖపై తీసివేయండి 70 – 45 = ?
5.	కూడిక మరియు తీసివేత మధ్యసంబంధాన్ని సంఖ్యా రేఖపై అవగాహన చేసుకోవడం	పూర్తి తరగతి/ జట్టు/ వ్యక్తిగత కృత్యాలు. చర్చద్వారా పూర్వ జ్ఞానపరిశీలన భావనకోసం కృత్యంనిర్వహణ	పూసల దండ సంఖ్యా రిబ్బను	సంఖ్యారేఖపై సరిచూడండి 28 + 35 = 63
6.	కూడికలు, తీసివేత ఫలితాలను అంచనా వేయడం ద్వారా సరిచూడడం	పూర్తి తరగతి/ జట్టు/ వ్యక్తిగత కృత్యాలు చర్చద్వారా సమస్యా సాధన అవగాహన	సంఖ్యా రిబ్బను/ సంఖ్యారేఖపై సవరణల చార్టు	ఫలితాలు అంచనావేయండి తగిన కారణాలు తెల్పండి 1. 72 + 22 = ? 2. 85 – 20 = ?
7.	పెద్దసంఖ్యల కూడికలను స్థానమార్పిడితో అవగాహన చేయడం	పూర్తి తరగతి/ జట్టు/ వ్యక్తిగత కృత్యాలు	పదుల పుల్లలకట్టలు విడి పుల్లలకట్టలు నకిలీ కరెన్సీ	234 + 485 = ? (కూడండి)
8.	పెద్దసంఖ్యల తీసివేత చేయడం	పూర్తి తరగతి/ జట్టు/ వ్యక్తిగత కృత్యాలు	పదుల పుల్లలకట్టలు విడి పుల్లలకట్టలు నకిలీ కరెన్సీ	681 – 492 = ? (తీసివేయండి)
9.	పెద్దసంఖ్యలతో కూడిన మరియు తీసివేతను అవగాహన చేసుకోవడం	పూర్తి తరగతి/ జట్టు/ వ్యక్తిగత కృత్యాలు	పదుల పుల్లలకట్టలు విడి పుల్లలకట్టలు నకిలీ కరెన్సీ	725 – □ = 534 ఖాళీగడిని సరియైన సంఖ్యచే నింపండి

7.3.3 పీరియడ్ ప్రణాళిక

పాఠ్యపథకం వాస్తవంగా ఒక కార్యాచరణ ప్రణాళిక. **– Laster B. Sands**

ఉపాధ్యాయుడు ఒక పీరియడ్ ద్వారా ఆశించిన లక్ష్యాలు సాధించాలంటే తరగతి గదిలో ప్రవేశపెట్టే బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు ఒక క్రమ పద్ధతిలో నిర్వహించాలి. కావున ఉపాధ్యాయుడు ఒక పీరియడ్ సమయంలో సాధించాల్సిన సామర్థ్యాలు, నిర్వహించవలసిన బోధనాభ్యసన కృత్యాలు, బోధనా వ్యూహాలు, కావలసిన బోధనాభ్యసన సామగ్రి మొదలగు అంశాలు తెలిపే ప్రణాళికను 'పీరియడ్ ప్రణాళిక లేదా పీరియడ్ పథకం' అంటారు.

పీరియడ్ పథకం తయారీ ఉపాధ్యాయుని యొక్క బోధనా నైపుణ్యాలు, జ్ఞానం, సామర్థ్యం, మూర్తిమత్వాన్ని ప్రతిబింబిస్తుంది.

పీరియడ్ పథకం ప్రయోజనాలు :

1) ఉపాధ్యాయుడు ముందుగా మానసికంగా బోధనకు సిద్ధం కావచ్చు.
2) అవసరమైన బోధనాభ్యసన సామగ్రిని (కృత్యపత్రాలు, ఫ్లాష్ కార్డులు, ఇతర బోధనోపకరణాలు) తయారుచేసుకోవడానికి, సేకరించుకోవడానికి ఉపయోగపడుతుంది.
3) బోధనాసమయం పూర్తిగా సద్వినియోగం అవుతుంది.
4) బోధన ఆసక్తికరంగా ఉంటుంది.
5) ఉపాధ్యాయునికి మార్గదర్శకత్వాన్నిస్తుంది.
6) బోధనా సమయంలో విద్యార్థులను మదించే వ్యూహాలను ముందుగా తయారుచేసుకొనవచ్చు.

పాఠ్య ప్రణాళిక రచనలో 'హెర్బార్టు' అనే విద్యావేత్త విశేషంగా కృషి చేసి క్రింది ఐదు సోపానాలు సూచించారు. వీటినే'హెర్బార్టు పాఠ్యబోధనా సోపానాలు' అంటారు.

సోపానాలు :

1) సన్నాహం (Preparation)
2) విషయ విశదీకరణం (Presentation)
3) సంసర్గం (Association)
4) సాధారణీకరణం (Generalisation)
5) అన్వయం (Application)
6) పునర్విమర్శ (Recapitulation)

ప్రస్తుతం విద్యావ్యవస్థలో నూతన పోకడలను దృష్టిలోపెట్టుకుని నిరంతర సమగ్ర మూల్యాంకనం, గణిత విద్యా ప్రమాణాలను దృష్టిలో పెట్టుకుని క్రింది విధంగా పీరియడ్ ప్రణాళికలు తయారుచేయడుతున్నాయి. ప్రస్తుతం ఆంధ్రప్రదేశ్ ప్రాథమిక పాఠశాలల్లో అనుసరించబడుతున్న పీరియడ్ పథకాన్ని పరిశీలిద్దాం.

పీరియడ్ పథకం

I. ప్రాథమిక సమాచారం

ఛాత్రోపాధ్యాయుని పేరు	:		పాఠశాల	:
రోల్ నెం.	:		తేది	:
తరగతి	:	1	విద్యార్థుల హాజరు	:
విషయం	:	గణితం		
యూనిట్ పేరు	:	ముందు - తరువాత - మధ్య -ఎక్కువ - తక్కువ		
శీర్షిక	:	ఎక్కువ - తక్కువ - సమానం		

II. పీరియడ్ బోధన ద్వారా సాధించవలసిన విద్యా ప్రమాణాలు :

1) సమస్యా సాధన :
వస్తువులు / బొమ్మల ద్వారా ఎక్కువ - తక్కువ - సమానం భావన తెలుసుకోవడం.

2) కారణాలు చెప్పడం :
బొమ్మలోని సమూహాలు సమానంగా ఉన్నాయో లేవో కారణాలు చెప్పడం.

3) వ్యక్తపరచడం :
బొమ్మల ఆధారంగా ఏవి ఎక్కువో , ఏవి తక్కువో చెప్పడం.

4) ప్రాతినిధ్య పరచడం :
ఇచ్చిన సంఖ్యకు సరియైన పటాలు గీయడం.

III. బోధనాభ్యసన సామగ్రి :

1) సంఖ్య కార్డులు
2) చింత పిక్కలు
3) కృత్య పత్రాలు
4) డామినో కార్డులు

IV. పూర్వ జ్ఞాన పరిశీలన :

కృత్యం 1 : తరగతి గదిలో విద్యార్థులను తమ బ్యాగులలో పుస్తకాలను లెక్కించి బోర్డుపై వాటిని సూచించే అంకెను రాయమనాలి.

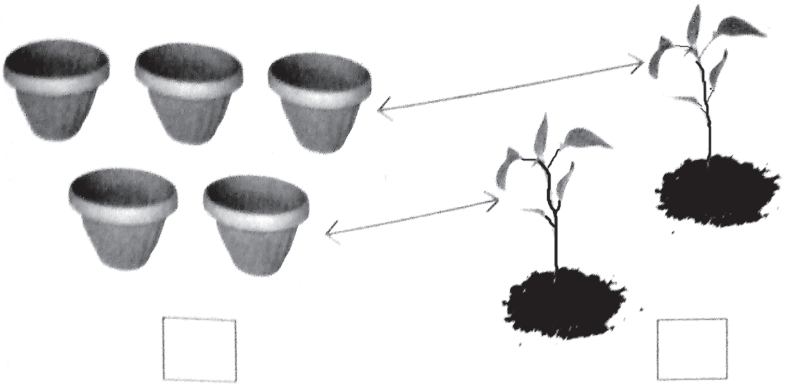
కృత్యం 2 : ఒక చార్టుపై వేరు వేరు చిత్రాలను వేసి ఒక్కోరకం చిత్రాలను ఒక విద్యార్థిచేత లెక్కింపజేసి బల్లపై ఉంచిన సంఖ్యా కార్డులలో సరిపోయేకార్డును తీయమనాలి.

శీర్షిక ప్రకటన : ఈ రోజు మనం అంకెలను పోల్చడం ద్వారా ఎక్కువ - తక్కువ- సమానం భావనలను తెలుసుకుందాం.

V. **భావనల పరిచయం :**

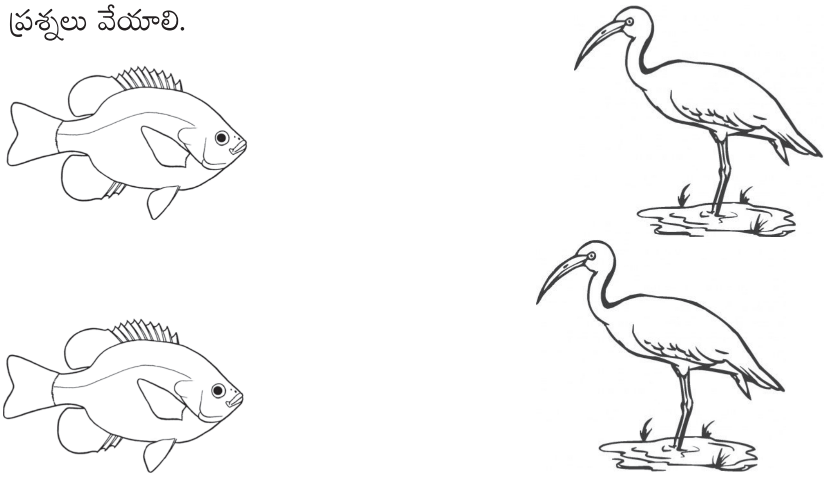
కృత్యం 1 : విద్యార్థులు అందరికీ వేరు వేరు అంకెలలో (1 నుండి 9) చింతపిక్కలు ఇచ్చి లెక్కించమని, బోర్డుపై వ్రాయించి "ఎక్కువ – తక్కువ – సమానం" భావనను అవగాహన పరచాలి.

కృత్యం 2 : కింది బొమ్మను కృత్య పత్రంలో ఇచ్చి ఎన్ని కుండీలు ఉన్నాయి? ఎన్ని మొక్కలు ఉన్నాయో లెక్కించమని గడిలో రాయమనాలి.

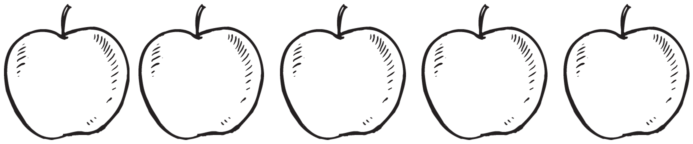


కృత్యం 3 : పైన కృత్యంలోని బొమ్మల ఆధారంగా ఏవి ఎక్కువ? ఏవి తక్కువ?(టిక్) ను ఉంచమనాలి

కృత్యం 4 : కృత్య పత్రంలో ఇచ్చి కొంగలు ఎన్ని? చేపలు ఎన్ని ?సమాన సంఖ్యలో ఉన్నాయా? అని ప్రశ్నలు వేయాలి.



కృత్యం 5 : ఇచ్చిన సంఖ్యలకు సరిపడే పటాలను గీయమనాలి.

ఉదా : 5 

కృత్యం 6 : ముందుకు దూకు – వెనుకకు దూకు ఆట

1) పిల్లలందరిని వృత్తాకారంలో నిల్చోపెట్టాలి

2) పిల్లలు ఒక్కొక్కరికి ఒక్కొక్క సంఖ్యా కార్డును (1– 9) ఇవ్వాలి.

3) ఉపాధ్యాయుడు చెప్పిన సంఖ్య కంటే చిన్న సంఖ్య వచ్చిన వాళ్ళు ముందుకు దూకాలి. పెద్ద సంఖ్య వచ్చిన వాళ్ళు వెనక్కు దూకాలి. సమాన సంఖ్య వచ్చిన వాళ్ళు గీతపైనే ఉండాలి.

4) తప్పుగా దూకినవాళ్ళు ఔట్ అయినట్లు ప్రకటించాలి.

5) పై విధంగా ఆటను కొనసాగించి, చివరకు మిగిలిన విద్యార్థిని విజేతగా ప్రకటించాలి.

VI. **సమస్యా సాధన :** అవగాహన చేసుకున్న భావనలకు సంబంధించి సమస్యలను CLP పద్ధతిలో సాధన చేయించాలి.
మాదిరి సమస్యా సాధన : క్రింది వాటిలో పెద్ద సంఖ్యకు టిక్ (✓) పెట్టండి.

4	6
5	3
2	4
6	8

5	4
3	1
2	3
9	8

VII. **పునశ్చరణ :** 1) 5, 9 లలో ఏది పెద్దది?

2) 4, 7 లలో ఏది చిన్నది?

VIII. **ఇంటి పని :** 1) పిల్లలూ! మీరు ఇంటికి వెళ్ళేదారిలో ఏయే రకాల ఇళ్ళు ఎన్నేసి ఉన్నాయి? వాటిలో ఏ రకం ఇళ్ళు ఎక్కువ ఉన్నాయి?

IX **ఉపాధ్యాయుని స్వీయ మూల్యాంకనం :**

1) ఏయే కృత్యాలు బాగా జరిగాయి ?

2) ఏయే కృత్యాలు బాగా జరగలేదు ? ఎందువల్ల?

3) ఎంతమంది విద్యార్థులకు బాగా అవగాహన అయ్యింది?

4) ఎంతమంది విద్యార్థులకు అదనపు సహాయం అవసరం?

7.3.4 పాఠ్యపథకం – వివిధ నమూనాలు

వివిధ పాఠ్యపథక నమూనాలలో కొన్నింటిని పరిశీలిద్దాం.

1) హెర్బర్ట్ నమూనా (Herbartion Approach)
2) మోరీసన్ నమూనా / యూనిట్ నమూనా (Morrisons / Unit Approach)
3) బ్లూమ్స్ / మూల్యాంకనాధార నమూనా (Blooms Evaluation based Approach)
4) ఆర్.సి.ఇ.ఎమ్. నమూనా (R.C.E.M. Approach)

1) హెర్బర్ట్ నమూనా (Herbartion Approach)

జర్మన్ తత్వవేత్త, విద్యావేత్త జాన్ ఫ్రెడ్రిక్ హెర్బర్ట్ ప్రతిపాదించిన పాఠ్యపథక నమూనాలో విషయ / సమర్పణకు గల ప్రాధాన్యత ఇవ్వబడింది. ఈ నమూనాలో పాఠ్యపథక రచన కింది అభ్యసన సూత్రాలపై ఆధారపడి ఉంటుంది.

i. అంతకు ముందే పొందిన అభ్యసనంపై ఆధారపడి నూతన అభ్యసనం జరుగుతుంది.

ii. ప్రస్తుతం ఉన్న జ్ఞానం ఆధారంగా నూతన జ్ఞానాన్ని పొందుతారు.

పాఠ్యపథక రచనలో కింది సోపానాలు అనుసరించాలని హెర్బర్ట్ సూచించాడు. వాటినే “హెర్బర్ట్ పాఠ్యబోధనా దశలు” అని అంటాం. అవి:

i. సన్నాహం (Preparation)

ii. విషయ విశదీకరణం (Presentation)

iii. సంసర్గం / పోలిక (Association / Comparison)

iv. సాధారణీకరణం (Generalisation)

v. అన్వయం (Application)

vi. పునర్విమర్శ (Recapitulation)

2) మోరిసన్ నమూనా / యూనిట్ నమూనా (Morrisons / Unit Approach)

యూనిట్ పాఠ్యపథక నమూనాను ప్రొ. మోరిసన్ (1871–1945) ప్రతిపాదించారు. ఇందులో విషయాన్ని యూనిట్స్ అనబడే అర్థవంతమైన చిన్న చిన్న భాగాలుగా విడగొట్టడం జరుగుతుంది. ఇవి విద్యార్థికి విషయ నైపుణ్యాన్ని పెంపొందించడానికి ప్రాధాన్యతను ఇస్తుంది. ఈ నమూనాలో ఈ కింది సోపానాలు ఇమిడి ఉంటాయి.

i. శోధన (Exploration)

ii. ప్రదర్శన (Presentation)

iii. సాంగీకరణం (Assimilation)

iv. వ్యవస్థీకరణ (Organisation)

v. వల్లెవేయడం (Recitation)

3) బ్లూమ్స్ / మూల్యాంకనాధార నమూనా (Blooms Evaluation based Approach)

మూల్యాంకనాధార పాఠ్యపథక నమూనాకు ప్రతిపాదించిన వాడు బ్లూమ్. బోధన ముఖ్యంగా లక్ష్యాల కేంద్రంగా ఉండాలనేది ఈ నమూనా ప్రధాన ఉద్దేశం. బ్లూమ్ విద్యను త్రిధృవ ప్రక్రియగా పరిగణించాడు. ఈ నమూనా లక్ష్యాలు, అభ్యసన అనుభవాలు, మూల్యాంకనాల అంతర్గత సంబంధాలపై ఆధారపడి ఉంది. ఈ నమూనాలో కింది సోపానాలు ఇమిడి ఉన్నాయి.

i. విద్యాలక్ష్యాలను రూపొందించడం (Formulating Educational Objectives)

ii. అభ్యసన అనుభవాలను కలిగించడం (Creating Learning Experiences)

iii. ప్రవర్తనా మార్పులను మూల్యాంకనం చేయడం

4) ఆర్.సి.ఇ.ఎమ్. నమూనా (R.C.E.M. Approach)

రూజసన్ కాలేజ్ ఆఫ్ ఎడ్యుకేషన్, మైసూరు వారు ప్రతిపాదించడం వల్ల దీనికి ఆర్.సి.ఇ.ఎమ్. నమూనా అని పేరు వచ్చింది. ఈ నమూనా వెనుకనున్న ప్రధాన సూత్రం వ్యవస్థా ఉపగమం (System Approach). ఈ నమూనా ప్రధానంగా సమాచారాన్ని ఒక క్రమ పద్ధతిలో అందించాలని కోరుతుంది. ఈ నమూనాలో కింది పేర్కొనబడిన మూడు సోపానాలు / అంశాలు ఇమిడి ఉన్నాయి. అవి:

i. ఆశించిన ప్రవర్తనా ఫలితాలు (Expected Behavious Outcomes)

ii. ప్రక్రియ / సమాచారాన్ని అందించే వ్యూహం (Process / Communication Stratagy)

iii. వాస్తవ అభ్యసన ఫలితాలు (Real Learning Outcomes / Output)

7.4 మదింపు మరియు మూల్యాంకనం – నిర్వచనం, ఆవశ్యకత

విద్యా వ్యవస్థలో మూల్యాంకనం అనేది చాలా ముఖ్యమైన ప్రక్రియ. మూల్యాంకనం అనగా తరగతి గదిలో ఉపాధ్యాయుడు తన బోధనద్వారా నిర్దేశించుకున్న లక్ష్యాలు ఎంత వరకు సాధించాడో తెలుసుకునే ప్రక్రియ. అంటే నిర్దేశించుకున్న లక్ష్యాలను సాధించడానికి తరగతి గదిలో ప్రవేశపెట్టిన బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు ఎంతవరకు ఉపయోగపడ్డాయి, బోధన ఫలవంతమైనదా లేదా, లక్ష్యాలు ఏ స్థాయి వరకు సాధించబడ్డాయో తెలుసుకోవడానికి మూల్యాంకనం ఉపయోగపడుతుంది. కాని ఈ విధానాన్ని నిశితంగా పరిశీలిస్తే పిల్లలు ఏమి నేర్చుకున్నారు? ఏమి నేర్చుకోలేకపోయారు? అనే విషయాలను నిర్ధారిస్తుందే తప్ప అభ్యసనాన్ని మెరుగుపరచడానికి ఉపయోగపడలేదు. ఇది పాఠ్యాంశాలకు మాత్రమే పరిమితమై పిల్లల సామర్థ్యాలను మార్కుల ద్వారా సూచిస్తూ ఆయా తరగతులలో ఉత్తీర్ణులయ్యారోలేదో తెలుసుకోవడానికి మాత్రమే పరిమితమై పిల్లల సమగ్ర వికాసాన్ని అంచనా వేయడానికి ఉపయోగపడలేదు.

మూల్యాంకనం అనేది అవిరళ ప్రక్రియ. ఇది మొత్తం విద్యావ్యవస్థలో ఒక భాగమై ఉంటుంది. విద్య యొక్క అన్ని లక్ష్యాలతో దగ్గర సంబంధం కలిగి ఉంటుంది. అది విద్యార్థి యొక్క పఠనపు అలవాట్లమీద, ఉపాధ్యాయుల బోధనాపద్ధతులమీద, పలుకుబడిని కలిగి ఉండి, విద్యాసాధనను మాపనం చేయుటలోనేగాక వృద్ధి చేయుటకు సహాయపడును. మూల్యాంకన సాంకేతిక విధానాలు కోరిన మార్గాలలో విద్యార్థుల అభివృద్ధిని గూర్చిన సాక్ష్య సేకరణకు ఉపయోగపడే సాధనాలు – కొఠారి కమీషన్

7.4.1. మదింపు:

మదింపు అనేది మూల్యాంకనం కంటే విస్తృతమైన భావన కలిగినది. విద్యార్థుల సమగ్ర ప్రగతిని, సామర్థ్యాలను అంచనా వేయడానికి ఉపయోగించే ప్రక్రియలన్నింటిని మదింపు అంటారు. APSCF-2011 ప్రకారం పిల్లల ప్రగతిని అంచనావేయడానికి కేవలం పరీక్షలకే పరిమితం కాకుండా ప్రాజెక్టులు, ఎస్సైన్‌మెంట్స్, ఎనెక్డోట్స్, పిల్లల భాగస్వామ్యం, ప్రతిస్పందనలు, ప్రదర్శనలు, పిల్లల నోట్ పుస్తకాలు,డైరీలు, పోర్ట్‌ఫోలియోలు, మొదలగు వాటిని పరిశీలించి వాటిని కూడా పరిగణలోనికి తీసుకోవాలని సూచించింది. ఈ విధమైన మదింపు ప్రక్రియ పిల్లల్లో ఉండే భయాన్ని, ఆందోళనలను తొలగించి పిల్లలు నేర్చుకునే విధానాన్ని, నేర్చుకున్న అంశాలను పరిశీలించడంద్వారా వారి ప్రగతిని అంచనా వేయడానికి అభ్యసనను వేగవంతం చేయడానికి దోహదం చేస్తుంది. గణితపరంగా మదింపు అనేది గణితంలో విద్యార్థుల గణన సామర్థ్యం, సూత్రాలు సమస్య సాధనలను జ్ఞాపకం ఉంచుకోవడానికి మాత్రమే పరిమితం కాకుండా గణిత భావనల అవగాహన, వాటిని నిత్య జీవితానికి అన్వయించే సామర్థ్యాలను కూడా తెలుసుకోవడానికి ఉపయోగపడాలని, బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలో భాగంగా ఉండాలని APSCF-2011 అభిప్రాయపడింది.

మదింపు పిల్లలకు తాము పరీక్షించబడుతున్నామనే భావన లేకుండా ఆహ్లాదకరమైన వాతావరణంలో జరుగుతుంది. ఇది పిల్లలను దృష్టిలో పెట్టుకునిమాత్రమే రూపొందించబడుతుంది. పిల్లల వైయక్తిక భేదాలకు అనుగుణంగా రూపొందించబడుతుంది. ఇది సరళంగా చేర్పులు, మార్పులకు వీలుగా ఉంటుంది. ఇది నిర్దిష్ట కాలానికి పరిమితం కాకుండా నిరంతరంగా, సమగ్రంగా ఉంటుంది. ఇది బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలలో భాగంగా ఉంటుంది.

7.4.2 మదింపు – మూల్యాంకనం మధ్య భేదాలు

మదింపు	మూల్యాంకనం
• బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలో జరుగుతున్న పద్ధతికి సంబంధం కలిగి ఉంటుంది.	• బోధనాభ్యసన ప్రక్రియ యొక్క ఫలితానికి సంబంధం కలిగి ఉంటుంది.
• నిర్ధారణకు రావడానికి జరిపే ప్రక్రియలకు సంబంధించినది	• ఏమి నేర్చుకున్నారో నిర్ధారించే ప్రక్రియ
• ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థులు తాము నిర్ధారించుకున్న విధానాలు, లక్ష్యాలకు సంబంధించింది.	• ఇతరులు నిర్ధారించిన ప్రమాణాలపై ఆధారపడి ఉంటుంది
• ఇది లోప నివారణ ప్రక్రియ	• నిర్దేశించిన గ్రేడులు సాధించారో లేదో తెలుపుతుంది
• ఇది సరళమైనది. అవసరాన్నిబట్టి మార్చవచ్చు	• ఇది స్థిరమైనది. ఫలితాలు పాస్ లేదా ఫెయిల్ రూపంలో ఉంటాయి.
• అభ్యసన ప్రగతికి దోహదం చేసేదిగా ఉంటుంది.	• అభినందనలు లేదా నిరుత్సాహ పరిచేవిగా ఉంటాయి.
• పిల్లల అభ్యసన ప్రగతిని ఉపాధ్యాయుడు తెలియజేస్తాడు. దీనికి అనుగుణంగా విద్యార్థులు అభ్యసనాన్ని మెరుగు పరచుకుంటారు.	• విద్యార్థులు ఫలితాలను అంగీకరించడం మాత్రమే జరుగుతుంది.
• జ్ఞాన నిర్మాణానికి ప్రాధాన్యతనిస్తుంది.	• జ్ఞాపకశక్తికి, సమాచార సామర్థ్యానికి ప్రాధాన్యత ఇస్తుంది.
• నిరంతర సమగ్ర మూల్యాంకనానికి అవకాశం ఉంటుంది	• యూనిట్, వార్షిక పరీక్షలకు మాత్రమే పరిమితమై ఉంటుంది.
• విద్యార్థులకు తెలియకుండా సహజ వాతావరణంలో పిల్లల సామర్థ్యాల మదింపు జరుగుతుంది.	• భయం, ఆందోళనకర వాతావరణంలో పరీక్ష పెట్టడంద్వారా పిల్లల సామర్థ్యాలను తెలుసుకుంటారు.

7.5 నిరంతర సమగ్ర మూల్యాంకనం :

ప్రస్తుత విద్యా ప్రణాళిక పిల్లలకు బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలను నిర్వహించడం, పిల్లల ప్రగతిని సమగ్రంగా అంచనా వేయడం అనే వాటికి ప్రాధాన్యత కల్పించింది. ఇంతవరకు మూల్యాంకనం పేరిట ఉపాధ్యాయుడు తరగతి గదిలో విద్యార్థులలో ఆశించిన సామర్థ్యాలు ఎంతవరకు సాధించాడు? తను అనుసరించిన బోధనా వ్యూహాలు ఎంతవరకు ఫలవంతమయ్యాయో తెలుసుకోవడానికి త్రైమాసిక, అర్థ సంవత్సర, వార్షిక మొదలగు పరీక్షలు నిర్వహించేవారు. కానీ ఈ పరీక్షలు వాస్తవానికి ఫలితానికి ప్రాధాన్యం ఇస్తున్నాయిగాని ప్రక్రియకు లేదా విధానానికి ప్రాముఖ్యత ఇవ్వలేదు. వీటి ద్వారా విద్యార్థుల సమగ్ర వికాసాన్ని అంచనావేయలేం. విద్యార్థులు ఆయా తరగతులలో ఉత్తీర్ణులయ్యారో లేదో, వారిని మార్కుల ఆధారంగా ఒకరితో ఒకరిని పోల్చడానికి మాత్రమే ప్రాధాన్యం ఇస్తున్నాయి. ఈ విధానంద్వారా అభ్యసన

విధానాన్ని మెరుగుపరచలేం. కావున మూల్యాంకన విధానం తరగతి గదిలో బోధన జరుగుతున్నప్పుడు, విద్యార్థి వివిధ బోధనాభ్యసన సన్నివేశాలలో పాల్గొంటున్నప్పుడు వివిధ పద్ధతులలో విద్యార్థి ప్రగతిని నిరంతరం సమగ్రంగా మూల్యాంకనం చేయాలి. అనగా పిల్లల అభ్యసన ప్రగతిని ఒక సంఘటనకో, సందర్భానికో పరిమితం చేయకుండా నిరంతరం పిల్లలు శారీరక, మానసిక, నైతిక, జ్ఞానాత్మక రంగాలలో ఏ విధంగా అభివృద్ధి చెందారో తెలుసుకోవడాన్నే నిరంతర సమగ్ర మూల్యాంకనం అంటారు.

నిరంతర సమగ్ర మూల్యాంకనం – లక్ష్యాలు :

- పిల్లల జ్ఞానాత్మక, మానసిక చలనాత్మక, భావావేశ రంగాలలో నైపుణ్యాలను పెంపొందించడం, మదించడం.
- సమాచారాన్ని బట్టీపట్టడాన్ని నిరుత్సాహపరుస్తూ విద్యార్థి అవగాహనతో, విశ్లేషణాత్మక ఆలోచనలతో స్వయంగా జ్ఞాన నిర్మాణం చేసుకోవడానికి ప్రోత్సహించడం.
- విద్యార్థి తన సొంత భావనలను, ఆలోచనలను వ్యక్తపరచేటట్లు చేయడం.
- పిల్లల అభ్యసన సామర్థ్యాలను, బోధనా విధానాలను మెరుగుపరచుకోవడం.
- విద్యార్థిని నిరంతరంగా వివిధ పద్ధతుల ద్వారా పరిశీలించి ఎందుకు ఏయే అంశాలలో వెనుకబడుతున్నాడో తెలుసుకుని లోప నివారణ చర్యలు చేపట్టడం.
- మూల్యాంకనాన్ని బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలో భాగంగా చేయడం.
- పిల్లలు తాము పరీక్షించబడుతున్నామనే భావన కలుగకుండా భయరహిత వాతావరణంలో మదింపుచేయడం.
- విద్యార్థులలో ప్రేరణ కలిగించడం.
- ఉపాధ్యాయుల బోధనలో నాణ్యత, జవాబుదారీతనాన్ని పెంచడం.

7.5.1 అభ్యసనం – మదింపు

ప్రస్తుత విద్యా విధానం శిశుకేంద్రీకృతంగా ఉండాలని విద్యార్థి సమగ్ర వికాసానికి దోహదపడేలా ఉండాలని NCF - 2005, RTF - 2009 లు సూచించాయి. కావున తరగతి గదిలో ప్రవేశపెట్టే బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు పిల్లల్లో జ్ఞాన నిర్మాణం, తార్కిక ఆలోచన, సృజనాత్మకత, సమస్య పరిష్కార సామర్థ్యం పెరుగుదలకు ప్రాధాన్యం ఇవ్వాలని, అభ్యసన ఫలితానికి ప్రాధాన్యం ఇవ్వకుండా అభ్యసన ప్రక్రియకు ప్రాధాన్యం ఇవ్వాలని సూచించాయి. పిల్లల సమగ్ర వికాసాన్ని అంచనా వేయడానికి ప్రస్తుతం అమలవుతున్న రాత పరీక్షలు మాత్రమే సరిపోవు. కావున రాత పరీక్షలతోపాటు క్రింద పేర్కొన్న ఇతర మదింపు విధానాలను కూడా అమలుచేసి విద్యార్థియొక్క సమగ్ర విద్యావికాసాన్ని మదింపుచేయాలి. అవి:

ఎ) అభ్యసనంతోపాటు మదింపు (Assessment as learning)

బి) అభ్యసనం కొరకు మదింపు (Assessment for learning)

సి) అభ్యసనం యొక్క మదింపు (Assessment of learning)

ఎ) అభ్యసనంతోపాటు మదింపు :

అభ్యసనంతోపాటు మదింపు అనగా విద్యార్థులు తరగతి గదిలో బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలలో పాల్గొంటూ తమకుతాము మరియు తోటి విద్యార్థులద్వారా తాము ఎంతవరకు నేర్చుకున్నాం? ఏయే విషయాలల్లో వెనుకబడి ఉన్నాం? ఇంకా ఏయే విషయాలు నేర్చుకోవలసి యున్నది? అని విశ్లేషించుకుంటూ, నేర్చుకుంటూ, పరీక్షించుకుంటూ సరిచేసుకోవడం. ఈ విధానంలో మదింపు నేర్చుకోవడానికి సహాయకారిగా, అభ్యసనంలో అంతర్భాగంగా ఉంటుంది.

బి) అభ్యసనం కొరకు మదింపు :

అభ్యసనం కొరకు మదింపు పద్ధతిలో ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థులను ప్రశ్నించడం, చర్చించడం, పరిశీలించడం ద్వారా వారు అభ్యసనంలో ఏ స్థాయిలో ఇబ్బందిపడుతున్నారో, ఏయే అంశాలలో సహాయం చేయవలసియున్నదో నిర్ణయించుకుని వాటికి ఏయే అభ్యసన ప్రక్రియలు అవసరమో ఒక వరుస క్రమంలో కల్పించడం జరుగుతుంది. ఇది బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలో ఒక భాగంగా కొనసాగుతుంది. దీని ద్వారా సాధన, మదింపు, అభ్యసన ప్రక్రియల మదింపు ఒకదాని తరువాత ఒకటి జరుగుతాయి.

సి) అభ్యసనం యొక్క మదింపు :

అభ్యసనం యొక్క మదింపు అనేది తరగతి గదిలో ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థులకు కొంతకాలం బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు జరిపిన తరువాత ఎంతవరకు విద్యార్థులు నిర్దేశించిన లక్ష్యాలను సాధించారో తెలుసుకోవడానికి చేసే ప్రక్రియ. దీనిని విద్యార్థుల మార్కులు లేదా గ్రేడులలో వ్యక్తపరుస్తారు. ఇది ఉపాధ్యాయుడు లేదా బాహ్య పరీక్షలద్వారా మదింపు చేయబడుతుంది. ఇవి సాధారణంగా ఒక టెర్మ్, అర్థ సంవత్సర లేదా వార్షిక పరీక్షల రూపంలో జరుగుతాయి. ఒకేసారి ఎక్కువమంది విద్యార్థులను మదింపు చేస్తారు. ఈ మదింపు విద్యార్థుల సాధనాస్థాయిని ఇతర విద్యార్థులతో పోల్చడానికి ఉపయోగపడుతుంది.

నిరంతర సమగ్ర మూల్యాంకనంలో భాగంగా విద్యార్థుల అభ్యసన ప్రగతిని అంచనావేయడానికి రెండు మూల్యాంకన పద్ధతులను అమలుచేయాలి అవి :

1) నిర్మాణాత్మక మదింపు 2) సంగ్రహణాత్మక మదింపు.

7.5.2 నిర్మాణాత్మక మదింపు :

తరగతిగదిలోనూ, వెలుపల బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలలో విద్యార్థులు పాల్గొన్నప్పుడు పిల్లలు ఎలా నేర్చుకుంటున్నారు? ఏయే విషయాలలో వెనుకబడుతున్నారు? నేర్చుకోవడంలో వారికి ఏ విధంగా సహకరించాలి? ఏయే విషయాలు నేర్చుకున్నారు? అనే విషయాలను ఎప్పటికప్పుడు అంచనావేస్తూ అవసరమైన చర్యలను చేపట్టి విద్యార్థుల ప్రగతిని అంచనావేయడం మరియు ప్రగతికి తోడ్పడే విధానమే నిర్మాణాత్మక మూల్యాంకనం. ఇది నిరంతరం జరుగుతూ ఉంటుంది. ఇది తరగతి గదిలో బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలలో పిల్లలు పాల్గొంటున్నప్పుడు, తోటివారితో కలిసి చర్చిస్తున్నప్పుడు, కృత్యాలు, ప్రోజెక్టులు మొదలగు కార్యకలాపాలలో పాల్గొన్నప్పుడు జరుగుతుంది. నిర్మాణాత్మక మూల్యాంకనంలో కేవలం పరీక్షలే కాకుండా ఇతర సాధనాలను కూడా ఉపయోగిస్తారు.

నిర్మాణాత్మక మూల్యాంకనాన్ని అమలు చేయడానికి క్రింది విధానాలు ఉపయోగిస్తాము. అవి :

ఎ) పిల్లల భాగస్వామ్యం – ప్రతిస్పందనలు

బి) పిల్లల రాత పనులు

సి) ప్రాజెక్టు పనులు

డి) లఘు పరీక్ష (స్లిప్ టెస్ట్)

ఎ) పిల్లల భాగస్వామ్యం – ప్రతిస్పందనలు

ఉపాధ్యాయుడు తరగతి గదిలో బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు కల్పించినపుడు పిల్లలు వివిధ కృత్యాలలో ఎలా పాల్గొంటున్నారు? విద్యార్థులు ఉపాధ్యాయుని ప్రశ్నించే విధానం, ఉపాధ్యాయుని ప్రశ్నలకు జవాబులు చెప్పేవిధానం, విద్యార్థుల మధ్య చర్చలు మొదలగు వాటిని పరిశీలించాలి. (విద్యార్థులలో భావన అవగాహన ఎంతవరకు కలిగిందో తెలుసుకోవడానికి గణిత పాఠ్యపుస్తకంలోని ఇవి చేయండి. ప్రయత్నించండి, ఆలోచించండి – చర్చించండి మొదలగు కృత్యాలు చేయించడం ద్వారా పిల్లల ప్రగతిని అంచనా వేయాలి.) దీనితోపాటు అభ్యసన ప్రక్రియలతో పిల్లల భాగస్వామ్యాన్ని ప్రతిస్పందనలను కింది సన్నివేశాల ద్వారా పరిశీలించవచ్చు.

- పాఠ్యాంశంపై జరిగే చర్చలలో
- కృత్యాలు, జట్టు పనులు చేస్తున్నప్పుడు
- ప్రాజెక్టు పనులలో పాల్గొన్నప్పుడు
- నమూనాలు, మాదిరులు, పటాలు, గ్రాఫ్‌లు రూపొందిస్తున్నప్పుడు
- సృజనాత్మక కృత్యాలలో పాల్గొంటున్నప్పుడు
- మైండ్ మ్యాపింగ్‌పై జరిగే చర్చల్లో పాల్గొన్నప్పుడు.

బి) పిల్లల రాత పనులు

గణితానికి సంబంధించిన నోట్ పుస్తకాలు, హోంవర్క్,ఎస్సైన్‌మెంట్స్, అభ్యసన కృత్యాలు, బోర్డుపై పిల్లలు సమస్యలు చేయు విధానం, పోర్టు ఫోలియో సంఘటన రచన మొదలగు రాత సంబంధమైన పనులను పరిశీలించాలి. వీటిలో సమస్య సాధనాపద్ధతులు, సేకరించిన సమాచారం, అభిప్రాయాలు మొదలగునవి గణితవిద్యా ప్రమాణాలను ప్రతిబింబించేటట్లు ఉన్నాయా అని పరిశీలించి మదింపుచేయాలి.

సి) ప్రాజెక్టు పనులు :

ఉపాధ్యాయుడు బోధనాభ్యసన కృత్యాలలో భాగంగా గణిత ప్రాజెక్టు ఇస్తాడు. ఇవి వ్యక్తిగతంగాగాని, గ్రూపుల్లోగాని ఇవ్వవచ్చు. ఇందుకోసం పిల్లలు క్షేత్రస్థాయిలో సమాచారాన్ని సేకరించడం, పట్టికలలో నమోదుచేయడం, సమాచారాన్ని విశ్లేషించడం, అభిప్రాయాలను వ్యక్తపరచడం, గ్రూపులలో ప్రదర్శించడం మొదలగు అంశాలలో విద్యార్థుల ప్రగతిని నమోదుచేయాలి.

డి) స్లిప్ టెస్టులు (లఘు పరీక్షలు)

గణితానికి సంబంధించిన ఏవైనా రెండు లేదా మూడు భావనలు లేదా ఒక యూనిట్‌పై 20మార్కులకు పరీక్ష నిర్వహించబడుతుంది. ఈ పరీక్ష ద్వారా గణిత భావనల అవగాహన, సమస్య సాధనలలో ఎదుర్కొనే ఇబ్బందులు,

బోధనా వ్యూహాల సాఫల్యతను అంచనా వేస్తారు. ఇది విద్యార్థుల సాధనను మెరుగుపరచడానికి ఉద్దేశించబడింది. దీనిలో వచ్చిన మార్కులను ప్రగతి నమోదు రిజిష్టరులో నమోదు చేయాలి. నిర్మాణాత్మక మూల్యాంకనంలో భాగంగా ప్రాథమిక స్థాయిలో ఒక విద్యాసంవత్సరంలో నాలుగుసార్లు FA-I, FA-II, FA-III, FA-IV లుగా పరీక్షలు నిర్వహిస్తారు. ఒక్కొక్కదానికి క్రింది చూపిన విధంగా 50 మార్కులు కేటాయిస్తారు.

వ.నెం.	మూల్యాంకన సాధనం	మార్కులు	శాతం%
1.	పిల్లల భాగస్వామ్యం – ప్రతిస్పందనలు	10	20%
2.	రాత పనులు	10	20%
3.	ప్రాజెక్టు పనులు	10	20%
4.	స్లిప్ టెస్టులు (లఘు పరీక్షలు)	20	40%
మొత్తం		**50**	**100%**

7.5.3 సంగ్రహణాత్మక మదింపు :

సంగ్రహణాత్మక మదింపు అనగా నిర్ణీతకాలం బోధన జరిపిన తరువాత ఆశించిన విద్యా ప్రమాణాలు ఏ మేరకు సాధించారో తెలుసుకోవడానికి చేసే ప్రక్రియ.ఇది విద్యార్థులకు గ్రేడులు ఇవ్వడానికి, యోగ్యతా పత్రాలు ఇవ్వడానికి, తరగతిలో ఒక విద్యార్థి స్థాయిని, స్థానాన్ని నిర్ణయించడానికి ఉపయోగపడుతుంది. ఇంకా విద్యార్థులు ఏఏ విషయాలలో వెనుకబడి ఉన్నారో తెలుసుకుని లోపనివారణ పద్ధతులను అనుసరించడానికి ఉపయోగపడుతుంది. ఈ సంగ్రహణాత్మక మదింపునకు ఉపయోగించే ప్రశ్నా పత్రం కొన్ని ప్రమాణాలకు అనుగుణంగా తయారవుతుంది. ఇది పాఠ్యవిషయాలకు మాత్రమే పరిమితమై ఉంటుంది. ఒక విద్యాసంవత్సరంలో ఒక తరగతికి సంగ్రహణాత్మక మదింపును మూడుసార్లు SA-I, SA-II, SA-IIIలుగా నిర్వహిస్తారు. ఈ పరీక్షలల్లో విద్యార్థులకు వచ్చిన మార్కుల ఆధారంగా గ్రేడులను నిర్ణయిస్తారు.

ఈ ప్రశ్నాపత్రంలో ప్రశ్నలు ప్రమాణాలవారీగా దిగువ ఇవ్వబడిన పట్టికల ఆధారంగా ఇవ్వబడతాయి. సాధారణంగా ఇది పేపర్ పెన్సిల్ పరీక్షల రూపంలో ఉంటుంది. సంగ్రహణాత్మక ప్రశ్నా పత్రం తయారీలో క్రింద చూపిన భారత్వ పట్టికలు అనుసరిస్తారు .

1) ప్రశ్నల రకం – భారత్వ పట్టిక 2) విద్యాప్రమాణాల భారత్వ పట్టిక

1) ప్రశ్నరకం భారత్వ పట్టిక :

వ. నెం.	ప్రశ్నరకం	ప్రశ్నల సంఖ్య	ఒక్కొక్కదాన్కి కేటాయించిన మార్కులు	మొత్తం మార్కులు
1.	వ్యాసరూప ప్రశ్నలు	4	5	20
2.	సంక్షిప్త సమాధాన ప్రశ్నలు	10	2	20
3.	లఘు సమాధాన ప్రశ్నలు	5	1	5
4.	బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు	5	1	5
	మొత్తం	24		50

2) విద్యా ప్రమాణాల భారత్వ పట్టిక

తరగతి	అంశం	సమసా సాధన		కారణాలు తెలపడం, నిరూపణ		వ్యక్త పరచడం		అనుసంధానం		దృశీకరణ , ప్రాతినిధ్య పర్యవేక్షణ		మొత్తం
		మౌఖిక	రాత	మౌఖిక	రాత	మౌఖిక	రాత	మౌఖిక	రాత	మౌఖిక	రాత	
1-2	భారత్వం	10%	40%	10%	-	-	10%	10%	-	10%	10%	100%
	మార్కులు	5	20	5	-	-	5	5	5	5	5	50
3-5	భారత్వం	50%		20%		10%		10%		10%		100%
	మార్కులు	25		10		5		5		5		50

7.5.4 గణిత విద్యాప్రమాణాలు - పరీక్షాంశాలు

ప్రస్తుత మూల్యాంకనా విధానం కేవలం పిల్లల సామర్థ్యాలను అంచనా వేయడానికి మాత్రమే ఉపయోగపడుతోంది . ఈ విధానం వల్ల తక్కువ మార్కులు వచ్చిన పిల్లల్ని వెనుకబడిన వారిగాను, ఆత్మన్యూనతకు గురయ్యేలా చేయడానికి, ఒత్తిడి ఆందోళన పెంచడానికి తోడ్పడుతున్నాయి. ఈ విషయాలను దృష్టిలో పెట్టుకొని APSCF 2011 మూల్యాంకనం పిల్లల సామర్థ్యాలను అంచనావేయడంతో పాటు పిల్లలు నేర్చుకోవడానికి ఉపయోగపడాలని బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలలో అంతర్భాగంగా ఉండాలని చెప్పింది. దీనికి అనుగుణంగా APSCF 2011 గణిత ఆధారపత్రంలో విద్యార్థులు క్రింది గణిత ప్రమాణాలను సాధించాలని పేర్కొంది.

విద్యాప్రమాణం :

విద్యార్థి ఏదైనా ఒక తరగతిలో గణితాన్ని నేర్చుకుంటున్నప్పుడు ఏదైనా ఒక స్థాయిలో విద్యార్థికి తెలిసి ఉండవలసిన సామర్థ్యాలను ఆ తరగతికి చెందిన గణిత విద్యాప్రమాణాలు అంటారు. ఇవి బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలకు గమ్యాలను నిర్దేశిస్తాయి.

గణిత విద్యాప్రమాణాలు 5. అవి :

1) సమస్యాసాధన
2) కారణాలు చెప్పడం - నిరూపణలు చేయడం
3) వ్యక్తపరచడం
4) అనుసంధానం
5) ప్రాతినిధ్య పరచడం - దృశ్యీకరణ

1) సమస్యాసాధన :

ఈ ప్రమాణం క్రిందకు పద సమస్యలు, పట సమస్యలు, దత్తాంశ అవగాహన-విశ్లేషణ, పట్టికలు - గ్రాఫులు, పద్ధతి ప్రకారం చేయు సమస్యలు, పజిల్స్ మొదలగు గణిత సమస్యలు వస్తాయి.

పరీక్షాంశాలు :

పదసమస్య : అ) రాము పుస్తకాల షాపుకు వెళ్ళి ఒక పుస్తకాన్ని రూ. 25/–లకు, పెన్నును రూ. 10/–లకు కొన్నాడు. అయిన షాపు వానికి ఎంత చెల్లించాలి?

3 సెం.మీ.

ఆ)పట సమస్య :3 సెం.మీ.

ఈ పటం చుట్టు కొలత. ....

పద్ధతి ప్రకారం చేయు సమస్యలు 1) 723 × 34 =

పట్టికల సమస్యలు :

ఇ) నారాయణపురం ప్రాథమిక పాఠశాలలో తరగతుల వారీ వివరాలు క్రింది విధంగా అసంపూర్తిగా ఉన్నాయి. పట్టికను అవగాహన చేసుకుని ఖాళీ గడులను పూరించండి.

తరగతి	బాలురు	బాలికలు	మొత్తం
1.	15	17	–
2.	12	–	29
3.	–	19	45
4.	19	14	–
5.	13	–	42

ఈ) <u>4</u>65లో గీత గీసిన అంకె స్థాన విలువ ఎంత?

ఉ) 2,9,7 లతో ఏర్పడే మూడంకెల సంఖ్యలు రాయండి.

2) కారణాలు చెప్పడం – నిరూపణలు చేయడం :

అ) 12,7,10,4,1,9 సంఖ్యలను ఆరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమంలో రాయుము.

ఆ) రమేష్ వయస్సు 28సం.లు, రాజేష్ వయస్సు రమేష్ వయస్సు కన్నా 7సం.లు ఎక్కువ. అయిన రాజేష్ వయస్సు ఎంత?

ఇ) 5,8,9,2, లతో ఏర్పడే నాలుగు అంకెల అతి పెద్ద సంఖ్య ఏది?

ఈ) ఒకట్ల స్థానంలో 2, వందల స్థానంలో అంకె పదుల స్థానంలోని అంకెకు రెట్టింపు ఉండే విధంగా వీలైనన్ని మూడంకెల సంఖ్యలను వ్రాయండి.

***3)* వ్యక్తపరచడం (Communication) :**

పరీక్షాంశాలు :

అ) రవి దగ్గర 15 రూపాయలు, రాజు దగ్గర 12 రూపాయలు ఉన్నాయి. ఇద్దరి వద్ద మొత్తం 27 రూపాయలు ఉన్నాయి. దీనిని గణిత భాషలో వ్యక్తం చేయండి.

ఆ) 35 – 12 = 23 ను నిజ జీవిత సమస్యగా రాయండి.

ఇ) 456ను అక్షరాలలో రాయండి.

ఈ) ఏడువేల ఎనిమిది వందల తొంభై రెండును సంఖ్యారూపంలో వ్యక్తపరచండి.

4) అనుసంధానం (Connection)

పరీక్షాంశాలు :

అ) రమేష్ వద్ద 100 రూపాయలు ఉన్నాయి. అతడు పుస్తకాల షాపుకు వెళ్ళి పుస్తకం 35 రూపాయలకు, పెన్నును 17 రూపాయలకు కొన్నాడు. అయితే రమేష్ వద్ద మిగిలిన సొమ్మెంత?

ఆ) 10లీటర్లు పట్టే బకెట్ నందు పావులీటర్ గ్లాసుతో ఎన్నిసార్లు నీరు పోసిన అది నిండుతుంది.?

ఇ) 4327 + 2542 = 6869ను వ్యవకలన రూపంలో వ్యక్తం చేయండి.

5) ప్రాతినిధ్య పరచడం – దృశీకరణ

1) ను భిన్నరూపంలో రాయండి

2) 3/4 ను పట రూపంలో చూపుము

3) 4 + 3 = 7 ను సంఖ్యారేఖపై చూపుము

4) ఈ క్రింది పట్టికను బార్ గ్రాఫ్‌లో చూపండి

తరగతి	**విద్యార్థుల సంఖ్య**
1వ తరగతి	20
2వ తరగతి	18
3వ తరగతి	24
4వ తరగతి	19
5వ తరగతి	21

7.5.5 మూల్యాంకన సాధనాలు :

పాండిత్య రంగంలో విద్యార్థుల సాధనను మదింపు చేయడానికి సాధారణంగా క్రింది సాధనాలను ఉపయోగిస్తారు.

i) నియోజనాలు

ii) రాత పరీక్షలు

iii) మౌఖిక పరీక్షలు

iv) ప్రాజెక్టులు

v) ప్రయోగ పరీక్షలు

i) నియోజనాలు

నియోజనాలు విద్యార్థుల విద్యా వికాసాన్ని అంచనావేయడానికి ఉపయోగపడతాయి. ఇవి తరగతి గదిలో / పాఠశాలలో / ఇంటివద్ద చేయగలిగే విధంగా ఉంటాయి. వీటిని మూడు రకాలుగా వర్గీకరించవచ్చు. అవి :

1) పాఠం ముందు తయారీకి **(Preparation part)**

2) సాధన చేయవలసిన భాగం **(Practice part)**

3) వ్యాసక్తులు ఇవ్వడానికి **(Activity part)**

1) పాఠానికి ముందు సిద్ధం చేయడానికి నియోజనాలు :

పాఠ్యాంశాన్ని చెప్పకముందు ఆ పాఠ్యాంశానికి సంబంధించిన పూర్వ జ్ఞానానికి సంబంధించిన నిర్వచనాలు, సూత్రాలు, భావనలు, ప్రక్రియలపై అవగాహనను తెలుసుకొనడానికి, పునశ్చరణ గావించుటకు అవకాశం కల్పిస్తాయి.

మాదిరి నియోజనాలు :

ఎ) విద్యార్థులకు "వివిధ ఆకారాలు" పాఠం బోధించడానికి ముందు వారు ఉపయోగించే వివిధ వస్తువుల ఆకారాలను పరిశీలించి, వాటి పటాలను గీయమనడం, వివిధ ఆకారాలు గల వస్తువులను సేకరించమనడం.

బి) విద్యార్థులకు "ద్రవ్యం" పాఠం చెప్పేముందు చెలామణిలో ఉన్న నాణెములను, నోట్లను సేకరించమనాలి.

2) సాధన చేయవలసిన భాగం :

తరగతి గదిలో పాఠ్యాంశ బోధన తరువాత దానికి సంబంధించిన సూత్రాలు, నిర్మాణాలు, నియమాలు, సమస్యాసాధన పద్ధతులు మొదలైనవాటిని అభ్యాసం చేయడానికి ఉపయోగపడతాయి

ఎ) పాఠ్యపుస్తకంలోని పాఠ్యాంశ బోధన తరువాత దానిపై ఆధారపడిన అభ్యాసంలోని సమస్యలను చేయమనడం.

బి) సంఖ్యలను వరుస క్రమంలో రాయించుట.

సి) పటాలను నిర్మింపచేయుట

డి) ఎక్కాలను తయారుచేయించడం.

3) వ్యాసక్తులు భాగం :

పాఠ్యాంశ బోధన జరిగిన తరువాత వివిధ గణిత భావనలపట్ల అవగాహన స్థాయిని, విశ్లేషణా సామర్థ్యాన్ని, క్రియాత్మక నైపుణ్యాలు మొదలగువాటిని అంచనావేయడానికి వ్యాసక్తుల రూపంలో నియోజనాలు ఇస్తారు.

ఎ) వివిధ వస్తువుల బరువులను కొలచి, వివిధ ప్రమాణాలలో చెప్పమనడం.

బి) కొలతలను వివిధ ప్రమాణాలలోకి మార్చడం.

సి) మార్కెట్‌లో వివిధ వస్తువుల ధరల పట్టికను తయారుచేయమనడం.

డి) వివిధ ఆకారాలతో మనుష్యుల, జంతువుల, పక్షుల బొమ్మలను తయారుచేయమనడం.

ii) రాత పూర్వక పరీక్షలు

విద్యార్థుల విద్యావిషయక సాధనను రాత పూర్వక పరీక్షల ద్వారా తెలుసుకొనవచ్చు. ఈ రాతపూర్వక ప్రశ్నా పత్రంలో వివిధ రకాల ప్రశ్నల ద్వారా విద్యార్థులలో విషయపరిజ్ఞానం, అవగాహన, విశ్లేషణాత్మక సామర్థ్యం, ఆలోచనాస్థాయి, భావ వ్యక్తీకరణ మొదలగు సామర్థ్యాలను మదింపు చేయవచ్చు.

వ్రాతపూర్వక పరీక్షలలోని ప్రశ్నలను క్రింది విధంగా వర్గీకరించవచ్చు.

1) వ్యాసరూప ప్రశ్నలు (Essay type)

2) సంక్షిప్త సమాధాన ప్రశ్నలు (Short answer)

3) లఘు సమాధాన ప్రశ్నలు (Vert short answer)

4) విషయనిష్ఠ ప్రశ్నలు (Objective type)

1) వ్యాసరూప ప్రశ్నలు :

ప్రాథమిక స్థాయిలో గణితంలో వ్యాసరూప ప్రశ్నలు 3 లేదా 4 కంటే ఎక్కువ సోపానాలలో సాధన చేసేవిగా ఉంటాయి. సమస్యా సాధనకు వివిధ పద్ధతులను ఉపయోగించే స్వేచ్ఛ విద్యార్థికి ఉంటుంది. వీటిని సాధారణంగా సంగ్రహణ మూల్యాంకనంలో వాడుతారు. వీటిద్వారా విద్యార్థుల ఆలోచన సామర్థ్యం, విశ్లేషణాత్మక శక్తి, తార్కిక ఆలోచన, క్రమం, హేతుబద్ధత, సృజనాత్మకత, ఊహాత్మక ఆలోచన మొదలగు వాటిని మదింపుచేయవచ్చు. ఈ ప్రశ్నలకు సమాధానములు దిద్ది మార్కులు వేయడంలో ఒక ఎగ్జామినర్‌కు మరొక ఎగ్జామినర్‌కు తేడాలు ఎక్కువగా ఉంటాయి. అనగా వస్త్వాశ్రయత చాలా తక్కువగా ఉంటుంది. ఈ ప్రశ్నలకు సాధారణంగా 5 లేదా అంతకంటే ఎక్కువ మార్కులు కేటాయించబడతాయి.

మాదిరి వ్యాసరూప ప్రశ్నలు

1) రాధ ఒక పుస్తకాల షాపుకు వెళ్ళి 5 పెన్నులు, 4 నోట్ పుస్తకాలు కొన్నది. పెన్ను ఖరీదు 6రూపాయలు, పుస్తకం ఖరీదు 12 రూపాయలు. రాధ పుస్తకాల షాపు వానికి 100రూపాయల నోట్ ఇచ్చిన తిరిగి అతడు ఎంత ఇస్తాడు?

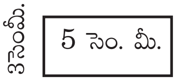
2) 4,7,9 లతో ఏర్పడే మూడంకెల సంఖ్యలు అన్నింటిని రాసి, వాటిని ఆరోహణ క్రమంలో రాయండి.

2) సంక్షిప్త సమాధాన ప్రశ్నలు:

సంక్షిప్త సమాధాన ప్రశ్నలు 3 లేదా 4 అంతకంటే తక్కువ సోపానాలలో సమాధానములు కలిగి ఉంటాయి.ఒక్కొక్క ప్రశ్నకు 2 నుండి 4 మార్కులు కేటాయించవచ్చు. వీటి ద్వారా ఎక్కువ విషయాలను పరీక్షించవచ్చు. వ్యాసరూప ప్రశ్నలకంటే ఎక్కువ వస్త్వాశ్రయత కలిగి ఉంటాయి. వీటి ద్వారా గణితానికి సంబంధించిన నిర్వచనాలు, చిన్నచిన్న సమస్యలు లక్షణాలు, ధర్మాలు మొదలగు వాటిని పరీక్షించవచ్చు.

మాదిరి ప్రశ్నాంశాలు :

1) రాకేష్ వద్ద 15 రూపాయలు, మహేష్ వద్ద 12 రూపాయలు ఉన్నవి. అయినా ఇద్దరి వద్దనున్న మొత్తం సొమ్ము ఎంత?

2) 

ప్రక్క పటం యొక్క వైశాల్యం ఎంత?

3) 2, 5, 8 లతో ఏర్పడే మూడంకెల సంఖ్యలను రాయండి.

3) లఘు సమాధాన ప్రశ్నలు :

లఘు సమాధాన ప్రశ్నలకు 1 లేదా 2 పదాలు లేదా ఒక వాక్యంలో జవాబులు ఇవ్వవలసి ఉంటుంది. వీటికి వ్యాసరూప సంక్షిప్త సమాధానం ప్రశ్నల కంటే ఎక్కువ విశ్వసనీయత, వస్త్వాశ్రయత ఉంటాయి. వీటికి సూటిగా, సంక్షిప్తంగా సమాధానములు వ్రాయాల్సి ఉంటుంది. వీటి ద్వారా ఎక్కువ విషయాలను పరీక్షించవచ్చు. ఒక్కొక్క ప్రశ్నకు ½ లేదా 1 మార్కు కేటాయిస్తారు.

లఘుసమాధాన ప్రశ్నలను నాలుగు రకాలుగా విభజించవచ్చు.

ఎ) ప్రశ్నల రూపం (Question form)

బి) పూరణం (Completion form)

సి) సంసర్గం (Association form)

డి) సాదృశ్య రూపం (Analogy form)

ఎ) ప్రశ్నల రూపం

ప్రశ్న సూటిగా 1 లేదా 2 మాటలలో లేదా 1 వాక్యంలో సమాధానం చెప్పేదిగా ఉండాలి.

ఉదా : 1) త్రిభుజములోని కోణాల మొత్తం ఎంత?

జ) 180^0.

2) దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యమునకు సూత్రం ఏమి?

జ) l x b

బి) పూరణం

దీనిలో ఒక అసంపూర్ణ వాక్యం ఇవ్వబడుతుంది. దీనిని 1 లేదా 2 పదాలతో వాక్యాన్ని పూర్తి చేయాలి.

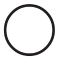
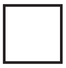
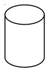
ఉదా : 1) ఒక చతుర్భుజంలో .... భుజాలు ఉంటాయి.

2) 25 × 36 = ...

సి) సంసర్గ రూపం :

ఈ ప్రశ్నలో ఒక ఉమ్మడి సంబంధాన్ని గానీ, ధర్మాన్నిగానీ దృష్టిలో పెట్టుకుని కొన్ని పదాలు ఇస్తారు. ఆ ధర్మం ఆధారంగా ఇచ్చిన పదాలకు సరిపోయే జవాబులు రాయాలి.

ఉదా : 1) క్రింది పటాలయొక్క అంచుల సంఖ్యను వ్రాయండి. :

			జవాబు
1)		=	3
2)		=	5
3)		=	1
4)		=	4
5)		=	2

ఉదా : 2) క్రింది సంఖ్యలలో గీత గీసిన అంకె స్థాన విలువను వ్రాయండి :

	సంఖ్యలు			**జవాబు**
1)	52357	=	___	50
2)	34285	=	___	4000
3)	42498	=	___	8
4)	64372	=	___	300
5)	92347	=	___	90000

4) విషయనిష్ఠ ప్రశ్నలు : (Objective type Questions)

ఎ) ప్రత్యామ్నాయ ప్రశ్నలు (Alternative responce type)

బి) బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు (Multiple Choice)

సి) జత పరచడం (Matching)

డి) విభిన్నమైన అంశాన్ని గుర్తించుట (Odd man out)

ఇ) మాస్టర్ లిస్ట్ రూపం (Master list type)

ఎ) ప్రత్యామ్నాయ ప్రశ్నలు :

ఇవి సాధారణంగా ఒక సూత్రం, నియమం లేదా వాక్యంగా ఇవ్వబడతాయి. అవి తప్పు లేదా ఒప్పు, సత్యం లేదా అసత్యం, అవును లేదా కాదు మొదలగు రెండేసి జవాబులు ఇవ్వబడతాయి. వీటిలో ఏదో ఒకదానిని జవాబుగా రాయవలసి ఉంటుంది.

ఉదా : క్రింది వాక్యాలు సత్యం లేదా అసత్యం గా తెలపండి.

1) రెండు సరి సంఖ్యల లబ్దం సరి సంఖ్య.

2) నాలుగు ఒకట్ల స్థానంలో ఉండే పెద్ద మూడంకెల సంఖ్య 984.

3) అన్ని చతురస్రాలు దీర్ఘ చతురస్రాలు అవుతాయి.

బి) బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు :

ఒక ప్రశ్నకు నాలుగు లేదా ఐదు ప్రత్యామ్నాయ జవాబులు ఇవ్వబడతాయి. వాటి నుండి సరైన దానిని జవాబుగా సూచించాలి.

ఉదా. 1) దీర్ఘ చతురస్ర చుట్టు కొలత సూత్రం ( )

a) $l+b$ b) $2lb$ c) $2(l+b)$ d) lb

సి) జత పరచడం :

కొన్ని పదాలు లేదా వాక్యలు రెండు వరుసలలో రాయబడి ఉంటాయి. ఏదో ఒక ధర్మం ఆధారంగా మొదటి వరుసలోని ప్రతి అంశానికి రెండవ వరుసలోని సరైన అంశాన్ని జవాబుగా సూచించాలి.

ఉదా : క్రింది వాటిని జతపరచండి:

	చతుర్భుజం		వైశాల్యాలు
1)	చతురస్రం	( )	A) $\frac{1}{2} h (a+b)$
2)	దీర్ఘ చతురస్రం	( )	B) s^2
3)	రాంబస్	( )	C) $\frac{1}{2} d (h_1+h_2)$
4)	సమాంతర చతుర్భుజం	( )	D) bh
5)	ట్రెపీజియం	( )	E) $l \times b$
		( )	F) $\frac{1}{2} d_1 \times d_2$

డి) విభిన్నమైన అంశాన్ని గుర్తించుట

ఈ ప్రశ్న కొన్ని అంశాలతో కూడిన జాబితా రూపంలో ఉంటుంది. ఆ జాబితాలో ఒక అంశం వేరే ధర్మం కలిగి ఉంటుంది. ఆ వేరుగా ఉన్న అంశాన్ని గుర్తించాలి.

1) 4, 6, 8, 9, 10

2) మీటరు, హెక్టా మీటరు, లీటరు, సెం.మీ., మిల్లీమీటరు

ఇ) మాస్టర్ లిస్ట్ రూపం

దీనిలో ప్రశ్నలు ఖాళీల రూపంలో ఉంటాయి. ఈ ఖాళీలను ఇచ్చిన జాబితాలోని సరైన జవాబును ఎన్నుకుని నింపాలి.

ఉదా: (299, 99, 10, 100, 999, 1,000)

1) రెండంకెల అతిచిన్న సంఖ్య ....

2) మూడంకెల అతిపెద్ద సంఖ్య ....

3) 90, 100కు మధ్యగల పెద్ద బేసి సంఖ్య ....

4) 2 వందల స్థానంలో ఉన్న పెద్ద సంఖ్య ....

5) మూడంకెల అతి చిన్న సంఖ్య ....

iii) *మౌఖిక పరీక్షలు :*

ఈ విధానంలో ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థులను ఏదైనా గణిత విషయానికి సంబంధించిన ప్రశ్నలను అడిగి జవాబులు నోటితో చెప్పమంటాడు. దీనిద్వారా విద్యార్థుల సాధనను అప్పటికప్పుడు తెలుసుకొనవచ్చు. గణితంలో ఎక్కువగా మనో గణనను అంచనా వేయడానికి ఉపయోగిస్తారు.

ఉదా : 1) చతురస్రంలో భుజాల పొడవులు ఎలా ఉంటాయి?

2) 25×6 విలువ ఎంత?

మౌఖిక పరీక్ష నిర్వహించడానికి సూచనలు :

1) ప్రశ్న, జవాబు సంక్షిప్తంగా ఉండేవిధంగా చూడాలి.
2) ప్రశ్నలు సరళమైన భాషలో ఉండాలి.
3) మౌఖిక పరీక్షలకు ప్రశ్నలు ముందుగా తయారుచేసుకోవాలి.
4) మౌఖిక పరీక్ష వ్యక్తిగతంగా జరగాలి.
5) పరీక్షించవలసిన యూనిట్ లేదా పాఠానికి సంబంధించిన అన్ని అంశాలకు సమాన ప్రాతినిధ్యం ఉండేటట్లు ప్రశ్నలు వేయాలి.
6) అందరు విద్యార్థులు ఒకే జవాబు చెప్పే విధంగా ఉండాలి.
7) విద్యార్థుల నిష్పాదనను పోల్చడానికి ఒకే విధమైన ప్రశ్నలు అడగాలి.

iv) *ప్రాజెక్టులు :*

పిల్లలు సహజ వాతావరణంలో తమంతటతాముగా అన్వేషించి, పరిశోధించి అవసరమయ్యే సమాచారం సేకరించి ఒక విషయంపట్లగాని, అంశంపట్లగాని అవగాహన ఏర్పరచుకొని నిర్ధారణకు రావడానికి దోహదపడే కృత్యాలను ప్రాజెక్టు అంటారు. వీటిద్వారా విద్యార్థి తరగతి గదిలో నేర్చుకునే భావనలు నిజ జీవితంలో జరిగే సంఘటనలకు అన్వయించడం జరుగుతుంది. భావనల అవగాహనకు తోడ్పడతాయి. విద్యార్థులకు ఇచ్చిన ప్రోజెక్టులో వారు ఎంతమేరకు చేయగలిగారో అంచనా వేయవచ్చు.

గణితంలో కొన్ని ప్రాజెక్టులు :

1) మీ ఇంటి చుట్టుప్రక్కల ఉండే 10 ఇండ్లను సందర్శించి కుటుంబ సభ్యుల సంఖ్య, పురుషుడు / స్త్రీ, అక్షరాస్యత పరంగా వివరాలు సేకరించి పట్టికలో నమోదు చేయమనడం.
2) పాఠశాలలోని వివిధ తరగతులలోని పిల్లల సంఖ్యను సేకరించమని కమ్మీరేఖా చిత్రంలో చూపమనాలి.
3) ఏదైనా ఒక సంవత్సరానికి కేలండర్ తయారుచేయమనాలి.

v) *ప్రయోగ పరీక్షలు:*

గణితంలో విద్యార్థిని సమగ్రంగా మూల్యాంకనం చేయడానికి రాత, మౌఖిక పరీక్షలు సరిపోవు. కావున ప్రధానంగా విద్యార్థి యొక్క కౌశలాలను మదింపు చేయడానికి ప్రయోగ పరీక్షలు కూడా ఉపయోగిస్తారు. ప్రాథమిక స్థాయిలో వస్తువులను లెక్కించడం, గుర్తించడం, వర్గీకరించడం, పోల్చడం, కొలవడం, అమర్చడం మొదలగు విషయాలలో ప్రయోగ పరీక్షలు నిర్వహిస్తారు.

7.5.6 సాధన పరీక్ష – సంగ్రహణాత్మక ప్రశ్నా పత్రం – నమూనా :

సంగ్రహణాత్మక పరీక్ష పత్రం రూపొందించడానికి సోపానాలు :

1) నికష పథక నిర్మాణం

ఎ) పరీక్షించవలసిన ప్రమాణాల ఎంపిక

బి) పరీక్ష గరిష్ట మార్కులు, కాలం నిర్ణయం

సి) ప్రమాణాల భారత్వం

డి) విషయ భారత్వం

ఇ) ప్రశ్నాకృతి భారత్వం

ఎఫ్) కఠిన స్థాయి భారత్వం

జి) ప్రశ్నలు ఎంచుకునే అవకాశం

హెచ్) ప్రశ్నాపత్రంలోని భాగాలు

ఐ) బ్లూ ప్రింట్ తయారుచేయడం

2) బ్లూ ప్రింట్ ఆధారంగా పరీక్ష పత్రం తయారుచేయడం.

3) ప్రశ్నాపత్ర సవరణ

ఎ) పరీక్షాంశాల సమన్వయం

బి) పరీక్షలు నిర్వహించే వారికి, విద్యార్థులకు సూచనలు ఇవ్వడం

4) గణన – సూచి, గణన స్కీం తయారుచేయడం

5) ప్రశ్నల వారీగా విశ్లేషణ చేయడం.

సంగ్రహణాత్మక మదింపు ప్రశ్నా పత్రం నమూనా :

తరగతి : 5

విషయం : గణితం

సమయం : గం. 2–30ని

మార్కులు : 50

ఎ) పరీక్షించాల్సిన ప్రమాణాలు

1) సమస్యాసాధన – వివిధ పద్ధతులు

2) కారణాలు తెలపడం – నిరూపణలు చేయడం.

3) వ్యక్తపరచడం

4) అనుసంధానం

5) ప్రాతినిధ్యపరచడం

బి) పరీక్షించవలసిన అంశాలు

1) పెద్ద సంఖ్యలు (కూడిక – తీసివేత)

2) గుణకారం – భాగహారం

3) స్మార్ట్ టేబుల్స్

4) పొడవులు

5) ఆవరణలు ప్రహారీలు (చుట్టుకొలత, వైశాల్యాలు)

సి) భారత్వ పట్టికలు

1) ప్రమాణాల భారత్వ పట్టిక

క్ర.సం.	ప్రమాణాలు	మార్కులు	శాతం
1.	సమస్యా సాధన – వివిధ పద్ధతులు	25	50
2.	కారణాలు తెలపడం	10	20
3.	వ్యక్తపరచడం	5	10
4.	అనుసంధానం	5	10
5.	ప్రాతినిధ్య పర్చడం	5	10

2) విషయ భారత్వ పట్టిక

క్ర.సం.	ప్రమాణాలు	మార్కులు	శాతం
1.	పెద్ద సంఖ్యలు (సంఖ్యలు , కూడికలు, తీసివేతలు)	14	28
2.	గుణకారం – భాగహారం	16	32
3.	స్మార్ట్ టేబుల్స్	5	10
4.	పొడవులను కొలవడం	9	18
5.	ఆవరణలు – ప్రహారీలు – 1 (చుట్టుకొలత – వైశాల్యం)	6	12
	మొత్తం	**50**	**100**

3) ప్రశ్నాకృతి భారత్వ పట్టిక

వ. నెం	ప్రశ్నరకం రకం	ప్రశ్నల సంఖ్య	ఒక్కొక్క ప్రశ్నకు మార్కులు	మొత్తం	శాతం
1.	వ్యాసరూపం	4	5	20	40
2.	సంక్షిప్త ప్రశ్నలు	10	2	20	40
3.	లఘు ప్రశ్నలు	5	1	5	10
4.	విషయ నిష్ఠ	5	1	5	10
		24		**50**	**100**

4) కఠిన స్థాయి భారత్వ పట్టిక

క్ర.సం.	స్థాయి	మార్కులు	శాతం
1.	కఠినం	14	28
2.	సామాన్యం	26	52
3.	సులభం	10	20
		50	**100**

బ్లూప్రింట్

క్రమ సంఖ్య	విషయాంశం	సమస్యా సాధన					కారణాలు తెలపడం నిరూపణలు చేయడం					వ్యక్త పరచడం					అనుసంధానం					ప్రాతినిధ్య పరచడం					మొత్తం	వ్యాసరూప ప్రశ్నలు	సంక్షిప్త సమాధాన ప్రశ్నలు	లఘు సమాధాన ప్రశ్నలు	విషయనిష్ఠ ప్రశ్నలు	మొత్తం
		వ్యాసరూప ప్రశ్నలు	సంక్షిప్త సమాధాన ప్రశ్నలు	లఘు సమాధాన ప్రశ్నలు	విషయనిష్ఠ ప్రశ్నలు	మొత్తం	వ్యాసరూప ప్రశ్నలు	సంక్షిప్త సమాధాన ప్రశ్నలు	లఘు సమాధాన ప్రశ్నలు	విషయనిష్ఠ ప్రశ్నలు	మొత్తం	వ్యాసరూప ప్రశ్నలు	సంక్షిప్త సమాధాన ప్రశ్నలు	లఘు సమాధాన ప్రశ్నలు	విషయనిష్ఠ ప్రశ్నలు	మొత్తం	వ్యాసరూప ప్రశ్నలు	సంక్షిప్త సమాధాన ప్రశ్నలు	లఘు సమాధాన ప్రశ్నలు	విషయనిష్ఠ ప్రశ్నలు	మొత్తం	వ్యాసరూప ప్రశ్నలు	సంక్షిప్త సమాధాన ప్రశ్నలు	లఘు సమాధాన ప్రశ్నలు	విషయనిష్ఠ ప్రశ్నలు	మొత్తం						
1.	పెద్ద సంఖ్యలు (కూడిక, తీసివేత)	–	$(2)_2$		$(4)_1$	8	–	$(1)_2$	$(1)_1$	–	3	–	–	$(2)_1$	–	2	–	–	$(1)_1$	–	1	–	–	–	–	0	14	–	6	4	4	14
2.	గుణకారం - భాగహారం	$(1)_5$	$(1)_2$	–	–	7	$(1)_5$	–	–	–	5	–	$(1)_2$	–	–	2	–	$(1)_2$	–	–	2	–	–	–	–	0	16	10	6	–	–	16
3.	స్మార్ట్ టేబుల్స్	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	$(1)_5$	–	–	–	5	5	5	–	–	–	5
4.	పొడవులను కొలచుట	$(1)_5$	–	–	$(1)_1$	6	–	$(1)_2$	–	–	2	–	–	–	$(1)_1$	1	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	9	5	2	–	2	9
5.	ఆవరణలు - ప్రహారీలు	–	$(2)_2$	–	–	4	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	$(1)_2$	–	–	2	–	–	–	–	–	6	–	6	–	–	6
	మొత్తం	10	10	0	5	25	5	4	1	0	10	0	2	2	1	5	0	4	1	0	5	5	0	0	0	5	50	20	20	4	6	50

గమనిక : బ్రాకెట్లో ఉన్న సంఖ్య ప్రశ్నల సంఖ్యను, బయట ఉన్న సంఖ్య మార్కుల సంఖ్యను సూచిస్తుంది.

సంగ్రహణాత్మక మదింపు - ప్రశ్నా పత్రం

5వ తరగతి - గణితం

విద్యార్థి పేరు : సమయం : గం. 2-30ని.

రోల్ నెం : గరిష్ఠ మార్కులు : 50

1. సమస్యాసాధన **(25 మార్కులు)**

1) ఒక ఏనుగుకు ఒక రోజుకు 80లీ. నీరు మరియు 150 కిలోల ఆహారం అవసరం. అయిన ఒక వారంలో ఎంత నీరు మరియు ఆహారం ఏనుగుకు అవసరం? (5 మార్కులు)

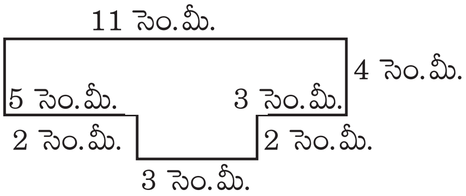
2) సనా ఇంటి నుండి బడికి చేరడానికి గీత ఇంటి నుండి వెళ్ళాలి. సనా ఇంటికి, గీత ఇంటికి మధ్య దూరం 1 కి.మీ. 245 మీ. గీత ఇంటికి బడికి మధ్య దూరం 3 కి.మీ. 460మీ. అయిన సనా బడికి చేరడానికి మొత్తం ఎంత దూరం ప్రయాణించాలి? (5 మార్కులు)

3) 1500 రావలంటే 2362 నుండి ఎంత తీసివేయాలి (2 మార్కులు)

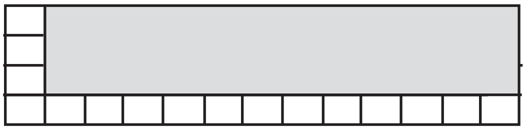
4) రాజు వ్యవసాయం నిమిత్తం రూ. 8950/- లు అప్పుగా తీసుకుంది. ఆమె ఆ అప్పును 25 నెలలో సమాన వాయిదాలలో చెల్లించాలి. అయిన ఆమె నెలకు ఎంత చెల్లించాలి? (2 మార్కులు)

5) 5678లో 5 మరియు 8ల స్థాన విలువల బేధమెంత? (2 మార్కులు)

6) క్రింద పటం యొక్క చుట్టుకొలత ఎంత? (2 మార్కులు)



7) ఈ క్రింది పటం యొక్క వైశాల్యం ఎన్ని చదరాలు? (2 మార్కులు)



8) 7<u>8</u>56 సంఖ్యలో గీతగీసిన అంకె స్థానమెంత? ( ) (1 మార్కు)

ఎ) వందలు బి) వేలు సి) ఒకట్లు డి) పదులు

9) 2947 + 569 = ... ( ) (1 మార్కు)

ఎ) 3526 బి) 3546 సి) 3516 డి) 3576

10) 4529 - 234 = ... ( ) (1 మార్కు)

ఎ) 4275 బి) 4245 సి) 4255 డి) 4295

11) ½ కి.మీ. ( ) (1 మార్కు)

ఎ) 200 బి) 250 సి) 500 డి) 750

12) మూడంకెల మిక్కిలి పెద్ద సంఖ్య? ( ) (1 మార్కు)

ఎ) 999 బి) 199 సి) 990 డి) 900

II. కారణాలు చెప్పడం – నిరూపణలు చేయడం (10 మార్కులు)

13) 50 ÷ 3 = 9 ను లత, భాగ్య ఇలా చేసారు (5 మార్కులు)

లత	భాగ్య
3) 50 (15	3) 50 (16
3	3
20	20
15	18
05	0 2

వారు చేసిన భాగహారాలలో ఏది సరియైనది? కారణం తెలపండి.

14) నేను మూడంకెల సంఖ్యను. ఒక్కట్ల స్థానంలో 7, వందల స్థానంలో 2, పదుల స్థానంలోని సంఖ్య వందల స్థానంలోని అంకెకు 4 రెట్లు అయిన నేనెవరని? (2 మార్కులు)

15) భారతదేశంలో కొన్ని నధులు వాటి పొడవులు క్రింది పట్టికలో ఇవ్వబడ్డాయి. వాటి పొడవులు ఆధారంగా నదుల పేర్లను ఆరోహణ క్రమంలో వ్రాయండి. (2 మార్కులు)

నది పేరు	పొడవు కి.మీ.
గోదావరి	1465
గంగ	2526
క్రృష్ణా	1400
యమున	1376
నర్మద	1312

16) 475 కంటే 492 చిన్నది? ఇది సరియైనదైనా? కారణం తెలపండి (1 మార్కు)

III. వ్యక్త పర్చుట (5 మార్కులు)

17) 180రూ.లను 12గురికి సమానంగా పంచగా ఒక్కొక్కరికి 15 రూ. వచ్చాయి. ఈ వాక్యాన్ని గణిత వాక్య రూపంలో వ్రాయండి (2 మార్కులు)

18) 4289 ☐ 3987 ల మధ్య బాక్స్‌లో >, = < లలో సరైన గుర్తునుంచండి (1 మార్కు)

19) 1 మీటరుకు ఎన్ని సెంటీమీటర్లు? (1 మార్కు)

20) ఆరువేల తొమ్మిది ను అక్షరాలల్లో రాయండి. (1 మార్కు)

ఖర్చు అవుతుంది?

IV. అనుసంధానం **(5 మార్కులు)**

21) రామయ్య పొలం చతురస్రాకారంలో ఉంది. అతని పొలం ఒక అంచు పొడవు 24 మీటర్లు అతని పొలం చుట్టు కంచె వేయడానికి మీటరుకు 50రూ. చొప్పున మొత్తం ఎంత ఖర్చు అవుతుంది? (2 మార్కులు)

22) 5 కిలోల గోధుమ పిండి ధర రూ. 175లు అయిన 12 కిలోల గోధుమ పిండి ధర ఎంత? (2 మార్కులు)

23) 36 + 89 = ☐ – 25 అయ్యేటట్లు బాక్స్‌లో సరియైన సంఖ్యను వ్రాయండి (1 మార్కు)

V. ప్రాతినిధ్య పర్చడం **(5 మార్కులు)**

24) అఖిల ఒక రోజు సాయంత్రం ఆమె ఇంటిముందు నిలబడి రోడ్డుపై వెళ్ళే వాహనాలను కొంత సమయంపాటు లెక్కించగా కార్లు 12, మోటారు సైకిళ్ళు 24, సైకిళ్ళు 16, ఆటోలు 8, బస్సులు 4 వెళ్ళాయి. అయితే వాటిని గణన చిహ్నాల ద్వారా క్రింది పట్టికలో నమోదు చేయండి.

క్ర.సం.	వాహనం	గణన చిహ్నాలు	వాహనాల సంఖ్య
1.	కార్లు		
2.	మోటారు సైకిళ్ళు		
3.	సైకిళ్ళు		
4.	ఆటోలు		
5.	బస్సులు		

గణన సూచి గుణన స్కీం

క్ర.మ. సంఖ్య	ప్రమాణంలోని అంశాలు		ప్రతి అంశాన్కి మార్కులు	మొత్తం మార్కులు
1.	ఏనుగుకు ఒక రోజుకు అవసరమైన నీరు	= 80లీ	1	
	వారమునకు రోజుల సంఖ్య	= 7	1	
	ఏనుగుకు ఒక రోజుకు అవసరమయ్యే ఆహారం	= 150 కి.గ్రా	1	
	ఏనుగుకు ఒక వారంలో అసరమయ్యే నీరు	= 80 × 7 = 560లీ	1	
	ఏనుగుకు ఒక వారంలో అవసరమయ్యే ఆహారం	= 150×7 =1050కిలోలు	1	5
2.	సనా, గీత ఇండ్ల మధ్య దూరం	= 1 కి.మీ. 245 మీ	1	
	గీత ఇంటికి బడికి మధ్య దూరం	= 3 కి.మీ. 460మీ	1	
	సనా ఇంటికి బడి మధ్య దూరం	= 4 కి.మీ. 705 మీ	1	
	3 కి.మీ. 460 మీ + 1 కి.మీ. 245 మీ	= 4 కి.మీ. 705 మీ	2	5
3.	2362 – 1500		1	
	= 862		1	2
4.	రాజు వ్యవసాయ నిమిత్తం			
	అప్పుగా తీసుకున్న సొమ్ము	= రూ.8950-00	**1**	
	25 సమాన వాయిదాలలో చెల్లించడాన్కి			
	ఒక్కొక్క నెలకు కట్టవలసిన వాయిదా	= 8950÷25 = 358	**1**	2
5.	5678 లో 5 యొక్క స్థాన విలువ	= 5000	½	
	8 యొక్క స్థాన విలువ	= 8	½	
	5,8 ల స్థాన విలువ బేధం	= 4992	1	2
6.	చుట్టు కొలత = 11 సెం. + 4 సెంమీ + 3 సెం.+2 సెం.మీ			
	+3 సెం.మీ. + 2 సెం.మీ. + 5 సెం.మీ. 4 సెం.మీ.		1	
	= 34 సెం.మీ.		1	2
7.	వైశాల్యం = పొడవు వెంబడి చదరాల సంఖ్య × వెడల్పు వెంబడి చదరాల సంఖ్య		1	
	= 11 × 4 = 44 చదరాలు		1	2
8.	ఎ		1	1
9.	సి		1	1
10.	డి		1	1
11.	సి		1	1
12.	ఎ		1	1

13.	భాగ్య చేసిన భాగహారం సరియైనది ఎందువలన అనగా		
	శేషం కంటే భాజకం విలువ ఎక్కువ మరియు 50 = 16×3 +2	2½	
	లత చేసిన భాగహారం తప్పు ఎందువలననగా		
	భాజకం కంటే శేషం ఎక్కువగా ఉంది.	2½	5
14.	మూడంకెల సంఖ్యలో ఒకట్ల స్థానంలో 7, వందల స్థానంలో		
	2 ఉంటే ఆ సంఖ్య 2 ☐ 7 గా వ్రాయవచ్చు	1	
	పదుల స్థానంలోని అంకె వందల స్థానంలో అంకెకు		
	4 రెట్లు కావున పదుల స్థానంలోని అంకె 8 అవుతుంది	1	2
15.	1312, 1376, 1400, 1465, 2526	2	2
	(సూచన : ఒక్కొక్క తప్పుకు అర మార్కు తీసివేయాలి)		
16.	475 కంటే 492 చిన్నది కాదు పెద్దది అవుతుంది. ఎందువలననగా		
	వందల స్థానంలో అంకెలు సమానం కావున పదల స్థానంలో		
	అంకె ఏ సంఖ్యలో ఉంటే ఆ సంఖ్య పెద్దది. కావున 475 కంటే 492 పెద్దది	1	1
17.	180 ÷ 12 = 15	2	2
18.	4289 > 3987	1	1
19.	100		
20.	6009		
21.	చతురస్రాకారంలో ఉన్న రామయ్య పొలం అంచు పొడవు = 24మీ		
	పొలం చుట్టు కొలత = 4 × 24 = 96	1	
	పొలం చుట్టు కంచె వేయడాన్కి 1మీ అయ్యే ఖర్చు = 80రూ.		
	96 మీకు అయ్యే ఖర్చు = 96 × 80 = 7680రూ	1	2
22.	1 కిలో గోధుమ పిండి ధర = 175 ÷ 5 = 35 రూ.	1	
	12 కిలోల గోధుమ పిండి ధర = 35 × 12 = 420 రూ.	1	2
23.	36 + 89 = 125	½	
	125 + 25 = 150	½	1

24.

క్ర.సం.	వాహనం	గణన చిహ్నాలు	వాహనాల సంఖ్య		
1.	కార్లు	𝍸 𝍸 ||	12	1	
2.	మోటారు సైకిళ్ళు	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 ||||	24	1	
3.	సైకిళ్ళు	𝍸 𝍸 𝍸 |	16	1	
4.	ఆటోలు	𝍸 |||	8	1	
5.	బస్సులు	||||	4	1	5

ప్రశ్నలవారీ విశ్లేషణ

క్రసం.	ప్రమాణం	విషయం	ప్రశ్నరకం	మార్కులు	కాలం ని.	కనిష్ట స్థాయి
1.	సమస్యాసాధన	గుణించు-భాగించు	వ్యాస	5	16	సాధారణం
2.	”	పొడవులు	వ్యాస	5	16	కఠినం
3.	”	సంఖ్యలు	సంక్షిప్త	2	7	సాధారణం
4.	”	గుణించు-భాగించు	సంక్షిప్త	2	7	సాధారణం
5.	”	సంఖ్యలు	సంక్షిప్త	2	7	కఠినం
6.	”	ఆవరణలు- ప్రహారీలు	సంక్షిప్త	2	8	సులభం
7.	”	ఆవరణలు- ప్రహారీలు	సంక్షిప్త	2	7	సాధారణం
8.	”	సంఖ్యలు	విషయనిష్ఠ	1	1	సులభం
9.	”	సంఖ్యలు	విషయనిష్ఠ	1	1	సులభం
10.	”	సంఖ్యలు	విషయనిష్ఠ	1	1	సులభం
11.	”	పొడవులు	విషయనిష్ఠ	1	1	సులభం
12.	”	సంఖ్యలు	విషయనిష్ఠ	1	1	సులభం
13.	కారణాలు తెలపడం నిరూపణ చేయడం	గుణకారం భాగహారం	వ్యాస	5	16	కఠినం
14	”	సంఖ్యలు	సంక్షిప్త	2	7	కఠినం
15.	”	పొడవులు	సంక్షిప్త	2	7	సాధారణం
16.	”	సంఖ్యలు	లఘు	1	2	సాధారణం
17.	వ్యక్తపర్చడం	గుణకారం-భాగహారం	సంక్షిప్త	2	7	సాధారణం
18.	”	సంఖ్యలు	లఘు	1	2	సులభం
19.	”	పొడవులు	లఘు	1	2	సులభం
20.	”	సంఖ్యలు	లఘు	1	2	సులభం
21.	అనుసంధానం	ఆవరణలు- ప్రహారీలు	సంక్షిప్త	2	7	సాధారణం
22.	అనుసంధానం	గుణించు- భాగించు	సంక్షిప్త	2	7	సాధారణం
23.	అనుసంధానం	సంఖ్యలు	లఘు	1	2	సాధారణం
24.	ప్రాతినిధ్యపర్చడం	స్మార్ట్ టేబుల్స్	వ్యాస	5	16	సాధారణం

7.5.6 పరిపుష్ఠి, నివేదిక పద్ధతులు రికార్డులు రిజిష్టర్లు

పరిపుష్ఠి : గణిత బోధనాలక్ష్యాలకు అనుగుణంగా తరగతి గదిలో ఉపాధ్యాయుడు వివిధ బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు నిర్వహించిన అనంతరం విద్యార్థుల సాధనను వివిధ మదింపు పద్ధతులద్వారా ఎప్పటికప్పుడు తెలుసుకోవాలి. బోధనభ్యసన కృత్యాలు నిర్వహిస్తున్నప్పుడు విద్యార్థులు కృత్యాలలో పాల్గొనే విధానం, ఉపాధ్యాయులు అడిగే ప్రశ్నలకు జవాబులు చెప్పే విధానం, ఆలోచనాతీరు, ప్రోజెక్టుల నిర్వహణ విధానం, నోట్ పుస్తకాలు, వ్రాత పరీక్షలు మొదలగు సాధనాల ద్వారా గణితంలో విద్యార్థుల అభ్యసన అభివృద్ధిని అంచనావేయాలి. నిరంతర సమగ్ర మూల్యాంకనంలో నిర్మాణాత్మక ముగింపు, సంగ్రహణాత్మక మదింపుల ఆధారంగా విద్యార్థుల సామర్థ్యాలు మదింపు చయటం వరకే పరిమితం అవటమే కాకుండా వాటికి అనుసరణీయంగా పరిపుష్ఠి (Feedback) కూడా ఒక ముఖ్యాంశమే. ఈ పరిపుష్ఠికి క్రింది నివేదిక పద్ధతులను ఉపయోగిస్తారు.

నిర్మాణాత్మక మదింపు (Formative Assessment) విద్యాసంవత్సరంలో 4 సార్లు నిర్వహించబడుతుంది. నిర్మాణాత్మక మదింపు చేయబడిన ప్రతిసందర్భంలోను వాటిలోని అంశాలైన పిల్లల భానిసత్వం, ప్రతిస్పందనలు; పిల్లల రాతపనులు, ప్రాజెక్టుపనులు, లఘుపరీక్షపై విడివిడిగా పరిపుష్ఠిని తీసుకోవాలి. తద్వారా ఏ ఏ అంశాలలో ఏ ఏ విద్యార్థులలో ఆశించిన సామర్థ్యాలు / ఆశించిన లక్ష్యాలు సాధించబడలేదో గ్రహించడానికి తోడ్పడుతుంది. తద్వారా సవరణాత్మక చర్యలు చేపట్టడానికి అవకాశమేర్పడుతుంది. విద్యార్థులలో జ్ఞానాత్మక, భావావేశ, మాసిక చలనాత్మక రంగాలకు చెందిన పెక్కు లక్ష్యాల సాధనలొ వారిని అంచనా వేయడానికి తోడ్పడుతుంది.

అదేవిధంగా ప్రతి సంగ్రహణాత్మక మదింపు చేపట్టిన తర్వాత కూడా గణిత విద్యాప్రమాణాల వారీగా పరిపుష్ఠిని చేపట్టాలి. ఏ ఏ విద్యాప్రమాణాలలో వెనుకబడిఉన్నారు, ఏ విద్యార్థులు వెనుకబడియున్నారు వంటి అంశాలును గ్రహించడానికి పరిపుష్టి తోడ్పడుతుంది. తద్వారా వ్యక్తిగత, లేదా జట్టు రూపంలో సవరణాత్మక చర్యలు చేపట్టడానికి తోడ్పడుతుంది. అంతేకాక ఎక్కువమంది విద్యార్థులు ఒక విద్యాప్రమాణంలో / ప్రమాణాల ...... వెనుకబడినట్లు గమనిస్తే ఆ సందర్భంలో ఉపాధ్యాయుని బోధనాపద్ధతి / బోధనా ఉపగమం / బోధనోపకరణ సమగ్ర వినియోగాలలొ తగు మార్పులు చేసుకోవలసిన అవసరం గుర్తించడానికి కూడా పరిపుష్ఠి తోడ్పడుతుంది.

నిర్మాణాత్మక, సంగ్రహణాత్మక మదింపులకు సంబంధించిన పరిపుష్ఠిలో భాగంగా విషయ పరిజ్ఞానానికి సంబంధించిన అంశాలనే పరిమితంకాక పిల్లల భావప్రకటన, అంతర్వర్తనుడా, బాహ్యవర్తనుడా నాయకత్వలక్షణాలు; ప్రజాస్వామిక లక్షణాలు, సమవయస్కులతో సంబంధాలు; సహ పాఠ్యాంశాలలో ప్రతిభ; ప్రత్యేక వ్యక్తిత్వం వంటి అంశాలను దృష్టిలో ఉంచుకొని పరిపుష్టిని తీసుకోవాలి. తద్వారా పిల్లల్లో అంతర్గతంగా దాగియున్న ప్రతిభని గుర్తించి ప్రావీణ్యత సాధింపజేయడానికి ఆస్కారముంటుంది.

నివేదితా విధానాలు (Reporting Procedures)

పిల్లల సామర్థ్యాలను నిర్మాణాత్మక, సంగ్రహణాత్మక మదింపు చేపట్టిన తర్వాత వచ్చిన ఫలితాలను తగిన విధంగా నివేదించే రూపంలోకి మార్చుకోవాలి. అనగా నిర్మాణాత్మక మదింపులో 4 రకాల విధానాలకు తగిన గ్రేడులను రూపొందించడంగాని; రేటింగ్ స్కేల్‌ను ఉపయోగించి చేయవలసిన సందర్భంలో రేటింగ్ స్కేల్స్‌ను ఉపయోగించి; మొత్తంగా

ఏ గ్రేడులో ఉన్నారో తెలిపే విధంగా విద్యార్థి వారీగా,అంశాలవారీగా, తరగతివారీగా, నివేదికను రూపొందించుకోవాలి. సంగ్రహణాత్మక మదింపులో తరగతిగ్రేడింగ్ వంటి అంశాలతో నివేదిక రూపొందించుకోవాలి. గ్రేడింగ్‌కి సంబంధించిన అంశాలు కింది పేరాలో పేర్కొనబడ్డాయి.

ఈ నివేదికలు విద్యార్థి గ్రహించడానికి వీలుగా, తల్లిదండ్రులకు అవగాహన అయ్యేలా, ప్రధానోపాధ్యాయునికి నివేదించడానికి తోడ్పడేలా, తరగతి, పాఠశాల వారీగా విశ్లేషించడానికి అనుకూలంగా ఉండేలా రూపొందించుకోవాలి. తయారుచేయబడిన నివేదికలు ఏ స్థాయి (మండల, జిల్లా, రాష్ట్ర స్థాయి) వారైనా విశ్లేషించుకొని సమగ్రంగా సూక్ష్మస్థాయిలో విద్యార్థుల నిష్పాదనను అంచనావేయగలిగేలా ఉండాలి.

1) ప్రగతి పత్రాలు (Progress Cards)
2) క్రమాభివృద్ధి పత్రాలు (Cumulative Records)
3) ఎనక్డోటల్ రికార్డులు (Anecdotal Records)
4) పోర్టుఫోలియోలు (Port Pholio)

నిర్మాణాత్మక, సంగ్రహణాత్మక మూల్యాంకనం లో గ్రేడింగ్ విధానం, రిజిష్టరులో నమోదు

నిర్మాణాత్మక, సంగ్రహణాత్మక మదింపు ద్వారా గణితంలో సాధించిన మార్కులు ఆధారంగా విద్యార్థుల ప్రగతిని గ్రేడులలో క్రింది విధంగా తెలుపుతారు.

సాధించిన మార్కుల శాతం	గ్రేడింగ్
90–100	A^+
71–90	A
51–70	B^+
41–50	B
0–40	C

నిర్మాణాత్మక, సంగ్రహణాత్మక మదింపులలో విద్యార్థుల సాధనను సి.సి.ఇ. రిజిష్టరులలో క్రింది పట్టికలలో నమోదు చేస్తారు. విద్యార్థికి గణితంలో అంతిమ గ్రేడును FA4, SA3ల ఆధారంగా నిర్ణయిస్తారు

నిర్మాణాత్మక మదింపు (FA) పట్టిక :

నిర్మాణాత్మక మదింపు వరుస సంఖ్య	పిల్లల భాగస్వామ్యం - ప్రతిస్పందనలు	రాత అంశాలు	ప్రాజెక్టు	లఘు పరీక్ష	మొత్తం మార్కులు	గ్రేడు
FA1						
FA2						
FA3						
FA4						

సంగ్రహణాత్మక మదింపు (SA) పట్టిక :

సంగ్రహణాత్మక మదింపు వరుస సంఖ్య	సమస్య సాధన	కారణాలు తెలపడం నిరూపణ చేయడం	వ్యక్త పరచడం	అను సంధానం	దృశ్యీకరణం	మొత్తం మార్కులు	గ్రేడు

సారాంశం :

ఈ అధ్యాయంలో నిర్దేశించిన గణిత బోధనలక్ష్యాలను సాధించడానికి ఉపాధ్యాయుని బోధన సన్నద్ధత ఆవశ్యకత, గణిత బోధనలో గణిత బోధనోపకరణాల పాత్రను, వివిధ రకాల బోధనా ప్రణాళికలను, వివిధ మదింపు విధానాలను చర్చించడం జరిగింది.

గణిత బోధనోపకరణాలు / గణిత అభ్యసన వనరులు : నల్లబల్ల, గళ్ళ కాగితం, జియో బోర్డు, పెగ్ బోర్డు, గణితసామగ్రి పేటిక (జామెట్రీ బాక్స్), గణిత పేటిక, ఫ్లాష్ కార్డులు మొదలగు బోధనోపకరణాల గురించి; గణిత అభ్యసన వనరులైన గణిత గ్రంథాలయం, గణిత ప్రయోగశాల, గణిత క్లబ్, గణిత ప్రదర్శనశాల, సామాజిక వనురులు, సంస్థాపరమైన వనరులు, గణిత ఫోరం, ఐసిటి మొదలగు వాటి గురించి చర్చించడం జరిగింది.

బోధనా ప్రణాళికలు : వార్షిక ప్రణాళిక, యూనిట్ ప్రణాళిక, పీరియడ్ ప్రణాళికల ఆవశ్యకత, నమూనా ప్రణాళికలను చర్చించడం జరిగింది.

మదింపు-మూల్యాంకనం: నిర్వచనం, ఆవశ్యకత, నిరంతర సమగ్ర మూల్యాంకనం, నిర్మాణాత్మక మదింపు, సంగ్రహణాత్మక మదింపు, పరీక్షాంశాలు, నమూనా ప్రశ్నాపత్రం మొదలగునవి చర్చించడం జరిగింది.

వ్యాసరూప ప్రశ్నలు :

1. "సమర్ధవంతమైన గణిత బోధనకు గణిత ఉపాధ్యాయునికి సన్నద్ధత అవసరం" చర్చించండి.
2. గణితబోధనా పేటిక (O.B.B. Maths Kit) లోని సామగ్రి ప్రాథమికస్థాయి గణితానికి సంబంధించిన ఏయే భావనలను అవగాహన పరచడానికి ఉపయోగపడుతోందో వివరించండి.
3. గణిత ప్రయోగశాల గణిత బోధనలో ఏ విధంగా ఉపయోగపడుతుంది?
4. గణిత బోధనలో సామాజిక వనరుల పాత్రను వివరించండి.
5. 5వ తరగతిలోని ఏదైనా గణితభావనకు పీరియడ్ ప్రణాళిక తయారుచేయండి.
6. నిర్మాణాత్మక మదింపు విధానాన్ని వివరించండి.
7. ప్రాథమికస్థాయిలోని గణిత విద్యాప్రమాణాలకు ఒక్కొక్కదానికి 5 చొప్పున ప్రశ్నాంశాలను తయారుచేయండి.
8. ప్రస్తుతం అనుసరించే సమగ్ర మూల్యాంకన విధానం, గతంలో అనుసరించే మూల్యాంకనా విధానానికి ఏ విధంగా భిన్నమైనదో వివరించండి.
9. ప్రాథమికస్థాయి గణిత విషయానికి సంబంధించిన రాత ప్రశ్నల రకాలను సోదాహరణంగా వివరించండి.

సంక్షిప్త సమాధాన ప్రశ్నలు :

1. వార్షిక ప్రణాళిక తయారీలో ఉపాధ్యాయుడు దృష్టిలో ఉంచుకొనవలసిన అంశాలను పేర్కొనండి.
2. పీరియడ్ పథకం గణిత ఉపాధ్యాయునికి ఏ విధంగా ఉపయోగపడుతుంది.?
3. గణితబోధనలో బోధనోపకరణాల పాత్ర ఏమి?
4. గణిత బోధనలో I.C.T. పాత్రను తెలపండి.
5. గణిత గ్రంథాలయం విద్యార్థులకు ఏ విధంగా ఉపయోగపడుతుంది?
6. "భిన్నం" భావన పరిచయం చేయడానికి ఏవైన రెండు కృత్యాలను రాయండి.
7. మూల్యాంకనం, మదింపుల మధ్య బేధాలను తెలపండి.
8. నిరంతర సమగ్ర మూల్యాంకనం యొక్క లక్ష్యాలను తెలపండి.
9. సంగ్రహణాత్మక మదింపు ఉపయోగాలు రాయండి.
10. "అభ్యసనం కొరకు మదింపు" గణిత పరంగా విద్యార్థులకు ఏ విధంగా ఉపయోగపడుతుంది?
11. గణితంలో నియోజనాల ఆవశ్యకత ఏమి?
12. మౌఖిక పరీక్షలు గణితంలో మదింపునకు ఏ విధంగా ఉపయోగపడతాయి?
13. గణిత ప్రాజెక్టులు, గణిత అభ్యసనకు ఏ విధంగా దోహదపడతాయి?
14. గణితంలో బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నల తయారీలో తీసుకొనవలసిన జాగ్రత్తలను పేర్కొనండి.
15. ప్రస్తుతం అనుసరిస్తున్న నిరంతర సమగ్ర మూల్యంకన విధానంలో అనుసరిస్తున్న గ్రేడింగ్ విధానాన్ని వివరించండి.

లఘు సమాధాన ప్రశ్నలు :

1. బోధన సన్నద్ధత అనగానేమి?
2. వార్షిక ప్రణాళిక అనగానేమి?
3. పీరియడ్ పథకం అనగానేమి?
4. గ్రిడ్ పేపర్‌ను ఉపయోగించి ఏయే గణితభావనలను బోధించవచ్చును?
5. గణితంలో ఫ్లాష్ కార్డ్స్ యొక్క ఉపయోగాలేమిటి?
6. నిరంతర సమగ్ర మూల్యాంకనం అనగానేమి?
7. నిర్మాణాత్మక మదింపు ఉపయోగాలు రాయండి.
8. గణిత విద్యాప్రమాణాలు ఎన్ని? అవి ఏవి?
9. "వ్యక్తపర్చడం" ప్రమాణానికి రెండు పరీక్షాంశాలను రాయండి.
10. అత్యధిక వస్తాశ్రయత కలిగిన ప్రశ్న రకం ఏది?